



КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ



МЕЖДУНАРОДНАЯ ЗИМНЯЯ ШКОЛА-СЕМИНАР  
ПО ГРАВИТАЦИИ, АСТРОФИЗИКЕ И КОСМОЛОГИИ

**ПЕТРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ - 2014**

КАЗАНЬ - 2014



КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

МЕЖДУНАРОДНАЯ ЗИМНЯЯ ШКОЛА-СЕМИНАР  
ПО ГРАВИТАЦИИ, АСТРОФИЗИКЕ И КОСМОЛОГИИ

## **ПЕТРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2014**

*Посвящается 60-летию с момента публикации  
статьи А. З. Петрова  
«Классификация пространств, определяющих поля тяготения»*

Аннотации лекций  
Тезисы докладов

**Казань, 17–21 февраля 2014 г.**

Международная зимняя школа-семинар по гравитации, астрофизике и космологии «Петровские чтения – 2014»: Аннотации лекций, тезисы докладов. Под ред. С. В. Сушкова, А. Е. Зайца — Казань, 2014. — 48 стр.

Сборник содержит аннотации лекций, прочитанных в рамках Международной зимней школы-семинара по гравитации, астрофизике и космологии «Петровские чтения – 2014», и тезисы докладов научного семинара.

### ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

академик РАН А. А. Старобинский, председатель (ИТФ им. Ландау РАН, Москва)

проф. В. Н. Мельников, сопредседатель (президент Российского гравитационного общества, руководитель Центра гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС и зам. директора Института гравитации и космологии, РУДН, Москва)

проф. С. В. Сушков, сопредседатель (заведующий кафедрой теории относительности и гравитации, КФУ, Казань)

А. В. Аминова, В. Г. Багров, А. Б. Балакин, А. М. Баранов, В. А. Березин, Г. С. Бисноватый-Коган, И. Ф. Бикмаев, К. А. Бронников, И. Л. Бухбиндер, D. R. Brill (США), Ю. С. Владимиров, E. Elizalde (Испания), А. П. Ефремов, J. C. Fabris (Бразилия), Д. В. Гальцов, А. А. Гриб, А. И. Жук (Украина), О. Б. Заславский (Украина), Ю. Г. Игнатъев, R. Kerner (Франция), S.-W. Kim (Южная Корея), P. Kuusk (Эстония), J. Lewandowski (Польша), В. Н. Лукаш, А. В. Минкевич (Беларусь), А. Ю. Морозов, В. М. Мостепаненко, S. Nojiri (Япония), S. D. Odintsov (Испания), В. Ф. Панов, В. А. Рубаков, М. В. Сажин, Н. А. Сахибуллин, D. Singleton (США), W.-T. Ni (Тайвань, Китай), В. П. Фролов (Канада), С. В. Червон, А. В. Юров

### ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Председатель: проф. С. В. Сушков, заведующий кафедрой теории относительности и гравитации, КФУ, Казань

Учёный секретарь: доц. А. Е. Заяц

Постоянный секретарь: ст. преп. П. Е. Кашаргин

Члены оргкомитета: проф. А. В. Аминова, проф. А. Б. Балакин, проф. И. Ф. Бикмаев, доц. В. А. Попов, доц. А. Ю. Кузнецова, доц. А. Ю. Даньшин, доц. А. А. Попов, асс. Г. А. Сержякин, асс. Т. Ю. Альпин, Н. Долбилова, Р. Абзалов

## ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ



А. З. ПЕТРОВ

В 2014 году исполняется 60 лет с момента публикации статьи А. З. Петрова «Классификация пространств, определяющих поля тяготения», где впервые были рассмотрены три типа полей тяготения, впоследствии названные «типами Петрова».

### Фрагмент оригинальной работы А. З. Петрова

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА им. В. И. УЛЬЯНОВА-ЛЕНИНА

Том 114, кн. 8

ЮБИЛЕЙНЫЙ (1804—1954) СБОРНИК

1954

#### КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОСТРАНСТВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ

*А. З. Петров*

(Казанский университет. Кафедра геометрии)

В этой статье даётся развернутое доказательство результатов, полученных нами ранее и впервые опубликованных в 1951 году [1]. Именно, показывается, что для  $V_4$ , определяющих поля тяготения, задаваемых формой

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j \quad (1)$$

с фундаментальным тензором, удовлетворяющим уравнениям поля

$$R_{ij} = \kappa g_{ij} \quad (2)$$

(будем называть такие многообразия —  $T_4$ ), можно установить классификацию, исследуя алгебраическую структуру тензора кривизны.

# СОДЕРЖАНИЕ

## АННОТАЦИИ ЛЕКЦИЙ

А. А. Старобинский Inflationary models in the Einstein and modified gravity producing the best fit to present observational data . . . . .	8
S. Nojiri $F(R)$ bigravity . . . . .	9
С. Д. Одинцов Модифицированные теории гравитации и космология . . . . .	9
С. Д. Одинцов Струнная и нелокальная теории гравитации . . . . .	9
В. Н. Мельников Интегрируемые многомерные космологические модели и фундаментальные физические константы (ФФК) . . . . .	10
С. В. Сушков Космологические модели с неминимальной кинетической связью	10
М. С. Волков Модели массивной гравитации . . . . .	11
С. В. Червон Киральная космологическая модель: ранняя и поздняя инфляция	11
А. Б. Балакин Неминимальная теория поля . . . . .	12
И. Ф. Бикмаев Сверхновые звезды типа Ia как стандартные свечи на космологических расстояниях во Вселенной . . . . .	12

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

- О. В. Zaslavskii  
Ultra-high energy collisions near black holes: new developments . 13
- I. V. Tanatarov, O. B. Zaslavskii  
Peculiarity Of Petrov classification at regular horizons of stationary black holes . . . . . 13
- M. E. Abishev, B. A. Zhami, S. Toktarbay, Ye. K. Aimuratov  
Circular restricted three-body problem in the mechanics of general relativity . . . . . 15
- B. A. Zhami, Ye. K. Aimuratov, K. A. Boshkayev  
Derivation of the Post-Newtonian metric . . . . . 16
- K. Boshkayev  
Astrophysical implications of general relativistic white dwarfs . . . 17
- Е. В. Шабанов  
Космологические решения на бране при заданных скалярных полях . . . . . 18
- А. В. Николаев  
Расчёт угла отклонения света в теории гравитации учитывающей квантовые поправки . . . . . 20
- П. П. Миронов, В. М. Журавлев  
Модель солнечного ветра с учетом турбулентности плазмы и метод максимальной энтропии . . . . . 21
- J. M. Alimi, A. A. Golubtsova, V. Reverdy  
Cosmological solutions of a scalar-tensor theory with non-universal couplings . . . . . 23
- М. А. Скугорева  
Космологическая динамика в обобщённой модифицированной гравитации . . . . . 24

С. Ю. Вернов Модели индуцированной гравитации с потенциалами типа Хиггса и отрицательной космологической постоянной . . . . .	25
С. Ю. Вернов Точные решения в космологических моделях с неминимально взаимодействующими скалярными полями . . . . .	26
Е. О. Поздеева Точные решения в нелокальной космологии . . . . .	28
А. А. Шейкин, С. А. Пастон Построение теории гравитации на базе изометрических вложений и структура лагранжиана такой теории . . . . .	29
A. Khaybullina, R. Izmailov Thin-shell Schwarzschild-Ellis wormhole stability analysis . . . . .	31
Р. Ф. Мингазова, Р. Н. Измаилов Расчет гравитационной энергии кротовой норы типа Эллиса III . . . . .	33
А. А. Шацкий, И. Д. Новиков, Л. Н. Липатова Спектр релятивистского излучения электрических зарядов и диполей при их свободном падении в черную дыру . . . . .	34
И. В. Бахматов b-дух для суперструны в формализме чистых спиноров . . . . .	36
А. А. Попов Effect of self-action in the wormhole spacetime . . . . .	37
Р. А. Абзалов, С. В. Сушков Космологическая модель с неминимальной кинетической связью . . . . .	38
Р. В. Королев, С. В. Сушков Точные регулярные решения в теории гравитации с неминимальной кинетической связью . . . . .	39



---

А. И. Егоров, П. Е. Кашаргин, С. В. Сушков Скалярные мультикротовые норы . . . . .	40
Т. Alpin Dyname-optical phenomena in Einstein-Maxwell-axion theory . . .	41
Н. Н. Долбилова Стрикционные эффекты, индуцированные тёмной энергией . . .	42
А. V. Aminova, M. Kh. Lyulinskiy On Schwarzschild superspace . . . . .	43
А. V. Aminova, P. I. Chumarov The classical motion of the test particles in the space–time of static cylindrically symmetric wormhole WhCR <sup>e</sup> . . . . .	44
А. Е. Заяц Электромагнитные волны в аксионно-активной релятивистской плаз- ме . . . . .	46

## АННОТАЦИИ ЛЕКЦИЙ

**Inflationary models in the Einstein and modified gravity  
producing the best fit to present observational data  
(Инфляционные модели в эйнштейновской и  
модифицированной гравитации, наиболее хорошо  
описывающие современные наблюдательные данные)**

А. А. Старобинский

*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН,  
Москва, Россия*

Recent observational data on angular fluctuations of the CMB temperature obtained in the Planck and other recent CMB experiments, while supporting generic predictions of the inflationary scenario with one effective scalar field (smallness of the quantities  $n_s - 1$  and  $r$  characterizing deviation from the flat power spectrum for primordial scalar perturbations and tensor-to-scalar ratio for perturbations respectively; absence of spatial curvature; strong upper limit on non-Gaussianity of perturbations), strongly restrict concrete inflationary models. In particular, exponential potential models (power-law inflation), the simplest hybrid inflationary models and the monomial power-law potential models of degree  $n \geq 2$  are disfavoured by the data. On the other hand, models which produce the best fit to the data include the pioneer inflationary  $R + R^2$  model (Starobinsky, 1980) and the recently proposed Higgs model (Bezrukov and Shaposhnikov, 2008) which predictions practically coincide in the gravitational sector. In both models gravity is modified (scalar-tensor) and becomes scale-free for curvatures much exceeding that at the end of inflation. Similar observational predictions can be also obtained in a two-parametric family of models in the scope of the Einstein gravity. For all these models,  $r \sim 3(n_s - 1)^2$ . I remind old results about generality of inflation in such models and discuss their post-inflationary behaviour including creation and heating of usual matter.

