

ӘЛ – ФАРАБИ атындағы ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Қ.С. Жилисбаева

ҒАРЫШТЫҚ ҰШУ
ДИНАМИКАСЫ
ЕСЕПТЕРІН ШЫҒАРУ

Оқу-әдістемелік құралы

Алматы

«Қазақ университеті»

2015

УДК 629.19 521.1

6Т5.2

Б20

Механика-математика факультетінің
Ғылыми Кеңесі ұсынды және
әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университетінің РОӘК
бекітті

Пікір беруші:

физика-математика ғылымының докторы, профессор
А.А. Беков

Жилисбаева Қ.С.

Б20 Ғарыштық ұшу динамикасы есептерін шығару: Оқу-әдістемелік құралы. – Алматы: Қазақ университеті, 2015. 114 б.

Ғарыштық ұшу динамикасы, баллистика пәндерінің оқу бағдарламасын негізге ала отырып теориялық мағлұматтар, есептерді шығару тәсілдері беріліп, әрбір тақырып бойынша мысалдар мен студенттердің өз беттерімен орындауларына арналған есептер және өз білімдерін тексеруге арналған сұрақтар мен тесттер келтірілген. Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті механика-математика факультетінде оқылатын арнайы курс негізінде дайындалған және «Механика», «Ғарыштық техника және технологиялар», тағы да басқа техникалық мамандытарында оқитын студенттер мен магистранттарға арналған. Сонымен қатар баллистика, ғарыштық ұшу динамикасы, космодинамика пәндерін өз бетінше үйренгісі келетін оқырмандардың да қажетіне жарайды.

МАЗМҰНЫ

КІРІСПЕ	5
1. Ғарыштық ұшу динамикасының негіздері	7
1.1. Координаталар жүйелері	7
1.2. Бір координаталар жүйесінен екінші координаталар жүйесіне көшу	10
1.3. Экваториалдық координаталар жүйесінен көлденең координаталар жүйесіне көшу	10
1.4. Көлденең координаталар жүйесінен экваториалдық координаталар жүйесіне ауысу	12
1.5. Экваториалдық координаталар жүйесінен эклиптикалық координаталар жүйесіне ауысу	13
1.6. Эклиптикалық координаталар жүйесінен экваториалдық координаталар жүйесіне ауысу	14
1.7. Экваториалдық координаталар жүйесінен галактикалық координаталар жүйесіне ауысу	15
1.8. Жердің пішіні мен гравитациялық өрісі	17
1.9. Әлемдік тартылыс заңы	20
1.10. Есеп шығару мысалдары	23
2. Ғарыштық аппараттың ұйытқымаған орбиталдық қозғалысы	36
2.1. Ғарыштық аппараттың ұйытқымаған қозғалысының теңдеулері және бірінші интегралдары	36
2.2. Орбита теңдеуі мен орбита элементтері	38
2.3. Ғарыштық аппараттың жылдамдығы мен оның құраушылары	42
2.4. Орбита түрлері мен негізгі қатынастар	45
2.5. Есеп шығару мысалдары	48
3. Ғарыштық аппараттың ұшу уақыты	59
3.1. Ғарыштық аппараттың перицентрден кез келген нүктеге дейінгі ұшу уақыты	59
3.2. Кез келген екі нүкте арасындағы ұшу уақыты	62
3.3. Есеп шығару мысалдары	65
4. Қозғалыстың берілген шарттары бойынша ұйытқымаған орбитаны анықтау	69
4.1. ҒА-ң бастапқы орны мен жылдамдығы бойынша орбитаны анықтау	69
4.2. ҒА-ң екі бекітілген орны мен фокальдық параметрі бойынша орбитаны анықтау	72
4.3. ҒА-ң екі бекітілген орны бойынша орбитаның элементтерін табу	75
5. Жаттығу есептері	79

6. Тесттер	84
Әдебиеттер	107
Қосымша	108

КІРІСПЕ

Қазіргі замандағы ғарышты игеру, ғарыштық зерттеулер жетістіктері мен мүмкіншіліктеріне, ғарышкерліктің мәселелеріне аса көңіл бөлінеді.

Ғарыштық ұшу динамикасы жасанды аспан денелерінің қозғалысын зерттейтін ғылым. Ғарышкерліктің дамуымен жасанды аспан денелерінің түрлері мен қызметтері, олардың қозғалысын зерттеу, бағдарлау және басқару әдістеріде өзгеріп және көбейіп жатыр.

Ғарыштық ұшу динамикасы табиғи құбылыстарды зерттеп, анықтап, жасанды аспан денелерінің қозғалысын тартылыс күшінің әсерінен басқа күштердің де әсерін ескеріп зерттейді және олардың қозғалысын болжайды, бағдарлайды, басқарады, оның әр түрлі орбиталарын қарастырып, тиімді қозғалысын, планетадан ұшуды және планетаға қонуды қамтамасыз етеді.

Ғарыштық ұшу динамикасының мәселері көп салалы. Олардың негізгі екі бөлімі – жасанды аспан денелерін шекті массалы материалдық нүкте деп қарастырыратын және қатты дене ретінде зерттейтін ғарыштық зерттеулер бағыттары. Осы оқу-әдістемелік құралында ғарыштық аппаратты шекті массалы материалдық нүкте деп екі дене мәселесі қарастырылады.

Практикалық есептерді жүйелі шығару теориялық материалды терең ұғып түсінуге көп ықпал етеді. Сондықтан оқу-әдістемелік құралы жоғары оқу орындарындағы техникалық бағытта білім алып жатқан студенттерге арналған. Оларға жеңілдік ретінде алдымен теориялық материалдар қысқаша, бірақ кеңінен берілген. Осы оқу-әдістемелік құралында негізгі алты бөлімнен және қосымшадан құралады. Негізгі бөлімдерде ғарыштық ұшу динамикасының негіздері, ғарыштық аппараттың ұйытқымаған орбиталдық қозғалысы, ғарыштық аппараттың ұшу уақытын есептеу әдістері, қозғалыстың берілген шарттары бойынша ұйытқымаған орбитаны анықтау тәсілдері туралы мәліметтер берілген. Барлық бөлімдердің соңында есептерді шығару мысалдары мен сұрақтар келтірілген. Алған білімді тексеру мақсатында соңғы екі бөлімдерінде тесттер мен жаттығу есептері берілген. Есептер мен мысалдар шет елдік оқулықтардан, монографиялардан және мақалалардан алынған. Кейбір есептерді

автор құрастыған. Автордың мақсаты қазақша оқитын студенттерге арналған ғарыштық ұшу динамикасынан есеп шығару туралы оқу-әдістемелік құралын қазақ тілінде шығару.

Қосымшада есептерді шешу үшін қажет анықтама материалдар (Күн жүйесі планеталарының параметрлері, планеталардың әсер ету сфераларының радиустары, Кәлидің талдауы кестелері және тригонометриялық функцияларының қасиеттері туралы мәліметтер) келтірілген.

