

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Темирбекова Ж.Е.¹

Черикбаева Л.Ш.²

Казахстан, Алматы, Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби

преподаватель zhanerke_3089@mail.ru¹

старший преподаватель lyailya_sh@mail.ru²

ABSTRACT

The work executed within the framework of cascade-probability method, the essence of which is to obtain and further use of cascade-probability functions (CPF) for the different particles. CPF sense the probability that a particle generated at a certain depth h' reaches a certain depth h after the n -th number of collisions. We have considered the interaction of ions with solids and communication processes of radiation defect with Markov processes and Markov chains. Displaying obtain recurrence relations for the simplest of CPF Chapman-Kolmogorov equations.

Key words: cascade-probability, ions, defect formation, Markov chain, Markov processes.

Следует заметить, что ранее [1, 112 с.] вопросы связи каскадно-вероятностных функций, энергетических спектров первично-выбитых атомов (ПВА), концентрации дефектов C и потоков вторичных частиц N , интегральных кратностей и др. с Марковскими процессами не рассматривались. Изучение этих связей позволило расширить наши знания о происходящих процессах в веществах при прохождении через них высокоэнергетических частиц и по иному посмотреть на эти явления, в частности, с общих позиций. Фактически все до сих пор полученные аналитические выражения для КВФ, энергетических спектров проходящих и вторичных частиц N и концентрации дефектов C и др. можно вывести из уравнения Колмогорова-Чэпмена, задавшись соответствующими физическими и математическими моделями.

Процессы прохождения частиц через вещество и образования в нем радиационных дефектов можно рассматривать как Марковские процессы, непрерывные по времени и дискретные по числу соударений. Конечные выражения для ψ , N и C представляются в виде сумм, интегралов и произведений соответствующих условных вероятностей и нормировочных коэффициентов, зависящих от типов и энергии частиц, каналов реакций, дифференциальных и интегральных сечений взаимодействия, потерь энергии, параметров элементарного акта, плотности среды и т.д.

Основные результаты

Рассмотрим процесс взаимодействия заряженных частиц с веществом при генерации радиационных дефектов в твердых телах, облученных электронами, протонами, альфа-частицами и ионами.

Предполагается, что первичная частица (электрон, протон, альфа-частица или ион), образованный на глубине h' , взаимодействует с веществом следующим образом:

1. Заряженная частица теряет энергию на ионизацию и возбуждение (основной тип потерь энергии). Эти потери считаются непрерывными по глубине прохождения частиц.
2. Первичная частица образует ПВА, причем на сотни взаимодействий с электронами среды (ионизационные потери) происходит приблизительно несколько взаимодействий на образование ПВА.
3. ПВА образует пары Френкеля (вакансия, междоузельный атом) в случае электронного облучения и каскадные области в случае протонного, альфа и ионного облучения.
4. Для электронов рассматривается релятивистский случай, поскольку кинетическая энергия электронов соизмерима или больше энергии покоя электронов, сечение взаимодействия берется в виде сечения Мак-Кинли-Фешбаха или Мотта, ионизационные потери вычисляются по формуле Бете-Блоха.
5. Для протонов, альфа-частиц и ионов рассматривается нерелятивистский случай, сечение взаимодействия выбрано в виде сечения Резерфорда, ионизационные потери для протонов и альфа-частиц вычисляются по формуле Бете-Блоха, для ионов берутся из таблиц параметров пространственного распределения ионно-имплантированных примесей (Кумахова-Комарова).

Рассмотрим систему S , представляющую собой процесс взаимодействия частиц с веществом и испытания одного, двух, трех, ... соударений. Такой процесс является стохастическим процессом с дискретным числом соударений и непрерывным по времени, а следовательно, и по глубине проникновения частиц. Переходы системы S из состояния в состояние происходят под влиянием некоторых потоков событий. Поскольку мы рассматриваем потоки событий ординарные и без

последствия, то они являются пуассоновскими. Если события образуют Пуассоновский поток, то число событий, попадающих на любой участок времени $(t_0, t_0 + \tau)$ имеет закон распределения вероятностей [2, 159 с.]:

$$p_n = \frac{a^n}{n!} e^{-a}, \quad (1)$$

где a – математическое ожидание числа точек, попадающих на участок:

$$a = \int_{t_0}^{t_0 + \tau} \lambda(t) dt, \quad (2)$$

$\lambda(t)$ – плотность потока или интенсивность.