**F(R) bigravity**

S. Nojiri

*Kobayashi-Maskawa Institute for the Origin of Particles and the Universe and Physics Department, Nagoya University, Japan*

I will talk about the  $F(R)$  extension of bigravity theory and its application to the cosmology. Starting with a brief review of the dark energy problem, we explain the recent development of the massive gravity, which is the theory of massive spin two field, and also bigravity, where the massive spin two field couples with gravity. After that, we propose an extension of the bigravity theory to  $F(R)$  type gravity and show how we can construct a  $F(R)$  bigravity model which reproduce any given history of the expansion of the universe. We may talk about the superluminal mode and the bouncing universe in the model.

**Модифицированные теории гравитации и космология**

С. Д. Одинцов

*Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats, Barcelona, Spain  
Institut de Ciències de l'Espai, Barcelona, Spain*

В лекции рассматриваются свойства ряда модифицированных теорий гравитации, включая  $F(R)$  гравитацию, модифицированную гравитацию с членом Гаусса-Бонне и  $F(R, G)$  теорию. В деталях обсуждается возможность построения жизнеспособных инфляционных моделей с темной энергией. Также обсуждается проблема будущих сингулярностей (Big Rip) и указывается путь решения этой проблемы.

**Струнная и нелокальная теории гравитации**

С. Д. Одинцов

*Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats, Barcelona, Spain  
Institut de Ciències de l'Espai, Barcelona, Spain*

В лекции рассматриваются свойства ряда струнных, нелокальных и неминимальных теорий гравитации. В деталях обсуждаются кос-

мологические приложения в этих теориях. Строится эквивалентное описание с использованием гравитирующей неоднородной жидкости.

### **Интегрируемые многомерные космологические модели и фундаментальные физические константы (ФФК)**

В. Н. Мельников

*Всероссийский научно-исследовательский институт  
метрологической службы, Москва, Россия*

В лекции будут представлены методы и полученные результаты интегрирования многомерных космологических моделей с различными источниками и их роль в решении основных проблем современной физики и фундаментальной метрологии. Будут описаны свойства классических и квантовых бильярдов, а также вариации ФФК в моделях с дополнительными измерениями. Кратко будет изложена ситуация по планируемому переходу на новые определения единиц СИ, основанные на ФФК.

### **Космологические модели с неминимальной кинетической связью**

С. В. Сушков

*Казанский федеральный университет, Казань, Россия*

В лекции кратко обсуждаются неминимальные обобщения теории гравитации и детально рассматривается теория со скалярным полем, неминимально связанным с кривизной посредством членов с производными (неминимальная кинетическая связь). С учетом неминимальной кинетической связи исследуются особенности космологического сценария и показывается, что неминимальная связь приводит к существенно новому инфляционному механизму.

### **Модели массивной гравитации**

М. С. Волков

*Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique, Université de  
Tours, France*

Наблюдаемое ускоренное расширение нашей Вселенной можно объяснить, предполагая, что гравитоны имеют массу. В лекции рассматриваются некоторые аспекты моделей гравитации с массивными гравитонами. В частности обсуждается теория Паули-Фирца, разрывность Вандама-Вельтмана-Захарова и механизм Вайнштейна, проблема «духов» Бульвара-Дезера, теории без «духов» и их космологические решения и решения, описывающие черные дыры.

### **Киральная космологическая модель: ранняя и поздняя инфляция**

С. В. Червон

*Ульяновский государственный педагогический университет им.  
И. Н. Ульянова, Ульяновск, Россия*

Содержание первой лекции: Космологические модели с киральными физическими полями и условия ранней инфляции; приближенные и точные методы исследования ранней инфляции; постановка задачи поиска решений для самодействующего скалярного поля; реконструкция потенциала; космологические возмущения в ККМ и спектр мощности; алгоритм сопоставления с наблюдательными данными. Содержание второй лекции: Космологические модели с киральными физическими полями и условия поздней инфляции; включение идеальной жидкости и холодного темного вещества на поздней стадии эволюции Вселенной;  $\Sigma$ -CDM модель и наблюдательные данные, сопоставление с  $\Lambda$ -CDM моделью; разбиение возмущений на инфлатонные и возмущения темного сектора; приложение теории к случаю двухкомпонентного кирального поля; влияние слабых полей темного сектора на космологические возмущения; решения для экспоненциальной и степенной инфляции.

### **Неминимальная теория поля**

А. Б. Балакин

*Казанский федеральный университет, Казань, Россия*

Неминимальная теория поля призвана расширить идею геометризации моделей взаимодействия физических систем с полем тяготения за счет введения новых перекрестных связей, ключевую роль в которых играет кривизна пространства-времени. Данная наука объединяет модели неминимального взаимодействия скалярного, псевдоскалярного, векторного, электромагнитного и калибровочного полей с гравитационным полем. В лекциях обсуждаются фундаментальные принципы и математические аспекты неминимальной теории поля, а также её приложения к астрофизике, космологии и теории детектирования гравитационного излучения.

### **Сверхновые звезды типа Ia как стандартные свечи на космологических расстояниях во Вселенной**

И. Ф. Бикмаев

*Казанский федеральный университет, Казань, Россия*

В Лекции 1 дается обзор основных методов и инструментов определения шкал расстояний в астрономии — тригонометрические параллаксы, зависимость период–светимость для звезд-цефеид, новые и сверхновые звезды, закон Хаббла. В Лекции 2 рассматривается классификация сверхновых звезд и обсуждается роль сверхновых типа Ia в обнаружении ускоренного расширения Вселенной.

# ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

## **Ultra-high energy collisions near black holes: new developments**

O. B. Zaslavskii

*Department of Physics and Technology, Kharkov V. N. Karazin  
National University, Kharkov, Ukraine*

We suggest brief review of the effect of acceleration of particles by rotating and charged black holes to unbound energies in the centre of mass frame. Simple and general explanations of the effect are given: (i) the kinematic one based on the behaviour of relative velocity of colliding particles near the horizon, (ii) the geometric one, based on properties of particles' four-velocities with respect to a local light cone near the horizon. The similar effect near the inner black hole horizon is also discussed and the role of the bifurcation point is revealed. We also consider which energies can be detected by an observer at infinity. The possible role of gravitational radiation is discussed.

## **Peculiarity Of Petrov classification at regular horizons of stationary black holes**

I. V. Tanatarov<sup>1,2</sup> and O. B. Zaslavskii<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*NSC Kharkov Institute of Physics and Technology*

<sup>2</sup>*V.N. Karazin Kharkov National University*

A number of principal properties of black hole horizons, such as the constancy of surface gravity and rigidity of rotation, can be derived from the sole condition of the horizon's regularity [1] for an arbitrary dirty black hole. A dirty black hole is the one that can be surrounded by matter, and there is no restriction on either this matter or field equations. We consider here axisymmetric stationary dirty black holes with regular non-extremal or extremal horizons [2].

What can regularity specify regarding the algebraic structure of spacetime in the vicinity of a horizon? The restrictions appear to not be essential, however posing valid questions turns out to be not trivial. The reason for this is the following. Petrov type at a point is determined from the algebraic point of view from whether some of a number of algebraic constructions are equal to zero or not. Thus, suppose  $A$  is one of those constructions and in the vicinity of the horizon  $A \neq 0$ . Then, (i) it can or can not turn to zero at the horizon itself—and if it does, and this changes the Petrov type at the horizon, then the horizon is an algebraically special surface; (ii)  $A$  can turn to zero in one reference frame and not turn to zero in another—and then Petrov type depends on the frame.

The second item does not happen in normal circumstances, as the constructions used are invariant under Lorentz boosts, so the determination of Petrov type does not depend on the frame, which is its one of its essential virtues. In the horizon limit, however, the static/ZAMO frame, which is most simple and convenient, and reflects best the underlying symmetries, becomes singular, and the Lorentz transformation relating it to the regular frame of e.g. an observer freely falling into the black hole is singular — which is also one of the basic properties of a horizon. Thus the true Petrov type calculated on horizon can and does differ from the “boosted Petrov type”, which is the analogous characteristic calculated in the singular frame. Regularity is shown to allow both this difference and for the horizon to be an algebraically special surface.

The relation between true and boosted Petrov types on-horizon and off-horizon, which all can be different in general, is studied. The on-horizon mutual alignment of the principal null directions and the generator is investigated in detail. The study applies for all regular metrics, irrespective of the extremality of the horizon.

## Литература

- [1] I. V. Tanatarov, O. B. Zaslavskii. Dirty rotating black holes: Regularity conditions on stationary horizons, *Phys Rev D* **86**,



044019 (2012); arXiv:gr-qc/1206.2580.

- [2] I. V. Tanatarov, O. B. Zaslavskii. What happens to Petrov classification on horizons of axisymmetric dirty black holes, arXiv:gr-qc/1211.4376.