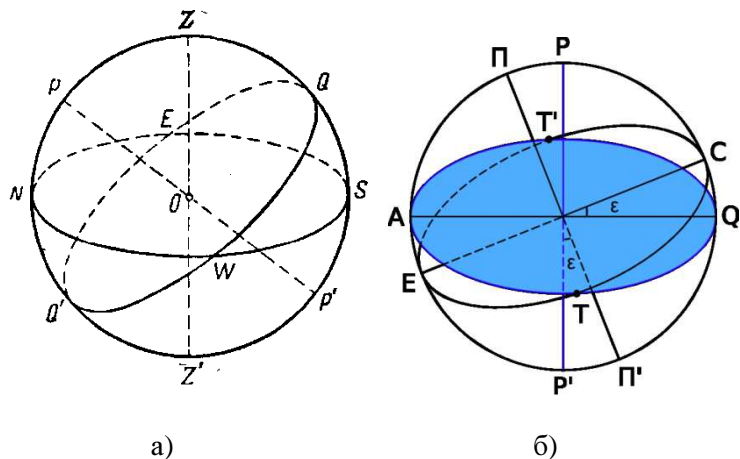
Оқу-әдістемелік құралдың мақсаты – студенттердің ғарыштық ұшу динамикасы бойынша алған білімін баянды ету, ғарыштық аппараттың қозғалыс теңдеулерін құрып, шешу әдістері мен амалдарын таңдау, есептерді шешу дағдысын қалыптастыру. Алған білімді тексеру мақсатында тесттер берілген. Қосымшада есептерді шешу үшін қажет анықтама материалдар берілген.

Ұсынылып отырған оқу-әдістемелік құралы ғарыштық ұшу динамикасы, баллистика есептерін шығаруды өз бетінше үйренгісі келетін оқырмандардың да қажетіне жарайды.

1. ҒАРЫШТЫҚ ҰШУ ДИНАМИКАСЫНЫҢ НЕГІЗДЕРІ

1.1 Координаталар жүйелері

Келесі суреттерде маңызды координаталар жүйелері көрсетілген.



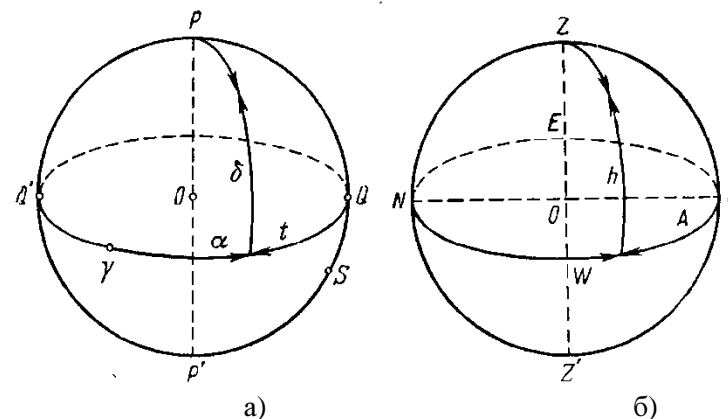
1.1-сурет. Аспан сферасының сызықтары мен нүктелері

Суретте келесі белгілеулер еңгізілген:

P, P' – әлем полюсі; T, T' – күн мен түн тенелуінің нүктелері; E, C – күн тоқыраудың нүктелері; Π, Π' – эклиптика полюсі; PP' – әлем өсі; $\Pi\Pi'$ – эклиптика өсі; $ATQT'$ – аспан экваторы; $ETCT'$ – эклиптика; ZZ' – тік (вертикал) сызық; S – оңтүстік нүктесі; N – солтүстік нүктесі; Z және Z' – тас төбе және надир; N, E, S, W – бас көкжиек нүктелері.

Есепке байланысты аспан сферасының орталығы:

- бақылаушы орналасқан планета бетінде (топоцентрлік аспан сферасы),
- Жердің центрінде (геоцентрлік аспан сферасы),
- Күннің центрінде (гелиоцентрлік аспан сферасы),
- планетаның центрінде (планетоцентрлік аспан сферасы),
- кеңістіктің кез келген нүктесінде орналасуы мүмкін.



1.2-сурет. Экваторлық және көлденең координаталар жүйелері

Экваторлық координаталар жүйесінде (а) негізгі жазықтық – экваторлық жазықтық. Дененің орны екі сфералық координаталарымен беріледі:

δ – еңкею (сирек ρ – полярлық қашықтық) және t – сағаттық бұрыш.

Олардың өзгеру аймақтары:

$0^\circ < \delta < +90^\circ$ солтүстік полюске қарай өзгереді;

$0^\circ < \delta < -90^\circ$ оңтүстік полюске қарай өзгереді;

$0^\circ < \rho < 180^\circ$ солтүстік полюстен оңтүстік полюске қарай өзгереді;

$0^\circ < t < 360^\circ$ (градуспен), немесе $0h < t < 24h$ (сағатпен) өлшенеді;

$0^\circ < t < +180^\circ$ ($0h < t < +12h$) батысқа қарай өзгереді;

$0^\circ < t < -180^\circ$ ($0h < t < -12h$) шығысқа қарай өзгереді;

δ – еңкею (сирек ρ – полярлық қашықтық) және α – тік өрлеу.

$0^\circ < \alpha < 360^\circ$ (градуспен) немесе $0h < \alpha < 24h$ (сағатпен) өлшенеді.

δ – доға бойымен градус, минут және секундпен өлшенеді, оң бағыт – экватордан солтүстікке қарай, теріс бағыт – экватордан

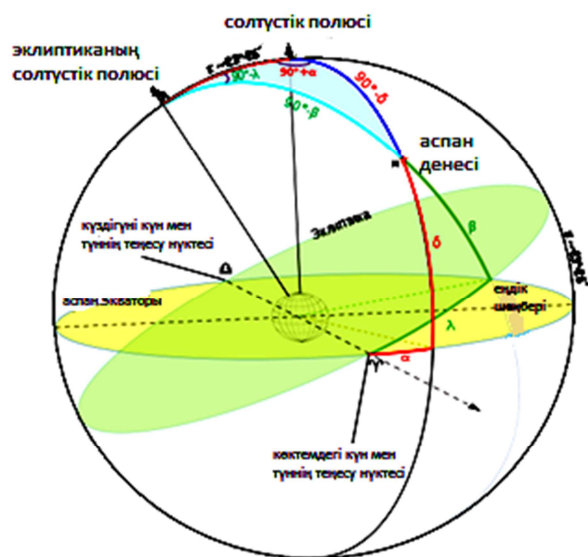
оңтүстікке қарай. Экваторда $\delta = 0$, солтүстік полюсте $\delta = +90^\circ$, оңтүстік полюсте $\delta = -90^\circ$.

Көлденең координаталар жүйесінде (б) негізгі жазықтық – көкжиек жазықтығы. Дененің орны екі бұрышпен (доғамен) беріледі:

h – биіктік (аспан денесінің орнынан көкжиек жазықтығына дейінгі бұрыштық арақашықтық), A – азимут (оңтүстік нүктесінен математикалық көкжиек бойымен батысқа қарай аспан денесінің көкжиекке проекциясына дейін өлшенетін доға).

Олардың өзгеру аймақтары:

$$-90^\circ < h < +90^\circ, 0^\circ < A < 360^\circ.$$



1.3-сурет. Эклиптиктық координаталар жүйесі

Негізгі жазықтық – эклиптика жазықтығы. Дененің орны екі бұрышпен (доғамен) беріледі:

β – эклиптикалық еңдік, λ – эклиптикалық бойлық.