Если $\lambda(t) = const$, пуассоновский поток называется стационарным пуассоновским, или простейшим, потоком.

При постоянной интенсивности потока

$$a = \lambda t. \quad (3)$$

Распределение в виде (1) получено выдающимся французским математиком прошлого столетия С.Д. Пуассоном.

В нашем случае состояния системы связаны прямой связью с одним соседним элементом. Такая схема случайного процесса относится к схеме чистого размножения, сам же процесс является процессом чистого размножения. Множество состояний системы неэргодично, нетранзитивно, незамкнутое, конечное, состояния невозвратные и неперiodические, конечное состояние системы является поглощающим. Процесс взаимодействия частиц с веществом является также Марковским процессом, поскольку все вероятностные характеристики в будущем зависят лишь от того, в каком состоянии этот процесс находится в настоящее время и не зависят от того, каким образом этот процесс протекал в прошлом. Марковская цепь представляет собой разновидность Марковского процесса, в котором будущее зависит от прошлого через настоящее [3, 119 с.].

Процесс взаимодействия ионов с веществом, в том числе с твердым телом, описывается также цепью Маркова, поскольку условные вероятности наступления каждого события при данном испытании однозначно определяются результатом предыдущего состояния. Цепь Маркова полностью описывается заданием всех возможных вероятностей перехода, которые записываются в виде квадратной матрицы k -го порядка [4, 527 с.].

Заключение

Таким образом, показано, что процесс взаимодействия частиц с веществом и образования радиационных дефектов в твердых телах, облученных ионами, является цепью Маркова. В нашем случае цепь Маркова неоднородна, поскольку переходные вероятности ψ_k , $k = 0, 1, \dots, n$ меняются на каждом шаге k , интенсивность потока зависит от глубины проникновения, т.е. все потоки, переводящие систему S из одного состояния в другое, являются нестационарными пуассоновскими. Условные вероятности $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots \psi_n$ являются переходными вероятностями для неоднородной цепи Маркова, не имеющей стационарного режима. Простейшая каскадно-вероятностная функция не учитывает потери энергии на ионизацию и возбуждение непосредственно в процессе генерации первично-выбитых атомов. Данная цепь Маркова не имеет стационарного режима, поскольку не обладает эргодическим свойством.

В работе рассмотрена связь с цепями Маркова и Марковскими процессами для получения моделей, описывающих процесс взаимодействия частиц с веществом и образования радиационных дефектов при ионном облучении. В дальнейшем планируется использовать цепи Маркова для получения каскадно-вероятностных функций для нестабильных частиц, мю-мезонов, пи-мезонов, нейтронов, позитронов.

Литература:

1. Босс Э.Г., Купчишин А.И. Решение физических задач каскадно-вероятностным методом. - Алма-Ата: Наука, 1988, т.1. - 112 с.
2. Гутер Р.С., Овчинский Б.В. Основы теории вероятностей, 1967. М.: Просвещение, 159 с.
3. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей, 1974. М.: Наука, 119 с.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, 1984. М.: Мир, Т.1. 527 с.



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Қ.ЖУБАНОВ АТЫНДАҒЫ АҚТӨБЕ Өңірлік
МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ
ПЕДАГОГИКА ИНСТИТУТЫ



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
АКТЮБИНСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. К.ЖУБАНОВА
ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИКИ

Қазақстан Республикасы Тәуелсіздігінің 25 жылдығы және
Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік
университетінің 50-жылдығына арналған
“Жастар, ғылым және инновациялар” атты халықаралық
студенттік ғылыми-практикалық конференция

материалдарының жинағы

8-9 сәуір 2016 жыл

Сборник материалов

Международной студенческой научно-практической
конференции “Молодежь, наука и инновация”, посвященной
25-летию Независимости Республики Казахстан и 50-летию
Актюбинского регионального государственного университета

им. К. Жубанова

8-9 апреля 2016 год

The materials

of International students scientific-practical conference "Youth
science and innovations", devoted to 25-anniversary of Independence
of the Republic of Kazakhstan and the 50th anniversary of Aktubinsk
regional state University
after the name of K. Zhubanov.

8-9 April 2016

Ақтөбе, 2016