### **Circular restricted three-body problem in the mechanics of general relativity**

M. E. Abishev, B. A. Zhami, S. Toktarbay and Ye. K. Aimuratov  
*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

In this work we investigate the relativistic equation of translational motion of a test body in the field of two bodies in the mechanics of general relativity, corresponding to the circular restricted three-body problem. The calculations have been performed within the frame of adiabatic theory of motion in the mechanics of general relativity that developed by Abdildin M. M. [1, 2]. We based on the Lagrange function for N bodies [2, 3], which in our case takes a specific form. So, we can write the Hamilton function as:

$$\begin{aligned}
 H = & \frac{p^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m_2} - \gamma \left( \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_2|} + \frac{m_1 m}{|\vec{r}|} + \frac{m_2 m}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|} \right) \\
 & - \frac{1}{8c^2} \left( \frac{p^4}{2m^3} + \frac{p_2^4}{2m_2^3} \right) \\
 & + \frac{\gamma}{2c^2 |\vec{r}_2 - \vec{r}|} \left( 7\vec{p}\vec{p}_2 + \frac{(\vec{p}(\vec{r}_2 - \vec{r}))(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|} \right) \\
 & - \frac{3\gamma}{2c^2} \left( \frac{m}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_2|} \right) \frac{p_2^2}{m_2} \\
 & - \frac{3\gamma}{2c^2} \left( \frac{m_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} + \frac{m_1}{|\vec{r}|} \right) \frac{p^2}{m} \\
 & + \frac{\gamma^2}{c^2} m_1 m_2 m \left( \frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}|} + \frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_2 - \vec{r}|} + \frac{1}{|\vec{r}||\vec{r}_2 - \vec{r}|} \right) \\
 & + \frac{\gamma^2}{2c^2} \left( \frac{m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{|\vec{r}_2|^2} + \frac{m_1 m (m_1 + m)}{|\vec{r}|^2} + \frac{m_2 m (m_2 + m)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|^2} \right), \tag{1}
 \end{aligned}$$

where  $m_1$  and  $m_2$  are the masses of bodies,  $m$  is the mass of the test body where the first ones are more massive than the test body,  $\vec{p}_1$  and  $\vec{p}_2$  are the momenta of massive bodies,  $\vec{p}$  is the momentum of the test body,  $\vec{r}_2$  and  $\vec{r}$  are the radius vectors of the corresponding bodies,  $\gamma$  is the gravitational constant,  $c$  is the speed of light.

The evolutionary equations of motion have been investigated by the asymptotic methods of adiabatic theory, through the process of averaging the corresponding equations using the vector elements  $\vec{M}$  (the orbital moment) and  $\vec{A}$  (the Laplace vector), which give the possibility to formulate the orbital stability of the problem.

## Литература

- [1] М. М. Abdildin, *Mechanics of Einstein's theory of gravity*. - Alma-Ata: Press «Science», 1988, p. 199.
- [2] М. М. Abdildin, *Problem of body motion in GR* - Almaty: Press «Kazakh University», 2006, p. 135.
- [3] B.A. Brumberg, *Relativistic celestial mechanics* - М.: Press «Science», 1972, p. 382.

### **Derivation of the Post-Newtonian metric**

B. A. Zhami, Ye. K. Aimuratov and K. A. Boshkayev  
*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

Fock proposed in [1] a method to analyze Einstein's equations in the presence of matter and derive approximate solutions. This approach takes into account the internal properties of the gravitational source.

In this work we derived the Post-Newtonian metric using the Fock method. As a starting point we consider the Newtonian metric [3]. Then on the basis of the successive approximate method we define the perturbation functions from the Einstein equations. As a result we obtained the Post-Newtonian metric.

Chandrasekhar, in his work using the Fock method, obtained in Ref. [2] a solution similar to that of Abdildin [4, 5]. However, it is not

difficult to show that Chandrasekhar's solution is equivalent [6] to the solution which is given in Ref. [4, 5]. Therefore, the identification of the density, at the level of the energy-momentum tensor allows to calculate the corresponding metric functions that show the equivalence of the metrics.

## **Литература**

- [1] V. A. Fock, Theory of Space, Time and Gravitation (Pergamon Press, London, 1959).
- [2] S. Chandrasekhar, *Astrophys. J.* 142. 1488 (1965).
- [3] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields* (Butterworth-Heinemann Press, Oxford, 1975).
- [4] M. M. Abdildin, *Mechanis of Einstein Gravitation Theory* (Nauka, Alma-Ata, 1988).
- [5] M. M. Abdildin, *The Problem of Bodies Motion in General Relativity* (Kazakh University Press, Almaty, 2006).
- [6] K. Boshkayev, H. Quevedo and R. Ruffini, *Phys. Rev. D* 86, 064043 (2012).

## **Astrophysical implications of general relativistic white dwarfs**

Kuantay Boshkayev

*Al-Farabi Kazakh National University*

We present recent results on general relativistic uniformly rotating white dwarfs [1]. Namely, on the basis of the general relativistic Feynman-Metropolis-Teller theory for white dwarfs [2] we focus on the applications of the general relativistic uniformly rotating white dwarfs to several astrophysical phenomena related to the spin-up and spin-down stages, delayed gravitational collapse of super-Chandrasekhar white dwarfs, where we estimate the “spinning down” lifetime due to the magnetic dipole breaking. In addition we describe

the physical properties of Soft Gamma Repeaters and Anomalous X-Ray Pulsars (SGRs and AXPs) as massive fast rotating highly magnetized white dwarfs [3]. We describe one of the so-called low magnetic field magnetars SGR 0418+5729 as a massive fast rotating highly magnetized white dwarf. We give bounds for the mass, radius, moment of inertia, and magnetic field for these sources by requesting the stability of realistic general relativistic uniformly rotating configurations.

## Литература

- [1] K. Boshkayev, J. A. Rueda, R. Ruffini, I. Siutsou. *ApJ*, **762**, 117. 2013.
- [2] M. Rotondo, J. A. Rueda, R. Ruffini, S. Xue. *Phys.Rev.D*, **84**, 084007. 2011.
- [3] M. Malheiro, J. A. Rueda, R. Ruffini. *PASJ*, **64**, 56, 2012.

## Космологические решения на бране при заданных скалярных полях

Е. В. Шабанов

*Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия*

В работе [1] уравнение Фридмана было представлено через суперпотенциал  $W$ :

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2} W \left( 1 + \frac{W}{2\lambda_b} \right), \quad W(\phi) = V(\phi) + \frac{1}{2} U(\phi)^2, \\ U(\phi) = \dot{\phi} := \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

( $H$  — параметр Хаббла,  $M_p$  — планковская масса,  $\lambda_b$  — натяжение браны) и были найдены примеры точных решений для заданных эволюций скалярного поля: логарифмической, степенной и экспоненциальной. Кроме того, рассматривались некоторые специальные виды

уравнения Фрийдмана, связанные с в высоко-энергетическим пределом и гравитацией Эйнштейна – Гаусса – Бонне [1]:

$$H^2 = \frac{1}{6M_p^2\lambda_b} W^s, \quad s = 2, 2/3. \quad (2)$$

В настоящей работе представлены новые точные решения уравнения (2) для эволюций скалярного поля, рассматриваемых в космологии [2]:  $\phi = A \ln(\tanh(\lambda t))$ ,  $\phi = A \ln(\tan(\lambda t))$ ,  $\phi = A/\sinh(\lambda t)$ ,  $\phi = A \arctan(\exp(\lambda t))$ ,  $\phi = A \sin^{-1}(\lambda t)$ .

Например, для  $\phi = A \ln(\tanh(\lambda t))$

$$W = \exp\left(-\sqrt{\frac{3}{2\lambda_p}} \frac{1}{M_p} A^2 \lambda (\tan(\lambda t) + \cot(\lambda t))\right), \quad s = 2, \quad (3)$$

$$H = \sqrt{\frac{1}{6M_p^2\lambda_b}} \exp\left(-\sqrt{\frac{3}{2\lambda_p}} \frac{1}{M_p} A^2 \lambda (\tan(\lambda t) + \cot(\lambda t))\right), \quad s = 2, \quad (4)$$

$$V(\phi) = \exp\left(-\sqrt{\frac{3}{2\lambda_p}} \frac{1}{M_p} A^2 \lambda (2 \cosh(\phi/A))\right) - \frac{A^2 \lambda^2 (1 - \exp(\frac{\phi}{A}))^2}{\exp(\frac{2\phi}{A})}, \quad s = 2. \quad (5)$$

Автор признателен профессору С. В. Червону за консультации и обсуждение работы.

## Литература

- [1] С.В. Червон, М. Сами. Точные решения космологической инфляции на бране Рандалл–Седрум. Электронный научный журнал "ИССЛЕДОВАНО В РОССИИ", <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2009/088.pdf> 2009.
- [2] S.V. Chervon, I.V. Fomin, On Calculation of the Cosmological Parameters in Exact Models of Inflation. *Gravitation & Cosmology*, v.14, No.2, p. 163-167, 2008.

## Расчёт угла отклонения света в теории гравитации учитывающей квантовые поправки

А. В. Николаев

*Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия*

Для решения проблемы тёмной материи современные ученые предлагают различные решения. В одной из таких теорий этот эффект объясняется с помощью квантовых поправок к гравитации [1]. Авторам с её помощью удалось описать кривые вращения галактик, без привлечения CDM [2]. В рамках данной теории рассчитан угол отклонения света для галактики в вакууме. Новое выражение может быть использовано в формуле линзы для оценки эффектов гравитационного линзирования.