Олардың өзгеру аймақтары:

$0^\circ < \beta < +90^\circ$ эклиптиканың солтүстік полюсіне қарай өзгереді;

$0^\circ < \lambda < -90^\circ$ эклиптиканың оңтүстік полюсіне қарай өзгереді.

1.2 Бір координаталар жүйесінен екінші координаталар жүйесіне көшу

Бір ξ, η, ζ координаталар жүйесінен екінші x, y, z координаталар жүйесіне көшу үшін келесі бұрылу матрицалар арқылы орындалады

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} \bar{l}_x \cdot \bar{l}_\xi & \bar{l}_x \cdot \bar{l}_\eta & \bar{l}_x \cdot \bar{l}_\zeta \\ \bar{l}_y \cdot \bar{l}_\xi & \bar{l}_y \cdot \bar{l}_\eta & \bar{l}_y \cdot \bar{l}_\zeta \\ \bar{l}_z \cdot \bar{l}_\xi & \bar{l}_z \cdot \bar{l}_\eta & \bar{l}_z \cdot \bar{l}_\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{pmatrix}. \quad (1.2.1)$$

Егер q_x, q_y, q_z және q_ξ, q_η, q_ζ \bar{q} векторының компоненттері болса

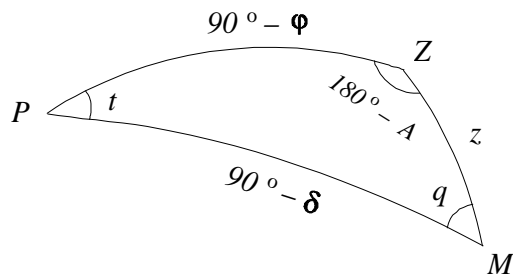
$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = \bar{R} \begin{pmatrix} q_\xi \\ q_\eta \\ q_\zeta \end{pmatrix} \quad (1.2.2)$$

Матрицалардың элементтерін сфералық тригонометрия ережелері бойынша табуға болады:

Матрицалардың элементтерін сфералық тригонометрия ережелері (косымша) бойынша табуға болады.

1.3 Экваториалдық координаталар жүйесінен көлденең координаталар жүйесіне көшу

Экваториалдық координаталар жүйесінен көлденең координаталар жүйесіне ауысу PZM (1.4-сурет) сфералық үшбұрышы арқылы орындалады. Мұнда келесі белгілеулер еңгізілген: Z – тас төбе (зенит) нүктесі, P – әлем полюсі, M нүктесінде шырақ орналасқан. Онда ZP аспан меридиан доғасы, ZM вертикал шеңбердің доғасы және PM сағаттық шеңбердің доғасы болады.



1.4-сурет. PZM сфералық үшбұрышы

Бақылау нүктесінің географиялық ендігі φ , шырақтың еңкеюі δ және тура өрлеу α берілсін. Орташа күн уақытының (жергілікті, белдеулік немесе декретті) бір берілген T мезетінде A азимуты мен z қашықтығын табу үшін, алдымен T уақыты бойынша жергілікті жұлдыз уақытын анықтап және $t = s - \alpha$ сағаттық бұрышты есептеп, A мен z келесі формулалар арқылы табуға болады:

$$\left. \begin{aligned} \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \\ \sin z \sin A &= \cos \delta \sin t \\ \sin z \cos A &= -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.1)$$

Сонымен қатар келесі формулаларды қолдануға болады:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} M &= \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t} \\ \operatorname{tg} A &= \frac{\cos M \operatorname{tg} t}{\sin(\varphi - M)} \\ \operatorname{tg} z &= \operatorname{tg}(\varphi - M) \sec A \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.2)$$

Егер $\operatorname{tg} M > 0$ болса, M -ң мәнін бірінші немесе үшінші

квадранттан алу керек, ал $\operatorname{tg} M < 0$ болса, екінші немесе үшінші квадранттан алады. Егер $0^\circ < t < 180^\circ$ болса, онда $0^\circ < A < 180^\circ$; ал $180^\circ < t < 360^\circ$ болса, $180^\circ < A < 360^\circ$. Барлық уақытта $0^\circ < z < 180^\circ$ болатының ескеру керек.

Есептеуді келесі қатынас арқылы тексереді

$$\frac{\cos \delta \cos t}{\sin z \cos A} = \frac{\cos M}{\sin(\varphi - M)}. \quad (1.3.3)$$

1.4 Көлденең координаталар жүйесінен экваториалдық координаталар жүйесіне ауысу

Бақылау нүктесінің географиялық ендігі φ , A азимуты және z қашықтығы берілсін (1.5-сурет). Егер жергілікті жұлдыз уақыты s ($\alpha = s - t$) белгілі болса, шырақтың еңкеюі δ , t сағаттық бұрышын және тура өрлеу α келесі қатынастардан табуға болады:

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \sin t &= \sin z \sin A, \\ \cos \delta \cos t &= \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos A, \\ \sin \delta &= \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A. \end{aligned} \right\} \quad (1.4.1)$$

Сонымен қатар келесі формулаларды қолдануға болады:

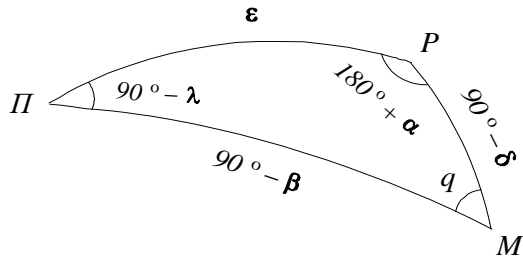
$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} M &= \operatorname{tg} z \cos A \\ \operatorname{tg} t &= \frac{\sin M \operatorname{tg} A}{\cos(\varphi - M)} \\ \operatorname{tg} \delta &= \operatorname{tg}(\varphi - M) \cos t \end{aligned} \right\}. \quad (1.4.2)$$

M мен t -ң квадранттарын алдындағы шарттар бойынша алады. Есептеуді келесі қатынас арқылы тексереді

$$\frac{\sin z \cos A}{\cos \delta \cos t} = \frac{\sin M}{\cos(\varphi - M)}. \quad (1.4.3)$$

1.5 Экваториалдық координаталар жүйесінен эклиптикалық координаталар жүйесіне ауысу

Экваториалдық координаталар жүйесінен эклиптикалық координаталар жүйесіне ауысу $PM\Pi$ (1.5-сурет) сфералық үшбұрышы арқылы орындалады. Мұнда келесі белгілеулер еңгізілген: P – әлем полюсы, Π – эклиптика полюсы, M нүктесінде шырақ орналасқан, $\Pi P = \varepsilon$ (ε – эклиптиканың экваторға еңкею бұрышы), $PM = \rho = 90^\circ - \delta$ (ρ – полярлық қашықтық), $PM = 90^\circ - \beta$ (β – шырақтың астрономиялық ендігі), $\angle P\Pi M = 90^\circ - \lambda$ (λ – шырақтың астрономиялық бойлығы), $\angle PPM = 90^\circ + \alpha$ (α – шырақтың тура өрлеуі).



1.5-сурет. $PM\Pi$ сфералық үшбұрышы

Шырақтың еңкеюі δ , тура өрлеуі α және эклиптиканың экваторға еңкеюі ε берілсін. Шырақтың астрономиялық бойлығы λ мен астрономиялық ендігін β келесі формулалар арқылы табуға болады:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha \\ \cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \lambda &= \sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha \end{aligned} \right\}. \quad (1.5.1)$$

Сонымен қатар келесі формулаларды қолдануға болады:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} M &= \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} \lambda &= \frac{\cos(M - \varepsilon) \operatorname{tg} \alpha}{\cos M} \\ \operatorname{tg} \beta &= \operatorname{tg}(M - \varepsilon) \sin \lambda \end{aligned} \right\}. \quad (1.5.2)$$

M -ң квадрантын $\operatorname{tg} M$ таңбасы бойынша алады, ал λ тура өрлеуінің квадрантында жатады.

Есептеуді келесі қатынас арқылы тексереді:

$$\frac{\cos \beta \sin \lambda}{\cos \delta \sin \alpha} = \frac{\cos(M - \varepsilon)}{\cos M}. \quad (1.5.3)$$

1.6 Эклиптикалық координаталар жүйесінен экваториалдық координаталар жүйесіне ауысу

Шырақтың астрономиялық бойлығы λ , астрономиялық ендігі β және эклиптиканың экваторға еңкеюі ε берілсін. Онда шырақтың еңкеюі δ мен тура өрлеуін α келесі формулалар арқылы табуға болады:

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \cos \varepsilon \sin \beta + \sin \varepsilon \cos \beta \sin \lambda \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \varepsilon + \cos \beta \cos \varepsilon \sin \lambda \end{aligned} \right\}. \quad (1.6.1)$$

немесе

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} M &= \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin \lambda} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\cos(M + \varepsilon) \operatorname{tg} \lambda}{\cos M} \\ \operatorname{tg} \delta &= \operatorname{tg}(M + \varepsilon) \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1.6.2)$$

M мен α -ң квадранттарын алдындағы шарттар бойынша алады. Есептеуді келесі қатынас арқылы тексереді:

$$\frac{\cos \delta \sin \alpha}{\cos \beta \sin \lambda} = \frac{\cos(M + \varepsilon)}{\cos M}. \quad (1.6.3)$$

1.7 Экваториалдық координаталар жүйесінен галактикалық координаталар жүйесіне ауысу

Экваториалдық координаталар жүйесінен галактикалық координаталар жүйесіне ауысу $P\Gamma M$ (1.6-сурет) сфералық үшбұрышы арқылы орындалады. Мұнда келесі белгілеулер еңгізілген: P – әлемнің солтүстік полюсі, Γ – галактиканың солтүстік полюсі, M нүктесінде шырақ орналасқан, $PM = 90^\circ - \delta$, $\Gamma M = 90^\circ - b$ (b – шырақтың галактикалық ендігі), $\Gamma P = 90^\circ - D$ (D – галактиканың солтүстік полюсінің еңкеуі), $\angle P\Gamma M = 90^\circ - l$ (l – шырақтың галактикалық бойлығы), $\angle \Gamma P M = \alpha - A$ (α – шырақтың тура өрлеуі, A – галактиканың солтүстік полюсінің тура өрлеуі).

Егер α , δ , D және A берілсе, онда b мен l -ді келесі формулалар арқылы табуға болады:

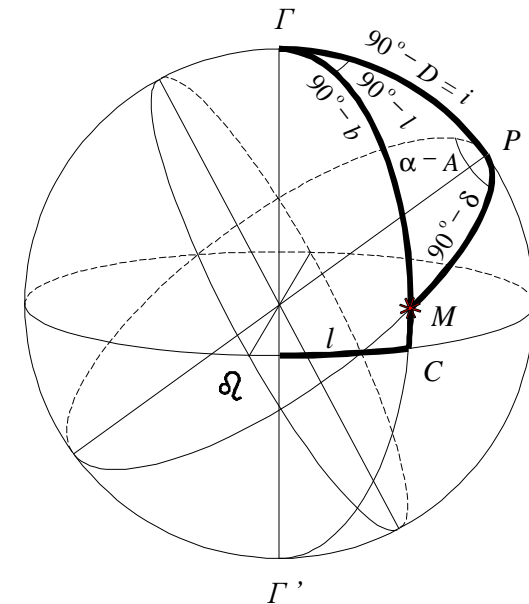
$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \sin D \sin \delta + \cos D \cos \delta \cos(\alpha - A) \\ \cos b \cos l &= \cos \delta \sin(\alpha - A) \\ \cos b \sin l &= \sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos(\alpha - A) \end{aligned} \right\} \quad (1.7.1)$$

немесе

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} M &= \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos(\alpha - A)} \\ \operatorname{tg} l &= \frac{\sin(M - D) \operatorname{ctg}(\alpha - A)}{\cos M} \\ \operatorname{tg} b &= \operatorname{ctg}(M - D) \sin l \end{aligned} \right\} \quad (1.7.2)$$

Есептеуді келесі қатынас арқылы тексереді:

$$\frac{\cos b \sin l}{\cos \delta \cos(\alpha - A)} = \frac{\sin(M - D)}{\cos M} \quad (1.7.3)$$



1.6-сурет. $P\Gamma M$ сфералық үшбұрышы

Бұл формулаларда галактика экваторының орны оның солтүстік полюсінің A тура өрлеуі және D еңкеюімен берілген. Кейбір жағдайда галактика экваторының орнын оның өрлеу түйінін тура өрлеуі δ және галактика экваторының аспан экваторына еңкею бұрышы i арқылы беріледі. Осы шамалар өзара келесі қатынастармен байланысқан:

$$\begin{aligned} \delta - A &= 90^\circ, \\ D + i &= 90^\circ. \end{aligned} \quad (1.7.4)$$

Онда

$$\begin{aligned} GP &= 90^\circ - D = i, \\ \angle GPM &= \alpha - A = \alpha - \delta + 90^\circ, \end{aligned} \quad (1.7.5)$$

ал (1.7.1) формула келесі түрде жазылады:

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \sin \delta \cos i - \cos \delta \sin i \sin(\alpha - \delta) \\ \sin l \cos b &= \sin \delta \sin i + \cos \delta \cos i \sin(\alpha - \delta) \\ \cos l \cos b &= \cos \delta \cos(\alpha - \delta) \end{aligned} \right\}. \quad (1.7.6)$$

Галактика экваторының координаталарын арнайы кестелер бойынша анықтайды, мысалы «Lund Observatory Tables for the Conversion of Equatorial into Galactic Coordinates» Ольсан кестесін қолдануға болады.

1.8 Жердің пішіні мен гравитациялық өрісі

Біз ғарыштық аппараттың Жердің гравитациялық өрісіндегі қозғалысын қарастырамыз. Жер бетінің конфигурациясы – күрделі біртекті емес айналу денесі. Бірінші жуықтауда Жерді радиусы $R = 6371$ км болатын біртекті сфероид деп қабылдайды. Кейбір есептерде Жердің пішінің қабысқан (сопақтау) сфероид ретінде қарастырады. Жердің нақты пішініне жақын жуықтау – *Жер эллипсоиды* деп аталатын айналу эллипсоиды болады. Жер эллипсоидының өлшемі мен пішінін сипаттау үшін келесі

параметрлерді пайдаланады: a – үлкен жарты өсі, b – кіші жарты өсі, e – эксцентриситеті, $\alpha = (a - b) / a$ – сығылуы. Жерді ең жақсы жуықтайтын эллипсоидты *референц-эллипсоид* дейді. Біздің елде референц-эллипсоид ретінде параметрлері $a = 6378,245$ км, $\alpha = 1/298,3$ Ф.Н. Красовскийдің эллипсоиды қабылданады.