В пределе слабого поля, допустимо производить расчёт угла отклонения массивным полем с помощью следующей формулы

$$\psi = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{,b} \quad (1)$$

Из  $g_{00} = 1 + 2\Phi_{Newt}$  для теории учитывающей квантовые поправки [1]

$$\Phi = \frac{1}{2} \left( \left( 1 + 2\nu \ln \frac{r}{r_0} \right) g_{00} - 1 \right)$$

где  $r_0$  - видимый радиус галактики [3],  $\nu$  - константа. Подставляя в (1) получим выражение для угла отклонения в этой теории

$$\vec{\alpha} = \frac{4G_0M}{c^2b} + \frac{2\pi\nu}{c^2} - \frac{8G_0M\nu}{c^2b} - \frac{8\nu G_0M}{c^2b} \left( \ln \frac{b}{2r_0} + 1 \right) \quad (2)$$

таким образом имеем добавку

$$2\nu \left( \frac{\pi}{c^2} - \frac{4G_0M}{bc^2} \left( 2 + \ln \frac{b}{2r_0} \right) \right)$$

Величина поправки к стандартному выражению полученному в ОТО, достаточно мала, чтобы не противоречить результатам линзирования для звёзд (например солнца), но возможно, она достаточна

для того чтобы объяснить гравитационное линзирование на галактиках без привлечения CDM.

Выражаю благодарность профессору Червону С.В. за консультации и полезные обсуждения.

## Литература

- [1] Shapiro I. L., Sola J. S., Stefancic H., Running  $G$  and  $\Lambda$  at low energies from physics at  $M_X$ : possible cosmological and astrophysical implications, JHEP, Vol. 04 (2005).
- [2] Rodrigues D. C., Letelier P. S., Shapiro I. L., Galaxy rotation curves from general relativity with renormalization group corrections, JHEP, Vol. 04 (2010).
- [3] Shapiro I. L., Sola J. S., Scaling behavior of the cosmological constant: Interface between quantum field theory and cosmology, JHEP, Vol. 02 (2002).

## Модель солнечного ветра с учетом турбулентности плазмы и метод максимальной энтропии

П. П. Миронов, В. М. Журавлев

*Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия*

Рассматривается нестационарная математическая модель радиального течения плазмы за счет ее нагрева в окрестности хромосферы и нижней части короны Солнца (солнечный ветер), учитывающая кроме сил Архимеда и тяготения наличие случайных флуктуаций в потоке плазмы [1, 2]. Задача решается с помощью метода максимальной энтропии [3, 4, 5, 6, 7]. В основе подхода лежит метод Рейнольдса для усреднения по ансамблю случайно-возмущенных уравнений. Усредненная система имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x^j} \left( \bar{\rho} \bar{U}^i \bar{U}^j + \bar{\rho} \langle u^i u^j \rangle + \bar{U}^i \langle \rho' u^j \rangle + \bar{U}^j \langle \rho' u^i \rangle + \bar{P} \delta^{ij} \right) = -\bar{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x^i},$$

$$\frac{\partial}{\partial x^j} \left( \bar{\rho} \bar{U}^j + \langle \rho' u^{j'} \rangle \right) = 0,$$
$$\Delta \phi = 4\pi G \bar{\rho}, \quad \bar{P} = \langle P(\bar{\rho} + \rho') \rangle.$$

Здесь  $\bar{\rho}$  - усредненное значение плотности потока частиц солнечного ветра,  $\bar{U}^i$ ,  $\bar{U}^j$  - усредненные компоненты скорости потока частиц солнечного ветра,  $G$  - гравитационная постоянная. Последнее соотношение представляет собой усредненное уравнение состояния плазмы в солнечном ветре. Для данной модели вычислены замкнутые уравнения усредненной динамики и проанализированы условия устойчивости решений. Проведено сравнение с имеющимися данными о солнечном ветре.

## Литература

- [1] Акасофу С.И., Чапмен С. Солнечно-земная физика. М.: Мир, Т.1,2, 1974.
- [2] И.С. Веселовский. Солнечный ветер и гелиосферное магнитное поле. В Сб. Модель космоса. Т.1. Под ред. Ю.И. Логачева. Изд. М.: КДУ, 2007 с.
- [3] Журавлев В.М., Миронов П.П. Динамика случайно-возмущенной системы Вольтерра-Лотки и метод максимальной энтропии // Нелинейный мир. 2011. Т. 9. N 4. С. 201-212.
- [4] Журавлев В.М., Шляпин В.А. Принцип вторичного максимума энтропии и уравнения Рейнольдса в стохастической динамике одномерных нелинейных систем // Нелинейный мир. 2008. Т. 6. No. 7. С. 352-363.
- [5] Журавлев В.М. Турбулентность течений несжимаемой жидкости вблизи локального равновесия и принцип вторичного максимума энтропии // ЖТФ. 2009. N 1. С. 16-27.
- [6] Журавлев В.М., Шляпин В.А. Метод сопряженных функций в стохастической динамике одномерных нелинейных систем и



принцип вторичного максимума энтропии // Прикладная математика и механика. Ульяновск: УлГТУ. 2009. С. 72-88.

- [7] В.М. Журавлев, П.П. Миронов. Случайно-возмущенные динамические модели и метод максимальной энтропии // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия "Физико-математические науки". № 1 (30), 2013, С. 352-360.

### **Cosmological solutions of a scalar-tensor theory with non-universal couplings**

J. M. Alimi<sup>a</sup>, A. A. Golubtsova<sup>b</sup> and V. Reverdy<sup>a</sup>

(a) *Laboratoire de Univers et Théories (LUTh), Observatoire de Paris, Meudon, France*

(b) *Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia*

To solve modern cosmological problems it is necessary to revise the general relativity and make required modifications. The simplest generalizations of Einstein's theory of gravity are scalar-tensor theories. In [1] the AWE hypothesis within the framework of a scalar-tensor theory was suggested for a unified description of dark matter and dark energy based on a relaxation of the weak equivalence principle on large scales. The AWE hypothesis assumes that the invisible sector experiences the background spacetime with a different gravitational strength than the ordinary matter, which is formulated in terms of the non-universality of the couplings to gravity for the visible and invisible sectors.

Here we consider exact solutions of cosmological type for this model both in Jordan and Einstein frames, when the conformal couplings are given by reciprocal exponential functions. To obtain solutions we use the sigma-model approach presented [2, 3]. The form of coupling functions is motivated by two features: 1) in this case one can find solutions to the geodesic equations since the target space is a homogeneous space; 2) earlier it was shown in [1] that the cosmic acceleration in the Jordan frame requires inverse proportionality of the couplings.

We start from the flat FLWR ansatz for the metric. The analytical solutions in elliptical functions are obtained and the behavior of the scale factor in the Jordan frame is studied using numerical computations. For certain parameters the solutions can describe an accelerated expansion. An analytical approximation in exponential functions is derived.

We also show how to extend our approach for an anisotropic case.

## Литература

- [1] J.-M. Alimi and A. Fuzfa, The Abnormally Weighting Energy Hypothesis: the Missing Link between Dark Matter and Dark Energy, *JCAP*, 0809: 014, (2008).
- [2] A. A. Golubtsova and V.D. Ivaschchuk, Exact solutions in gravity with a sigma model source, *Gen. Relativ. Gravit.* **44**, 10, 2571-2594 (2012).
- [3] J.-M. Alimi, A.A. Golubtsova and V. Reverdy, Elliptic solutions of generalized Brans-Dicke gravity with a non-universal coupling, arXiv:1311.6384 [gr-qc].

## Космологическая динамика в обобщённой модифицированной гравитации

М. А. Скугорева

*Российский университет дружбы народов (Учебно-научный институт гравитации и космологии), Москва, Россия*

В этой работе рассмотрена космологическая динамика в обобщённой модифицированной гравитации с членом  $R \square R$ , добавленным в плотность лагранжиана  $R + R^N$ . Описано влияние слагаемого  $R \square R$  на известные решения модифицированной теории гравитации  $f(R)$ . Мы показываем, что в частном случае  $N = 3$ , обе поправки  $R^N$  и  $R \square R$  в лагранжиане одинаково важны для степенных решений. Эти решения и их характер устойчивости были изучены с помощью теории динамических систем. Некоторые результаты в случае  $N \neq 3$

(включая условие устойчивости решения де Ситтера в рассматриваемой модели) получены другими методами.

### **Модели индуцированной гравитации с потенциалами типа Хиггса и отрицательной космологической постоянной**

С. Ю. Вернов

*НИИ Ядерной Физики им. Д.В. Скобельцына  
Московского Государственного Университета им.  
М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Космологические модели с неминимально взаимодействующим скалярным полем являются объектом активных исследований. Идея описать инфляцию с помощью бозона Хиггса, предсказанного Стандартной моделью элементарных частиц, является ярким примером использования в космологии результатов физики элементарных частиц [1]. Анализ свойств данной модели, предусматривающей неминимальное взаимодействие гравитации с бозоном Хиггса, стал особенно актуален после открытия бозона Хиггса на Большом адронном коллайдере (CERN), а также получения данных астрофизических наблюдений с помощью установки PLANCK [2].

В моём докладе будут представлены результаты работы [3], в которой изучена динамика решений в модели с неминимально взаимодействующим скалярным полем, потенциалом типа Хиггса и отрицательной космологической постоянной. Показано, что динамика решений существенно меняется из-за появления недостижимой области значений поля и его первой производной, соответствующих чисто мнимым значениям параметра Хаббла. В этих моделях инфляционная стадия эволюции Вселенной переходит в квазициклический этап эволюции с колебаниями параметра Хаббла от положительных до отрицательных значений. В зависимости от начальных условий система может выполнять один или несколько циклов вокруг недостижимой области, прежде чем траектория коснётся границы этой области и уйдёт на бесконечность, при этом параметр Хаббла станет отрицательным навсегда. Таким образом, решения уравнений движе-

ния в моделях с потенциалом типа Хиггса и отрицательной космологической постоянной могут описывать циклическую Вселенную с последующим выходом на стадию сжатия. В докладе будет представлен случай индуцированной гравитации, описываемый действием со скаляром Риччи, умноженным на квадрат функции поля. Данный случай и его обобщение подробно рассмотрены в статье [3].