Жерді біртекті сфера ретінде қарастырылса, оның потенциалы келесі формуламен анықталады:

$$u = \frac{\mu}{r}, \quad (1.8.1)$$

мұндағы $\mu = fM$ – Гаусс тұрақтысы, M – тартушы орталықтың массасы, f – гравитациялық тұрақты, r – тартушы орталыққа дейінгі қашықтық.

Әрбір тартушы дененің маңайында оның басқа денелерге карағанда әсері басым болатын аймақ болады. Бұл аймақты осы дененің әсер ету сферасы дейді. Дененің әсер ету сферасында басқа денелердің әсері ұйытқу ретінде қарастырылады.

Егер M_0 – бір тартушы дененің массасы, M_1 – екінші тартушы дененің массасы ($M_0 \ll M_1$), g_0 – бірінші тартушы дененің әсерінен болатын үдеу, g_1 – екінші тартушы дененің әсерінен болатын үдеу, f_1 – бірінші тартушы дененің әсерінен қозғалатын денеге екінші тартушы дененің әсерінен туындайтын ұйытқушы үдеу, f_0 – екінші тартушы дененің әсерінен қозғалатын денеге бірінші тартушы дененің әсерінен туындайтын ұйытқушы үдеу болса, онда бірінші дененің (массасы M_0) әсер ету сферасы деп

$$\frac{f_1}{g_0} < \frac{f_0}{g_1} \quad (1.8.2)$$

болатын аймақты, ал екінші дененің (массасы M_1) әсер ету сферасы деп

$$\frac{f_1}{g_0} > \frac{f_0}{g_1} \quad (1.8.3)$$

болатын аймақты айтады. Осы екі денелердің әсер ету сфераларының шекарасы

$$\frac{f_1}{g_0} = \frac{f_0}{g_1} \quad (1.8.4)$$

қатынасымен анықталады. Бұл шекара массасы кіші денеге жақын болады.

Аспан денесінің гравитациялық өрісінің FA-қа жасайтын әсері осы аспан денесінің әсер ету сферасының өлшемімен анықталады. Күн жүйесіндегі планеталардың әсер ету сферасы Күнге қатысты анықталады, ал Айдың әсер ету сферасы Жерге қатысты анықталады.

Планетаның Күнге қатысты әсер ету сферасы деп Күннің планетацентрлік қозғалысқа жасайтын ұйытқуы планетаның гелиоцентрлік қозғалысына жасайтын ұйытқуынан аз болатын аймақты айтады.

Кіші аспан денесінің үлкен аспан денесіне қатысты әсер ету сферасының радиусы келесі формуламен анықталады:

$$r = Z \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{2}{5}}, \quad (1.8.5)$$

мұндағы M – үлкен дененің массасы, m – кіші дененің массасы, Z – олардың арақашықтығы.

Күн мен Жердің орташа арақашықтығы ($Z_K = 149599300 \pm 2000$ км), кейбір есептерде бұл арақашықтықты астрономиялық бірлікпен береді (1 а. е. = 149 500 000 км). Жердің Күнге қатысты әсер ету сферасының радиусы $r_{жк} = 925\ 000$ км, Айдың Жерге қатысты әсер ету сферасының радиусы $r_A = 66280$ км.

Күн жүйесінің денелерінің әсер ету сферасының радиустары қосымшада 1-кестеде берілген, ал 2-кестеде Күн жүйесіндегі

планеталардың әсер ету сфераларының максимал радиусы (Г.А. Чеатарев бойынша) берілген.

Сонымен қатар денелердің массаларын өлшемсіз бірліктермен береді. M – үлкен дененің массасы, m – кіші дененің массасы ($M \gg m$) болса, онда массаның нормаланған бірлігін келесі формула арқылы анықтайды

$$\mu = \frac{1}{M}(M + m) = 1 + m', \quad (1.8.6)$$

мұндағы $m' = \frac{m}{M}$, ал $M' = 1$ болады.

1.9 Әлемдік тартылыс заңы

Ньютон анықтаған әлемдік тартылыс заңы бойынша массалары m_1 және m_2 екі дене (материалдық нүкте ретінде алынатын) бірін-бірі массаларының көбейтіндісіне тура пропорционал, ал олардың арақашықтығының квадратына кері пропорционал болатын күшпен тартады:

$$F = \frac{fm_1m_2}{r^2}, \quad (1.9.1)$$

мұндағы f – гравитациялық тұрақты, r – екі дененің арақашықтығы. Гравитациялық тұрақтының сан мәні тәжірибеден анықталады:

$$f = 6,669 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{\text{сек}^2}. \quad (1.9.2)$$

Егер тартушы дене Жер болса, геоцентрлік гравитациялық параметрді

$$fm_{жк} = 398603 \cdot 10^9 \frac{M^3}{\text{сек}^2}, \quad (1.9.3)$$

ал тартушы дене Күн болса, гелиоцентрлік гравитациялық параметрді

$$fm_K = 132718 \cdot 10^{15} \frac{M^3}{сек^2} \quad (1.9.4)$$

қолданған ыңғайлы.

Мұндағы $m_{Ж}$ – Жердің массасы, m_K – Күннің массасы.

Басқа аспан денелердің де гравитациялық параметрлерін еңгізеді, мысалы Айды қарастырсақ, онда селеноцентрлік гравитациялық параметрді алуға болады

$$fm_C = 490287 \cdot 10^7 \frac{M^3}{сек^2} \quad (1.9.5)$$

Күн жүйесінің денелері үшін гравитациялық параметрдің шамалары қосымшада 3-кестеде берілген.

Егер g_0 – Жер бетіндегі еркін түсу үдеуі болса, онда

$$fm_{Ж} = g_0 R_{Ж}^2, \quad (1.9.6)$$

мұндағы R_0 – Жердің радиусы.

Модификацияланған уақытты еңгізейік:

$$\tau = fm_K (t - t_0), \quad (1.9.7)$$

мұндағы t_0 – бастапқы уақыт, t – ағымды уақыт.

Егер уақыт тәулікпен берілсе,

$$fm_K = 0,01720209895 \text{ (а.е.)}^{3/2} / \text{тәулік} \quad (1.9.8)$$

шаманы алады.

Дене қозғалысы Жерге қатысты қарастырылса,

$$\tau = fm_{Ж} (t - t_0). \quad (1.9.9)$$

Егер уақыт тәулікпен берілсе,

$$fm_{Ж} = 0,07436574 \text{ (э.р.)}^{3/2} / \text{мин}, \quad (1.9.10)$$

мұндағы э.р. – Жердің экваторлық радиусы (1 э.р. \approx 6371 км), онда радиусы ұзындық бірлігіне тең шеңбермен қозғалатын серіктің жылдамдығы

$$V_k = 7,803 \text{ м/сек.} \quad (1.9.11)$$

Планеталар қозғалыстарының заңдарын бірінші рет Кеплер ашқан. Олар былай айтылады:

1. Әрбір планета, бір фокусында Күн орналасатын, эллипс бойымен қозғалады.

2. Әрбір планетаның Күнге қатысты алынатын секторлық жылдамдығы тұрақты болады.

3. Эллипс бойымен қозғалатын планеталардың Күнді бір айналып шыққандағы уақыттарының квадраттарының үлкен жарты эстерінің кубтарына қатынасы тұрақты және барлық планеталар үшін бірдей

$$T^2 : a^3 = const \quad (1.9.12)$$

(1.9.12) мына түрде жазуға болады

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = const \quad (1.9.13)$$

Кеплердің үшінші заңының айқындалған түрі:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{f(M + m)}{4\pi^2} \quad (1.9.14)$$

1.10 Есеп шығару мысалдары

1.1-есеп. Жердің центрінен r қашықтықта ұшатын ғарыштық аппараттағы ғарышкердің неге салмақсыздықты сезінетінін көрсетіңіз.

Шешуі. Ғарышкердің массасын m_1 , ғарыштық аппараттың массасын m_2 , Жердің массасын M деп белгілейік. Ғарыштық аппаратқа тек Жердің тартылыс күші әсер етсін, онда оның қозғалыс теңдеуі

$$\vec{F}_2^g = m_2 \vec{a}_2,$$

мұндағы \vec{a}_2 – ғарыштық аппараттың инерциалдық санақ жүйесіндегі үдеуі. (1.9.1) теңдеуі бойынша

$$\vec{F}_2^g = -\frac{fMm_2}{r^2} \vec{r}^0,$$

онда

$$\vec{a}_2 = -\frac{fMm_2}{r^2} \vec{r}^0.$$

Енді ғарышкердің қозғалыс теңдеуін жазайық

$$\vec{F}_1^g + \vec{C}_1 = m_1 \vec{a}_1,$$

мұндағы \vec{F}_1^g – ғарышкердің салмағы, \vec{C}_1 – байланыстардың (отырғыш, қауіпсіздық белдігі) реакция күші, ал \vec{a}_1 ғарышкердің абсолюттік үдеуі. (1.9.1) теңдеуі бойынша

$$\vec{F}_1^g = -\frac{fMm_1}{r^2} \vec{r}^0,$$

Ғарышкер ғарыштық аппаратпен бірге қозғалады, сондықтан

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = -\frac{fM}{r^2} \vec{r}^0.$$

Онда

$$-\frac{fMm_1}{r^2} \vec{r}^0 + \vec{C}_1 = m_1 \left(-\frac{fM}{r^2} \vec{r}^0 \right). \quad (1.10.1)$$

(1.10.1) теңдеу тек $\vec{C}_1 = 0$ болғанда ғана орындалады, сондықтан ғарышкер салмақсыздықты сезінеді.

1.2-есеп. Ай Жерді шеңберлік орбита бойымен қозғалады. Жердің радиусы $R_0 = 6,37 \cdot 10^6$ м, Жер бетіндегі еркін түсу үдеуі $g_0 = 9,81$ м/сек², Айдың жерді айналу периоды $T = 27,3$ тәулік, немесе $T = 27,3 \cdot 86400$ сек. Ай мен Жердің арақашықтығын табыңыз.

Шешуі. Ай мен Жердің арақашықтығын x деп белгілейік. (1.9.1) теңдеуі бойынша

$$F = \frac{fMm}{x^2} = g_0 R_0^2 \frac{m}{x^2}.$$

Бұл күш Айға

$$\frac{F}{m} = g_0 \frac{R_0^2}{x^2} \quad (1.10.2)$$

тең үдеу береді.

Радиусы x тең шеңбердің бойымен қозғалатын Айдың бұрыштық жылдамдығы

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

тең.

Онда Айдың шеңбер бойымен қозғалысының үдеуі келесі қатынастан табылады

$$\omega^2 x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{x}{R_0} R_0. \quad (1.10.3)$$

(1.10.2) және (1.10.3) теңдеулердің оң жақтарын теңестіріп

$$g_0 \frac{R_0^2}{x^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{x}{R_0} R_0,$$

келесі қатынасты

$$\left(\frac{R_0}{x}\right)^3 = \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{R_0}{g_0}$$

аламыз.

Енді осы шамалардың берілген мәндерін қойсақ

$$\frac{R_0}{x} = \frac{1}{60,1},$$

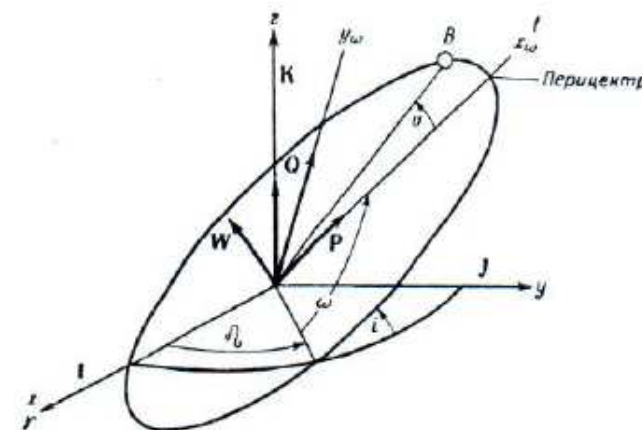
Ай мен Жердің арақашықтығын табамыз:

$$x = 60,1 R_0 \cong 383000 \text{ км.}$$

1.3-есеп. 1.7 суретте көрсетілген \vec{P} , \vec{Q} , \vec{W} бірлік векторларының I, J, K экваториалдық координаталар жүйесіне ауысуын анықтаңыз.

Шешуі. Бұл есепті шешу үшін (1.2.1)-(1.2.2) бір координаталар жүйесінен екінші координаталар жүйесіне көшу ережесін қолданамыз.

P,Q,W бірлік векторларының бағыттары I, J, K бағыттарымен сәйкес келуі қажет.



1.7-сурет. Орбиталды координаталар жүйесіне ортогоналды координаталар жүйесінің P,Q,W бірлік векторларын енгізу

Бірінші айналу z өсінен Ω бұрышына айналдыра бұру арқылы орындалады:

$$\begin{aligned} I' &= \cos \Omega I + \sin \Omega J, \\ J' &= -\sin \Omega I + \cos \Omega J, \\ K' &= K \end{aligned} \quad (1.10.4)$$

немесе

$$\begin{bmatrix} I' \\ J' \\ K' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix}, \quad (1.10.5)$$

Бұл жердегі штрихтармен көрсетілген мәндер бірінші айналдырудан пайда болған.