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №11-01-00894-а.

## Литература

- [1] F.L. Bezrukov and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **659**, 703 (2008), arXiv:0710.3755
- [2] F. Bezrukov, Class. Quantum Grav. **30**, 214001 (2013), arXiv:1307.0708
- [3] I.Ya. Aref'eva, N.V. Bulatov, R.V. Gorbachev, S.Yu. Vernov, *Non-minimally Coupled Cosmological Models with the Higgs-like Potentials and Negative Cosmological Constant*, Class. Quantum Grav. **31** (2014) to be published, arXiv:1206.2801

## Точные решения в космологических моделях с неминимально взаимодействующими скалярными полями

С. Ю. Вернов

*НИИ Ядерной Физики им. Д. В. Скобельцына  
Московского Государственного Университета им.  
М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Космологические модели с минимально и неминимально взаимодействующими скалярными полями активно исследуются в настоящее время и как инфляционные модели, и для описания тёмной энергии. Важную роль в космологических моделях играет система уравнений Фридмана, описывающая эволюцию Вселенной. Данная систе-

ма нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений оказывается интегрируемой только для очень небольшого числа потенциалов. Список интегрируемых космологических систем с минимально взаимодействующим скалярным полем представлен в статье [1]. В докладе будет показано, как из интегрируемой космологической модели с минимально взаимодействующим скалярным полем можно получить интегрируемую модель с неминимально взаимодействующим скалярным полем [2].

Часто для построения физически интересной космологической модели достаточно иметь частное решение уравнений Эйнштейна с требуемыми свойствами, такими как поведение параметра Хаббла и устойчивость решения. Для получения потенциала скалярного поля разрабатываются методы реконструкции. Одним из активно используемых методов реконструкции в моделях с минимально взаимодействующими скалярными полями является метод суперпотенциала. Ключевая особенность данного метода — то, что параметр Хаббла рассматривается как функция скалярного поля, позволяет восстанавливать потенциал скалярного поля без априорно заданного поведения параметра Хаббла как функции времени или масштабного фактора метрики Фридмана [3].

В докладе будут представлены результаты статьи [4], в которой метод суперпотенциала использован для реконструкции космологических моделей с неминимально взаимодействующим скалярным полем. В частности, будет представлена модель индуцированной гравитации с полиномиальным потенциалом шестой степени. Данная модель обладает точным решением с немонотонным поведением параметра Хаббла, асимптотически стремящимся к устойчивому решению де Ситтера [4, 5].

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Научной школы: НШ-3042.2014.2.

## Литература

- [1] P. Fré, A. Sagnotti, and A.S. Sorin, *Nucl. Phys. B* **877**, 1028–1106 (2013), arXiv:1307.1910.

- [2] A.Yu. Kamenshchik, E.O. Pozdeeva, A. Tronconi, G. Venturi, and S.Yu. Vernov, *Integrable cosmological models with non-minimally coupled scalar fields*, arXiv:1312.3540.
- [3] S.Yu. Vernov, *Theor. Math. Phys.* **155**, 544 (2008), arXiv:astro-ph/0612487.
- [4] A.Yu. Kamenshchik, A. Tronconi, G. Venturi, and S.Yu. Vernov, *Phys. Rev. D* **87**, 063503 (2013), arXiv:1211.6272.
- [5] E.O. Pozdeeva and S.Yu. Vernov, *Stable Exact Cosmological Solutions in Induced Gravity Models*, arXiv:1401.7550.

### Точные решения в нелокальной космологии

Е. О. Поздеева

*НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

Рассмотрены модели нелокальной гравитации [1], включающие функцию  $f(\square^{-1}R)$ , где  $\square$  - оператор Даламбера, а  $R$  — скалярная кривизна. Отметим, что данная комбинация является безразмерной, таким образом, подобная модификация гравитации не предполагает введение нового размерного параметра. Подробно подобные модели описаны в обзоре [2].

Алгоритм, позволяющий восстанавливать функцию  $f$  по заданному поведению параметра Хаббла, развит для локальной скалярно-тензорной формулировки данной модели [3]. С помощью данной процедуры получен явный вид модифицирующей функции  $f$ , для которой существуют решения уравнений гравитации с параметром Хаббла обратно пропорциональным времени:  $H = n/t$  (так называемое степенное решение,  $n$  — произвольное действительное число). Соответствующие решения найдены в явном виде. Показано, что для почти всех значений  $n$  модифицирующая функция  $f$  является суммой экспоненциальных функций. Отметим, что модели с функцией  $f$  в

виде суммы экспоненциальных функций также обладают решениями де Ситтера, т.е. решениями с постоянным параметром Хаббла [4].

В докладе будут представлены модифицирующие функции  $f$ , при которых гравитационные уравнения допускают как решения де Ситтера, так и степенное решение. Доклад основан на результатах работы [5] и последующих исследованиях.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Научной школы: НШ-3042.2014.2.

## Литература

- [1] S. Deser and R.P. Woodard, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 111301 (2007) [arXiv:0706.2151 [astro-ph]]
- [2] R.P. Woodard, arXiv:1401.0254 [astro-ph.CO]
- [3] S. Nojiri and S.D. Odintsov, *Phys. Lett. B* **659**, 821 (2008) [arXiv:0708.0924 [hep-th]].
- [4] E. Elizalde, E.O. Pozdeeva, and S.Yu. Vernov, *Phys. Rev. D* **85** 044002 (2012) [arXiv:1110.5806 [astro-ph.CO]]
- [5] E. Elizalde, E.O. Pozdeeva and S.Yu. Vernov, *Class. Quant. Grav.* **30**, 035002 (2013) [arXiv:1209.5957 [astro-ph.CO]].

### **Построение теории гравитации на базе изометрических вложений и структура лагранжиана такой теории**

А. А. Шейкин, С. А. Пастон

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
Санкт-Петербург, Россия*

Общая теория относительности позволяет описывать гравитацию в терминах геометрии пространства-времени. В качестве основной геометрической характеристики многообразия обычно берется метрика  $g_{\mu\nu}(x)$ . В силу того, что квантование метрики как физического поля сопряжено с известными трудностями, не лишены смысла

попытки построить теорию гравитации на базе какой-либо другой геометрической характеристики многообразия. В частности, взяв в качестве таких характеристик репер и связность, можно прийти к петлевой формулировке гравитации. Однако существуют и другие величины, в терминах которых может быть описано многообразие.

В 1975 году Редже и Тейтельбойм [1] предложили рассматривать наше 4-мерное многообразие как поверхность, вложенную в плоское 10-мерное объемлющее пространство. Метрика при этом становится индуцированной и может быть выражена через функцию вложения  $y^a(x^\mu)$ :  $g_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu y^a(x) \partial_\nu y^b(x) \eta_{ab}$ , где  $\eta_{ab}$  – метрика объемлющего пространства. Подставив это выражение для метрики в действие Эйнштейна-Гильберта и проварьировав по  $y^a$ , можно получить теорию, динамической переменной в которой является функция вложения  $y^a(x^\mu)$ . Уравнения поля в такой теории являются обобщением уравнений Эйнштейна:  $(G^{\mu\mu} - \kappa T^{\mu\nu}) b_{\mu\nu}^a = 0$ , где  $b_{\mu\nu}^a \equiv D_\mu \partial_\nu y^a$  – вторая квадратичная форма поверхности. Тензор Эйнштейна также может быть выражен через  $b_{\mu\nu}^a$  при помощи уравнения Гаусса.

Естественное появление плоского пространства-времени в такой теории может облегчить ее квантование. Тем не менее, в таком подходе мы все еще вынуждены вводить координаты на поверхности. Для полного избавления от координат в работе [2] было предложено следующее. Если определить в 10-мерном плоском пространстве набор из шести скалярных полей  $z^A(y^a)$ , то уравнения  $z^A = \text{const}$  зададут в этом пространстве семейство четырехмерных поверхностей. Поскольку из  $z^A$ , как и из  $y^a$ , можно сконструировать вторую квадратичную форму поверхности, то возможно переформулировать теорию вложения в форме теории поля в плоском объемлющем пространстве. В [2] такая теория была названа теорией разбиения.

Однако лагранжиан такой теории при полной эквивалентности с теорией вложения Редже-Тейтельбойма имеет достаточно неестественный с точки зрения теории поля вид; более того, он не является инвариантным относительно аналога диффеоморфизмов такой теории – преобразований  $z^A \rightarrow f^A(z)$ . В докладе будут обсуждаться возможные лагранжианы теории разбиения, их свойства и соответствующие им уравнения движения.



Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ N 11.38.660.2013 и фонда некоммерческих программ «Династия» (А. Ш.).

## Литература

- [1] T. Regge and C. Teitelboim, "General relativity à la string: a progress report," in *Proceedings of the First Marcel Grossmann Meeting, Trieste, Italy, 1975*, R. Ruffini, Ed., 1977, pp. 77-88.
- [2] С. А. Пастон, ТМФ, 169:2 (2011), 285-296.