Штрихталған I' , J' , K' өстерін I' өсінен i бұрышына айналдыра бұру арқылы келесі түрге келтіреміз:

$$\begin{bmatrix} I'' \\ J'' \\ K'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I' \\ J' \\ K' \end{bmatrix}, \quad (1.10.6)$$

Бұл жердегі екі штрихталған мәндер екінші айнарудан кейін пайда болған. Сонымен, екі рет штрихталған I'' , J'' , K'' өстерін K'' өсінен ω бұрышына бұру арқылы келесі түрге келтіреміз:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'' \\ J'' \\ K'' \end{bmatrix}.$$

Немесе матрица түрінде:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix}.$$

Бұл матрица көбейтілгеннен кейін мына түрде болады:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix},$$

мұнда

$$a_{11} = \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega,$$

$$a_{12} = \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega,$$

$$a_{13} = \sin \omega \sin i,$$

$$a_{21} = -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega,$$

$$a_{22} = -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega,$$

$$a_{23} = \cos \omega \sin i,$$

$$a_{31} = \sin \Omega \sin i,$$

$$a_{32} = -\sin i \cos \Omega,$$

$$a_{33} = \cos i.$$

Матрицаның бірінші бөлігін көбейтсек келесі түрде болады:

$$P = a_{11}I + a_{12}J + a_{13}K,$$

$$Q = a_{21}I + a_{22}J + a_{23}K,$$

$$W = a_{31}I + a_{32}J + a_{33}K,$$

Ашып жазсақ:
(8)

$$P_x = \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i,$$

$$P_y = \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i,$$

$$P_z = \sin \omega \sin i;$$

(9)

$$Q_x = -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i, \quad (1.10.7)$$

$$Q_y = -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i,$$

$$Q_z = \cos \omega \sin i;$$

$$W_x = \sin \Omega \sin i,$$

$$W_y = -\cos \Omega \sin i,$$

$$W_z = \cos i.$$

1.4-есеп. Дененің орны I, J, K координаталар жүйесінде проекциялары (x, y, z) болатын r радиус векторымен анықталсын (1.7-сурет). Дененің P, Q, W координаталар жүйесіндегі (x_ω, y_ω, z_ω) координаталарын анықтаңыз.

Шешуі. Егер P, Q, W жүйенің бағытталған косинустары белгілі болса, онда (1.10.4)-(1.10.6) теңдеулерінен келесі түрді аламыз:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ W_x & W_y & W_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix}$$

P, Q, W мен I, J, K векторларын скаляр көбейту арқылы келесі теңдеулер жүйесін аламыз:

$$(P,I) = a_{11} = P_x,$$

$$(Q,I) = a_{21} = Q_x,$$

$$(W,I) = a_{31} = W_x,$$

$$(P,J) = a_{12} = P_y,$$

$$(Q,J) = a_{22} = Q_y,$$

$$(W,J) = a_{32} = W_y,$$

$$(P,K) = a_{13} = P_z,$$

$$(Q,K) = a_{23} = Q_z,$$

$$(W,K) = a_{33} = W_z.$$

Бұл скаляр көбейтінділер P, Q, W өстерінің бағытталған косинустары болып табылады.

Онда дененің орнын P, Q, W координаталар жүйесінде анықтайтын $(x_\omega, y_\omega, z_\omega)$ координаталарын келесі формула арқылы анықтаймыз:

$$\begin{bmatrix} x_\omega \\ y_\omega \\ z_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ W_x & W_y & W_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (1.10.8)$$

Бұл формула I, J, K координаталар жүйесін P, Q, W координата жүйесіне түрлендіреді және келесі матрицаны аламыз:

$$[M] = \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ W_x & W_y & W_z \end{bmatrix},$$

Сонымен (1.10.8) теңдеуді келесі түрде аламыз:

$$\begin{bmatrix} x_\omega \\ y_\omega \\ z_\omega \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (1.10.9)$$

2.3-есеп. Дененің орны P, Q, W координаталар жүйесінде проекциялары $(x_\omega, y_\omega, z_\omega)$ болатын r радиус векторымен анықталсын (1.7-сурет). Дененің I, J, K координаталар жүйесіндегі (x, y, z) координаталарын анықтаңыз.

Шешуі. (1.10.9) теңдіктің екі жағын $[M]^{-1}$ кері матрицасына көбейтіп

$$[M]^{-1} \begin{bmatrix} x_\omega \\ y_\omega \\ z_\omega \end{bmatrix} = [M]^{-1} [M] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.7.15)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} x_\omega \\ y_\omega \\ z_\omega \end{bmatrix} \quad (2.7.16)$$

аламыз.

Ортогалды түрлендіру координаталар жүйесінің айналуынан пайда болады.

Онда транспонирленген матрица $[M]^T$ кері матрицаға тең болады. Сондықтан

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [M]^T \begin{bmatrix} x_\omega \\ y_\omega \\ z_\omega \end{bmatrix}.$$

яғни,

$$\begin{aligned} x &= x_\omega P_x + y_\omega Q_x + z_\omega W_x, \\ y &= x_\omega P_y + y_\omega Q_y + z_\omega W_y, \\ z &= x_\omega P_z + y_\omega Q_z + z_\omega W_z, \end{aligned} \quad (1.10.10)$$

немесе келесі теңдеумен белгілеуге болады

$$r = x_\omega P + y_\omega Q + z_\omega W. \quad (1.10.11)$$

2.4-есеп. 1.3-есептің берілуі бойынша (1.7-сурет) екі дене мәселесін (жазық координаталар жүйесінде) қарастырыңыз.

Шешуі. Біздің болжам бойынша $z_\omega=0$ және дененің қозғалысы екі дене мәселесі бойынша қозғалады, яғни кеплердің орбитасы бойынша x_ω, y_ω жазықтығында жатыр. Онда (1.10.11) мына түрде жазылады:

$$r = x_\omega P + y_\omega Q.$$

(1.10.10) теңдеуден кері түрлендіруді аламыз:

$$x_\omega = xP_x + yP_y + zP_z,$$

$$y_\omega = xQ_x + yQ_y + zQ_z,$$

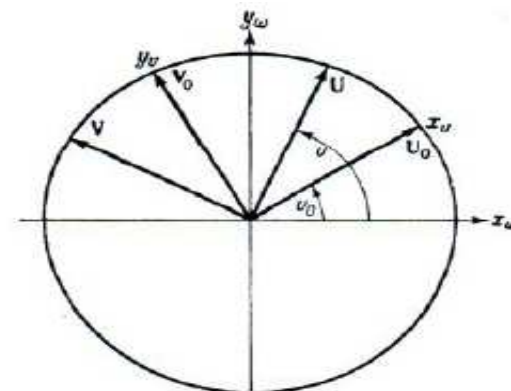
$$z_\omega = xW_x + yW_y + zW_z.$$

Мұндағы P, Q, W бірлік векторлары тұрақты.

2.5-есеп. 1.3-есептің берілуі бойынша екі дене мәселесін (жазық координаталар жүйесінде) қарастырыңыз. Триедр U, V, W әрқашан айналып тұрады, U векторы FA-қа бағытталған, немесе қарастырылып отырған денеге бағытталған. Координата жүйесінің өстерінің бағыттары t_0 белгіленген уақыт мезетінде U және V векторларының бағыттарымен сәйкес келеді. Координаталар жүйесі нақты t_0 уақыт мезетінде бақыланған. U, V және U_0, V_0 арасындағы қатынастар 1.8 суретте көрсетілген. U_0, V_0, W_0 векторларының бағыттарын белгілі деп және t_0 уақыт мезетінде U, V и W бағыттауыш косинустарының компоненттері белгілі деп, экваториалды координаталар жүйесіне немесе I, J, K өстері бар координаталар жүйесіне түрлендіру формулаларын анықтаңыз.

Шешуі. Координаталар жүйесі нақты t_0 уақыт мезетінде бақыланған, онда U_0, V_0, W_0 бағыттары бекітілген.