### **Thin-shell Schwarzschild-Ellis wormhole stability analysis**

Alina Khaybullina, Ramil Izmailov

*M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics*

We investigate the stability regions of the thin-shells obtained by gluing the exterior Schwarzschild vacuum with two distinct classes of Ellis wormholes, one with zero and the other with nonzero total mass. Using the new concepts of thin-shell "mass" and of "external force" discovered recently by Garcia, Lobo and Visser, we shall apply their method to the explicit cases where some of the energy conditions in the bulk (on two sides) are violated. The stability regions are analyzed.

The method allows any two arbitrary spherically symmetric spacetimes to be glued together by cut and paste procedure. Thus, for the static and spherically symmetric spacetime, the single manifold  $M$  is obtained by gluing two bulk spherically symmetric spacetimes  $M_+$  and  $M_-$  at a timelike junction surface  $\Sigma$ , i.e., at  $f(r, \tau) = r - a(\tau) = 0$ . The surface stress-energy tensor may be written in terms of the surface energy density  $\sigma$  and the surface pressure  $P$  as  $S_{i,j} = \text{diag}(-\sigma, P, P)$ . GLV [1] work out the general conservation law

$$\frac{d(\sigma A)}{d\tau} + P \frac{dA}{d\tau} = \Xi A \dot{a}, \quad (1)$$

where  $\dot{a} = \frac{da}{d\tau}$ , the shell surface area  $A = 4\pi a^2$  and there is an entirely new term

$$\Xi = \frac{1}{4\pi a} \left[ \Phi'_+(a) \sqrt{1 - \frac{b_+(a)}{a} + \dot{a}^2} + \Phi'_-(a) \sqrt{1 - \frac{b_-(a)}{a} + \dot{a}^2} \right], \quad (2)$$

We shall employ the novel GLV formalism for investigating the stability regions of the linearly perturbed spherical motion of the thin-shell moving in the bulk spacetime. We want to address the stability of a thin shell obtained by gluing together a Schwarzschild black hole and an Ellis wormhole, both asymptotically flat, at some suitable "standard" coordinate radius. We shall consider both massless (special case of Class III) and massive (Class II) Ellis wormholes [2] respectively gluing them with the Schwarzschild vacuum exterior. In other words, the asymptotic masses on one side will be the Ellis mass and on the other side the Schwarzschild mass. The configuration is somewhat like a gravastar with exotic matter interior and a vacuum exterior (For different kinds of gravastars and their stabilities, see, e.g.). Thus it would be of interest to see what are the stable regions as determined by the joint effects of nonzero thin-shell mass as well as the new "external force" term discovered by GLV.

This work was supported by an internal grant of M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University on natural sciences field.

## Литература

- [1] Garcia, N.M., Lobo, F.S.N., Visser, M.: Phys. Rev. D 86, 044026 (2012).
- [2] A. Khaybullina, G. Akhtaryanova, R. Mingazova, D. Saha, R. Izmailov, IntJTheorPhys, V. 52 (2013).

## Расчет гравитационной энергии кротовой норы // типа Эллиса III

Р. Ф. Мингазова, Р. Н. Измаилов

*Международный научно-образовательный центр им. Я. Б.  
Зельдовича, Уфа, Россия*

*Башкирский государственный педагогический университет им.  
М. Акмуллы*

Гравитационной энергией называют разность энергии-массы и полной механической энергии. Известно, что в локальных источниках, обладающих статически сферической симметрией и удовлетворяющих энергетическим условиям, общая гравитационная энергия отрицательна. Естественен вопрос о том, как гравитационная энергия ведет себя при нарушении энергетических условий. Таким образом, будет нарушено одно или несколько энергетических условий, в частности, слабое энергетическое условие  $\rho > 0$  и / или изотропное энергетическое условие  $\rho + \rho_r \geq 0$ , где  $\rho$  - плотность энергии вещества и  $\rho_r$  - радиальное давление [1].

В работе будет рассмотрена симметричная метрика специального типа Эллиса класса III ( $G = c = 1$ )

$$d\tau^2 = -dt^2 + dl^2 + (l^2 + m^2) [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\psi^2]. \quad (1)$$

$$\phi(l) = \sqrt{2} \left[ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{l}{m} \right) \right] \quad (2)$$

где  $m > 0$ ,  $-\infty < l < \infty$  и горловина возникает при  $l = 0$  [2].

Рассмотрим представление гравитационной энергии (Линден-Белл, Бицак, Кац [3, 4]), определяемое следующей формулой:

$$E_G = \Omega_{WEC} - E_M \quad (3)$$

где  $E_M$  - это сумма различных видов энергии (энергия покоя, кинетическая энергия, внутренняя энергия и др.), определяемая через уравнение

$$E_M = \frac{1}{8\pi} \int_m^\infty \rho_\phi \sqrt{g_{rr}} \cdot 4\pi r^2 dr, \quad (4)$$

и  $\Omega_{WEC}$  - энергия-масса, описываемая уравнением

$$\Omega_{WEC} = \frac{1}{8\pi} \int_m^{\infty} \rho_{\phi} \cdot 4\pi r^2 dr. \quad (5)$$

Работа выполнена при поддержке гранта Ученого Совета БГПУ им. М.Акумуллы по естественно научному направлению.

## Литература

- [1] K.K. Nandi, Y.Z. Zhang, R.G. Cai and, A. Panchenko, Phys. Rev. D 79,024011 (2009);
- [2] A. Khaybullina, G. Akhtaryanova, R. Mingazova, D. Saha, R. Izmailov, IntJTheorPhys, V. 52 (2013)
- [3] D. Lynden-Bell, J. Katz and J. Bicak, Phys. Rev. D 75, 024040 (2007);
- [4] J. Katz, D. Lynden-Bell and J. Bicak, Class. Quant. Grav. 23, 9111 (2006)

## **Спектр релятивистского излучения электрических зарядов и диполей при их свободном падении в черную дыру**

А. А. Шацкий<sup>a</sup>, И. Д. Новиков<sup>a,b</sup>, Л. Н. Липатова<sup>a</sup>

(a) *Физический институт им. Лебедева РАН, Москва, Россия*

(b) *The Nielse Bohr International Academy, Copenhagen, Denmark*

Рассмотрено движение электрических зарядов и диполей, радиально и свободно падающих на черную дыру Шварцшильда. Обратным влиянием электромагнитных полей на черную дыру пренебрегаем. Диполь считаем точечной частицей, поэтому деформацией, связанной с воздействием на него приливных сил пренебрегаем. Найден спектр мощности электромагнитного излучения для этих мультиполей (монополя и диполя). Найдены различия в спектрах для разных

ориентаций падающего диполя. Разработан общий метод нахождения излучаемых мультипольных электромагнитных полей для свободно падающих в черную дыру мультиполей (в том числе и для мультиполей высших порядков - квадруполей и т.д.).

Полученное решение показало, что пики излучения находятся на частотах порядка  $c/r_g$  (здесь и далее  $c$  и  $r_g$  - скорость света и радиус горизонта событий соответственно). Так, например, в случае черной дыры в центре Млечного пути с массой  $M_{bh} \sim 106M_{\odot}$ , большая часть электромагнитной энергии диполя излучается на длинах волн  $\lambda_m \sim r_g \approx 106[km]$ . Такие волны технически невозможно зарегистрировать на Земле. Более того, даже для черной дыры с массой порядка массы Солнца максимум излучения приходится на длину волны порядка одного километра, что крайне затрудняет регистрацию таких волн. Поэтому мы также определили асимптотическое поведение электромагнитного спектра этого излучения на больших частотах.

Детальный анализ показал, что асимптотика плотности энергии излучения подчиняется степенному закону с показателем степени равным 2 и форма спектра имеет характерную форму. Детектирование такого спектра даст реальную возможность определить массу черной дыры новым независимым способом. Кроме этого, вероятно, также появится возможность определить по косвенным признакам некоторые свойства замагниченной материи, аккрецирующей на эту черную дыру.

## Литература

- [1] А. А. Шацкий, И. Д. Новиков, Л. Н. Липатова, Спектр релятивистского излучения электрических зарядов и диполей при их свободном падении в черную дыру, ЖЭТФ, т. 143, №6, 1048-1055, (2013).
- [2] А. А. Шацкий, И. Д. Новиков, Л. Н. Липатова, Новый метод определения массы черной дыры, Астрономический журнал, т. 91, №2, 87-95 (2014).

**b-дух для суперструны в формализме чистых спиноров**

И. В. Бахматов

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань,  
Россия*

В описании суперструны с помощью формализма чистых спиноров отсутствуют духи Фаддеева-Попова  $b$  и  $c$  как фундаментальные поля.  $b$ -дух может быть построен как составной оператор, удовлетворяющий соотношению  $\{Q, b\} = T$ , где  $Q$  – БРСТ-оператор и  $T$  – голоморфный тензор энергии-импульса [2]. Для суперструны в плоском и пустом пространстве-времени такой  $b$ -дух является голоморфным полем, однако для суперструны на произвольном пространственно-временном фоне он утрачивает свойство голоморфности, и удовлетворяет соотношению  $\bar{\partial}b = [Q, \Omega]$  для некоторого  $\Omega$ .

В работе [1] явный вид функции  $\Omega$  был получен для случая суперструн типа IIB в пространстве  $AdS_5 \times S^5$ , а в настоящей работе найден вид  $\Omega$  для суперструны в фоновом суперсимметричном поле Максвелла [3]. Предполагается, что результат этой работы будет полезен для понимания структуры  $b$ -духа для суперструны в пространстве с произвольными полями из спектра суперструн типа II. В свою очередь, это необходимо для последовательной формулировки струнной теории возмущений на произвольном пространственно-временном фоне, поскольку  $b$ -дух в явном виде возникает в петлевых струнных амплитудах, и их БРСТ-инвариантность обеспечивается свойством  $\bar{\partial}b = [Q, \Omega]$ .

Работа выполнена при поддержке гранта FAPESP 2011/00157-1.

**Литература**

- [1] N. Berkovits and L. Mazzucato, “Taming the  $b$  antighost with Ramond-Ramond flux”, Phys. Rev. D 13, 1313 (2013).
- [2] N. Berkovits, “Multiloop amplitudes and vanishing theorems using the pure spinor formalism for the superstring”, JHEP 0409 (2004) 047.

- [3] I. Bakhmatov and N. Berkovits, “Pure spinor b-ghost in a super-Maxwell background”, JHEP 1311 (2013) 214.

### **Effect of self-action in the wormhole spacetime**

A. A. Popov

*Kazan Federal University, Kazan, Russia*

The motion of a charged point-like object in a fixed background spacetime, is affected by the coupling between the object’s own charge, and the field that this charge induces. This coupling results in a self-force acting on the object. At leading order, the object’s acceleration due to this self-force (in the absence of non-gravitational external interactions) is proportional to  $q^2/M$ , where  $q$  and  $M$  denotes the object’s charge and mass, respectively. This leading order is obtained by treating the particle’s field as a linear perturbation over a fixed curved background spacetime. Analysis of the self-force in curved spacetime also has a practical motivation: one possible source for LISA - the planned spacebased gravitational wave detector, is a binary system with an extreme mass ratio, which inspirals toward coalescence. Here, the self-force is required for the calculation of the accurate orbital evolution of such systems. These orbits are needed in order to design templates for the gravitational waveforms of the emitted gravitational radiation.

In this work we review the procedure of renormalization of the self-potential for a scalar and electric point charge at rest in static curved spacetime. This procedure is suitable for the fields with arbitrary mass  $m$  and coupling of scalar field to the curvature of spacetime. The asymptotic behavior of self-potential is obtained in the limit the Compton wave length  $1/m$  of the massive fields is much smaller than the characteristic scale of curvature of the background gravitational field. The self-force is calculated in this limit. We also present a method that allows for the calculation of the self-force on the static electric charge in the long throat of the wormhole that is the region of spacetime

$$ds^2 = -dt^2 + d\rho^2 + r(\rho)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

where metric function  $r(\rho)$  is slowly varying

$$\varepsilon_{\text{wkb}} = L_*/L \ll 1,$$

where

$$L_*(\rho) = \frac{r(\rho)}{\sqrt{2\xi}},$$

and  $L$  is a characteristic scale of variation of  $r(\rho)$ :

$$\frac{1}{L(\rho)} = \max \left\{ \left| \frac{r'}{r} \right|, \left| \frac{r''}{r} \right|^{1/2}, \left| \frac{r'''}{r} \right|^{1/3}, \dots \right\}.$$

We have demonstrated that in the throat of wormhole with

$$r(\rho)^2 = r_0^2 + \frac{\rho^2}{1 + \frac{\rho_0^6}{r_0^4 \rho^2}},$$

( $r_0$  is radius of the throat,  $\rho_0$  is the parameter which describes the length of the throat and we assume  $r_0^2 \ll \rho_0^2$ ) the self-force can be both attractive and repulsive depending on the particle position. This means that the supposition about the attractive character of the self-force in the wormhole spacetime (N. Khusnutdinov and I. Bakhmatov, *Phys. Rev. D* **76** (2007), p. 124015) is not valid.

### **Космологическая модель с неминимальной кинетической связью**

Р. А. Абзалов, С. В. Сушков

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань,  
Россия*

В работе исследована космологическая модель с неминимальной кинетической связью скалярного поля с кривизной, а также идеальной двухкомпонентной жидкостью и космологической постоянной. Показано, что рассматриваемая модель хорошо описывает основные эпохи эволюции Вселенной, включая первичную инфляцию, радиационно-доминированную стадию, материально-доминированную стадию, и стадию современного ускоренного расширения (вторичную инфляцию).



## Точные регулярные решения в теории гравитации с неминимальной кинетической связью

Р. В. Королев, С. В. Сушков

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия*

Большинство феноменологических моделей в космологии представляют собой скалярно-тензорные теории. Особый интерес вызывают модели с неминимальной связью между производными скалярного поля и кривизной. Ряд работ посвящен исследованию статических решений в таких моделях, описывающих, например, кротовые норы (см. [1]) или черные дыры [1, 3].

В нашей работе рассматривается теория гравитации с действием

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g} \left\{ \frac{R}{8\pi} - \varepsilon (g_{\mu\nu} + \eta G_{\mu\nu}) \phi^{;\mu} \phi^{;\nu} \right\}, \quad (1)$$

где  $\phi$  - безмассовое скалярное поле,  $\eta$  - параметр, отвечающий за величину неминимальной связи,  $g_{\mu\nu}$  - метрика пространства-времени,  $g = \det(g_{\mu\nu})$ ,  $R$  - скалярная кривизна и  $G_{\mu\nu}$  - тензор Эйнштейна. Число  $\varepsilon$  определяет знак кинетической энергии скалярного поля. Выбор  $\varepsilon = -1$  приводит к теории с фантомным скалярным полем, обладающим отрицательным кинетическим членом. Для канонического скалярного поля с положительной кинетической энергией мы должны положить  $\varepsilon = 1$ .

Работа выполнена при поддержке фонда «Династия».

## Литература

- [1] S.V. Sushkov, R. Korolev, *Class. Quant. Grav.* **29(8)**, 085008 (2012).
- [2] M. Rinaldi, *Phys. Rev. D* **86** 084048, (2012).
- [3] M. Minamitsuji, arXiv:1312.3759v1 [gr-qc] (2013).

### Скалярные мультикратовые норы

А. И. Егоров, П. Е. Кашаргин, С. В. Сушков

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань,  
Россия*

Кратовыми норами в физической литературе называют туннели, связывающие удаленные области Вселенной или соединяющие различные вселенные. В общей теории относительности известны решения уравнений Эйнштейна, которые интерпретируются как гравитационное поле, создаваемое двумя и более точечными массами [1]. В нашей работе построено решение, описывающее несколько кратовых нор в теории гравитации со скалярным полем.

В работе использован следующий подход. Рассматривается решение, описывающее сферически симметричную кратовую нору в теории гравитации со скалярным полем [2]

$$ds^2 = -dt^2 + [dr^2 + (r^2 + a^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)],$$

где  $r \in (-\infty, +\infty)$ ,  $m$ ,  $a$  — константы интегрирования. С помощью преобразований  $\rho(r, \theta) = \sqrt{r^2 + a^2} \sin \theta$ ,  $z(r, \theta) = r \cos \theta$  решение перепишется в осесимметричную вейлеву систему координат

$$ds^2 = -e^{2\lambda} dt^2 + e^{2(\nu-\lambda)} [d\rho^2 + dz^2] + \rho^2 e^{-2\lambda} d\varphi^2,$$

где  $\nu$  и  $\lambda$  — функции переменных  $\rho$  и  $z$ . Затем в этой системе координат центр координат сдвигается по оси  $z$  с помощью замены  $z \rightarrow z - z_i$ . Таким образом получается поле кратовой норы, расположенной в точке  $z_i$ . Так как в метрике Вейля уравнения на функцию  $\lambda$  линейно, значит решение для  $n$  кратовых нор можно получить из принципа суперпозиции, складывая гравитационные потенциалы решений, находящихся в точках  $z_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Далее, по суперпозированному значению  $\lambda$  можно найти отвечающую ему функцию  $\nu$ , то есть получить новое решение уравнений, описывающее суперпозицию  $n$  кратовых нор, расположенных вдоль оси  $z$ . Пространство-время мультикратовых нор имеет сложную топологическую структуру, в частности оно обладает  $2^n$  различными асимптотически плоскими областями.

## Литература

- [1] Exact solutions of Einstein's field equations. Stephani H., Kramer D., Maccallum M., Hoenselaers C., Herlt E. (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press. 2009. 732p.
- [2] Bronnikov K.A., Scalar-tensor theory and scalar charge. Acta Physica Polonica B. 1973. Vol. 4. P.251.

### **Dynamo-optical phenomena in Einstein-Maxwell-axion theory**

Timur Alpin

*Kazan Federal University, Kazan, Russia*

A self-consistent Einstein-Maxwell-axion model is formulated for the case when the motion of the medium is characterized by non-vanishing expansion, acceleration, shear and vorticity (in [1] we considered the same model without axion field). The model is based on the decomposition of the Lagrangian with respect to the irreducible set of invariants, quadratic in the Maxwell tensor, linear in pseudo-scalar of axion field and it's covariant derivative (following [2]), and also linear in the covariant derivative of the velocity four-vector of the medium as whole.

The modified evolutionary equations are obtained, which describe the influence of irregularity of the medium motion on the electromagnetic, axion and gravitational fields. We applied the non-minimal Einstein-Maxwell-axion model to the case of *pp-wave* symmetry of system and obtained a dependence of electric and magnetic fields on retarded time. We have shown the possibility of anomalous growth of of electric and magnetic fields.

## Литература

- [1] Alpin T.Yu. and Balakin A.B., Gravit. Cosmol. **12** (2006) 307.
- [2] A. B. Balakin, W.-T. Ni, Class. Quantum Grav. **27** (2010) 055003.

## **Стрикционные эффекты, индуцированные тёмной энергией**

Н. Н. Долбилова

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань,  
Россия*

Рассмотрена модель взаимодействия электродинамической системы с космической темной энергией, основанная на введении в лагранжиан нового кросс-инварианта, квадратичного по тензору Максвелла и линейного по тензору давления темной энергии. Основываясь на аналогии с классической электродинамикой сплошных сред [1], мы полагаем, что эта часть лагранжиана описывает явления электрострикции и/или магнестрикции. Получены расширенные уравнения электромагнитного и гравитационного полей, исследована структура тензора линейного отклика среды, рассмотрены космологические приложения модели. В рамках изотропной однородной космологической модели исследованы особенности эффективного показателя преломления среды, фазовой и групповой скорости электромагнитных волн в среде, подверженной электрострикционным и магнестрикционным воздействиям со стороны темной энергии, - как функций космологического времени. Проанализированы условия возникновения так называемых неосвещенных (темных) эпох в истории Вселенной, в течение которых квадрат эффективного показателя преломления оказывается отрицательным. В качестве примеров рассмотрены три варианта поведения давления темной энергии, полученные в рамках  $\Lambda$ CDM - модели, модели темной энергии с эффективным уравнением состояния, зависящим от времени, а также модели Архимедового взаимодействия между темной энергией и темной материей [2].

### **Литература**

- [1] A.V. Balakin, *Gravitation and Cosmology*, 13, 163 (2007).
- [2] A.V. Balakin, V.V. Bochkarev and J.P.S. Lemos, *Phys. Rev. D*, 85, 064015 (2012).

### **On Schwarzschild superspace**

A. V. Aminova, M. Kh. Lyulinskiy

*Department of Relativity Theory and Gravity, Kazan Federal University*

Modern theoretical physics often use geometric spaces with exotic features as an arena of action. Most of all, this is due to the success of particle physics, where the methods of Clifford algebras are applied. In this case it is possible to bring to the study of physical phenomena powerful mathematical tools. The theory of supermanifolds is related with the concept of supersymmetry developed in fundamental works of Gol'dman and Lichtman, Volkov and Akulov, Wess and Zumino. The supersymmetry relates space-time symmetries and internal symmetries. It is the basis of new theory of gravity – supergravity as well as superstring theory, which is a candidate for a unified theory of all the fundamental interactions. This work is devoted to the construction of supersymmetric cosmological models in the framework of a consistent supersymmetric approach developed in the works of A. V. Aminova and S. V. Mochalov.

Consistent approach to the supersymmetric theory of gravity means that the supergeometry is defined by supersymmetry properties. This approach requires the development of group-invariant methods of supergravity. In this direction we not only have almost no concrete results, but the very principles that should guide the relationship between supersymmetry and supergeometry were not clearly formulated. The first steps in this direction were made in [4]. The given work continues that line. We regard supersymmetry as an automorphism of a supergeometric structure, in particular, as infinitesimal supertransformation preserving a metric of a superspace. The metric is defined as an invariant of a Lie supergroup of supertransformations in the spirit of Kleyn's program, the idea of which is to consider the symmetry, or a group of transformations as a basis for determining the geometry of space. In this paper supergroup-invariant methods are applied to the physically significant case of a spherically symmetric world. The supersymmetric generalization of spherically

symmetric world was obtained. We consider the important case of supersymmetric Schwarzschild space defined by the equation  $Ric = 0$ . With [5] we considered supergeodesical curve in Schwarzschild space.

## Литература

- [1] F. A. Berezin, The method of second quantization. - Moscow: Nauka, 1965.
- [2] V. P. Akulov, D. V. Volkov, "On Riemannian superspaces of minimal dimension", TMP, 1979, v. 41, no. 2, 147–151.
- [3] D. A. Leites, "Introduction to the theory of supermanifolds", UMN, 1980, v. 35, no. 1 (211).
- [4] A. V. Aminova, S. V. Mochalov, "Metric of the Minkowski superspace as an invariant of the Poincare supergroup", Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat., 1994, no. 3, 10–16.
- [5] O. Goertsches, "Riemannian Supergeometry", arXiv: math/0604143v1 .

### The classical motion of the test particles in the space–time of static cylindrically symmetric wormhole $WhCR^e$

A. V. Aminova, P. I. Chumarov

*Department of Relativity Theory and Gravity, Kazan Federal University*

We study the exact static cylindrically symmetric solutions in 6–d Kaluza–Klein theory. The general static cylindrically symmetric metric can be written as [1]

$$ds^2 = e^{2\gamma(u)} dt^2 - e^{2(\gamma(u)+\beta(u)+\xi(u))} du^2 - e^{2\xi(u)} dz^2 - e^{2\beta(u)} d\phi^2, \quad (1)$$

where  $u$  is an arbitrary cylindrical radial coordinate,  $z \in (-\infty, +\infty)$  is the longitudinal coordinate, and  $\phi \in [0, 2\pi]$  is the angular coordinate. Following K. Bronnikov and J. Lemos [1] we make the definition:

**Definition 1** We say that the metric (1) describes a cylindrically symmetric wormhole if the “circle radius”  $R(u) := e^{\beta(u)}$  has a minimum  $R(u_0) > 0$  at some point  $u = u_0$  and for all possible values of  $u$  the metric functions  $\beta(u)$ ,  $\gamma(u)$ ,  $\xi(u)$  in (1) are smooth and finite. The throat of a cylindrically symmetric wormhole with metric (1) is a hypersurface defined by the equation  $u = u_0$ .

In [2] we constructed static cylindrically symmetric solutions in 6-dimensional Kaluza–Klein theory with two gauge fields  $A_\mu$ ,  $B_\mu$ , one scalar field  $\chi$  and dilaton field  $\psi$  as source. After reducing to the four-dimensional effective theory, we obtain the action, consisting of Einstein–Poincaré action, two gauge field actions, scalar and dilaton field actions. In the case of radial gauge fields we found three types of static cylindrically symmetric wormholes: WhCR<sup>e,m</sup> with nonzero electric and magnetic charges, WhCR<sup>e</sup> with nonzero electric charge and WhCR<sup>m</sup> with nonzero magnetic charge. For longitudinal gauge fields was found nine types of dyonic wormholes WhCL<sup>k|e;j|m</sup>,  $k, j = 1, 2, 3$  in the case of nonzero electric and magnetic charges as well as the wormhole WhCL<sup>3|e</sup> with nonzero electric charge and the wormhole WhCL<sup>3|m</sup> with nonzero magnetic charge. We considered the wormhole solution of the type WhCR<sup>e</sup>. The corresponding metric with a special choice of parameters is given by

$$\begin{aligned}
 ds^2 = \tilde{k}_e \Lambda_e(u) & \left( \frac{\tilde{k}_e^{-2} dt^2}{\Lambda_e^2(u)} - e^{2(a+b)u} du^2 - e^{2bu} dz^2 - e^{2au} d\phi^2 \right), \\
 4ab = h_e^2, \quad & 0 < 4|a| < h_e, \\
 \tilde{k}_e = \sqrt{2|q_e|}, \quad & \Lambda_e = \sqrt{\cosh h_e u}, \quad h_e q_e \neq 0,
 \end{aligned} \tag{2}$$

here  $h_e > 0$ ,  $q_e := Q_e/h_e$ ,  $a$ ,  $b$  are constants, the constant  $Q_e$  is the electric charge in dimensionless units,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  and if  $a > 0$  ( $a < 0$ ) then  $b > 4a$  ( $b < 4a$ ).

Using the Lagrangian formulation of classical mechanics, we obtained the the equation of motion of uncharged test particle, moving along time-like or null geodesics in the space–time (2). It was shown that for the uncharged test point particles radial finite motion is impossible.

In the case of motion on hypersurface  $z = \text{const}$  we conclude the difference of behaviour of the particles with extremely large values (positive or negative) of  $u$ , depending to the sign of  $a$ . If  $a > 0$  the particles with total energy  $\tilde{E}$ , angular momentum  $L_2$  and initial coordinate  $\phi_0$  can only moving on asymptotically spiral trajectories. If  $a < 0$ , the particles move radially when  $u \rightarrow \pm\infty$ .

The motion on hypersurface  $\phi = \text{const}$  also depends of the sign of  $a$ . If  $a > 0$ , the motion of particle is infinite for  $u \rightarrow +\infty$  and it is finite if  $u \rightarrow -\infty$ ; and vice versa, if  $a < 0$ .

## Литература

- [1] K. A. Bronnikov and J. P. S. Lemos, Phys. Rev. D **79**, 104019 (2009).
- [2] A. V. Aminova and P. I. Chumarov, Phys. Rev. D **88**, 044005 (2013).

## Электромагнитные волны в аксионно-активной релятивистской плазме

А. Е. Заяц

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань,  
Россия*

В настоящей работе исследуется процесс распространения электромагнитных волн в бесстолкновительной релятивистской плазме на фоне глобального аксионного поля, величина которого меняется со временем. Показано, что аксионное поле влияет только на распространение поперечных волн, характер которого теперь зависит от направления вращения плоскости поляризации. В частности, волны с одним направлением вращения плоскости поляризации распространяются без затухания, в то время как для волн, имеющих противоположное направление вращения плоскости поляризации, плазма непрозрачна в коротковолновой области.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-02-00598.





**МЕЖДУНАРОДНАЯ ЗИМНЯЯ ШКОЛА-СЕМИНАР  
ПО ГРАВИТАЦИИ, АСТРОФИЗИКЕ И КОСМОЛОГИИ  
ПЕТРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ - 2014**

Аннотации лекций. Тезисы докладов.

Макет и дизайн обложки: А. Е. Заяц

---

Форм.  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ . Гарнитура AntiquaPSCyr.  
Усл. печ. л. 2,79. Тираж 60 экз.





Форм. 60x84 1/16. Гарнитура AntiquaPSCyr.  
Усл. печ. л. 2,79. Тираж 60 экз.