Координата жүйесінің өстерінің бағыттары t_0 белгіленген уақыт мезетінде U және V векторларының бағыттарымен сәйкес келген өстерді алдында белгіленген x_ω, y_ω мәндерге сәйкес x_v, y_v деп белгілейік. Онда 1.8-суреттен көретіміз:



1.8-сурет. U, V және U_0, V_0 арасындағы қатынастар

$$x_v = r \cos(v - v_0),$$

$$y_v = r \sin(v - v_0)$$

$$z_v = 0.$$

U_0, V_0, W_0 векторларының бағыттарын белгілі деп және t_0 уақыт мезетінде U, V и W бағыттауыш косинустарының компоненттері белгілі болғандықтан, экваториалды координаталар жүйесіне немесе I, J, K өстері бар координаталар жүйесіне түрлендіру формулаларын келесі түрде алуға болады:

$$r = x_v U_0 + y_v V_0.$$

Кері түрлендіру келесі формулалармен анықталады

$$x_v = xU_x + yU_y + zU_z,$$

$$y_v = xV_x + yV_y + zV_z,$$

$$z_v = xW_x + yW_y + zW_z$$

екі дене есебі үшін $z_v=0$ болады.

2.6-есеп. Жер серігінің орбита элементтері $a = 1,5$ э.р.; $e = 0,1$; $T = 1962$, июнь, 22, $16^h 1^m 5^s$; $i = 30^\circ$; $\Omega = 45^\circ$; $\omega = 60^\circ$ болғанда 1962, июнь, 23, $2^h 15^m$ уақытында I, J, K экваториалдық координаталар жүйесіндегі $P_x, P_y, P_z, Q_x, Q_y, Q_z, W_x, W_y, W_z$ шамаларын анықтаңыз.

Шешуі. Серіктің координаталарын (1.10.7) қатынастарын қолдану арқылы табамыз:

$$P_x = \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ \cos 30^\circ = -0,17677668$$

$$P_y = \cos 60^\circ \sin 45^\circ + \sin 60^\circ \cos 45^\circ \cos 30^\circ = +0,88388346$$

$$P_z = \sin 60^\circ \sin 30^\circ = +0,43301270$$

$$Q_x = -\sin 60^\circ \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ \cos 30^\circ = -0,91855864$$

$$Q_y = -\sin 60^\circ \sin 45^\circ + \cos 60^\circ \cos 45^\circ \cos 30^\circ = -0,30618622$$

$$Q_z = \cos 60^\circ \sin 30^\circ = +0,25000000$$

$$W_x = \sin 45^\circ \sin 30^\circ = +0,35355339$$

$$W_y = -\cos 45^\circ \sin 30^\circ = -0,35355339$$

$$W_z = \cos 30^\circ = +0,86602540$$

Алынған нәтижелерді келесі қатынастар арқылы тексереміз:

$$P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = 0,99999996 \approx 1,$$

$$Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2 = 0,99999997 \approx 1,$$

$$W_x^2 + W_y^2 + W_z^2 = 0,99999999 \approx 1.$$

2.6-есеп. Кеплердің үшінші заңының айқындалған түрін қолданып, серігі эллипстік орбитамен қозғалатын планетаның массасын анықтайтын қатынасты табыңыз. Планета мен серіктің орбиталарының үлкен жарты өстері мен периодтаы белгілі.

Шешуі. Кеплердің үшінші заңының айқындалған түрінен (1.9.14) планета серігінің қозғалысы үшін мынаны аламыз:

$$4\pi^2 \frac{a_1^3}{T_1^2} = f(m + m_1), \quad (1.10.12)$$

мұндағы f – гравитациялық тұрақты, m – планетаның массасы, m_1 – планета серігінің массасы, a_1 – планета серігінің орбитасының үлкен жарты өсі, T_1 – планета серігінің қозғалысының периоды.

Планетаның Күнге қатысты қозғалысы үшін (1.9.14) формуласы келесі түрде жазылады:

$$4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} = f(M + m), \quad (1.10.13)$$

мұндағы M – Күннің массасы, T – планетаның Күнге қатысты қозғалысының периоды.

m_1 массасы m массасына қарағанда өте аз шама болғандықтан, оны ескермей (1.10.12) және (1.10.13) формулаларынан

$$\frac{M + m}{m} = \left(\frac{a}{a_1}\right)^3 \left(\frac{T_1}{T}\right)^2$$

аламыз. Бұл формуладан планета мен Күннің массаларының қатынасы оңай табылады.

СҰРАҚТАР

1. Әсер ету сферасы дегеніміз не?
2. Әсер ету сферасын қалай анықтауға болады?
3. Планацентрлік қозғалыс дегеніміз не?
4. Эксцентрлік, орташа және ақиқат аномалияларының тәуелділігі.
5. Ф.Н. Красовскийдің эллипсоиддың параметрлері неге тең?
6. Нүктелік тартушы орталықтың потенциалы қандай формуламен анықталады?
7. Біртекті сфераның потенциалы қандай формуламен анықталады?
8. Күн жүйесіндегі денелердің қозғалысын қарастырғанда қандай санақ жүйесін енгізеді?
9. Массаның нормаланған бірлігі дегеніміз не? Ол не үшін енгізіледі?
10. Кеплердің үшінші заңының айқындалған түрі қандай формуламен анықталады?

2. ҒАРЫШТЫҚ АППАРАТТАРДЫҢ ҰЙЫТҚЫМАҒАН ОРБИТАЛДЫҚ ҚОЗҒАЛЫСЫ

2.1 Ғарыштық аппараттың ұйытқымаған қозғалысының тендеулері және бірінші интегралдары

ҒА-ң гравитациялық өрістегі ұйытқымаған қозғалысы келесі векторлық

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = 0, \quad (2.1.1)$$

немесе скалярлық

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{\mu}{r^3}x, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{\mu}{r^3}y, \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{\mu}{r^3}z. \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

тендеулермен анықталады.

Энергия интегралы келесі

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = h, \quad (2.1.3)$$

немесе

$$V^2 = \frac{2\mu}{r} + h \quad (2.1.4)$$

түрде жазылады, мұндағы h – энергия тұрақтысы бастапқы шарттан анықталады: егер бір t_0 уақыт кезеңінде FA-ң тартушы орталыққа дейінгі арақашықтығы r_0 , ал жылдамдығының абсолюттік шамасы V_0 болса

$$h = V_0^2 - \frac{2\mu}{r_0}. \quad (2.1.5)$$

Аудандар интегралы векторлық

$$\vec{r} \times \vec{V} = \vec{c} = const \quad (2.1.6)$$

және скаляр түрде

$$\begin{aligned} y\dot{z} - z\dot{y} &= C_1, \\ z\dot{x} - x\dot{z} &= C_2, \\ x\dot{y} - y\dot{x} &= C_3 \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

жазылады, мұндағы x, y, z – \vec{r} векторының, $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ – \vec{V} векторының, C_1, C_2, C_3 – \vec{c} векторының координаттар өстеріне проекциялары. Онда келесі қатынас орындалады

$$C_1x + C_2y + C_3z = 0 \quad (2.1.8)$$

(2.1.8) теңдікпен анықталатын жазықтықты өзгермейтін Лаплас жазықтығы дейді.

Лаплас интегралы векторлық

$$\vec{V} \times \vec{c} - \frac{\mu\vec{r}}{r} = \vec{f} = const. \quad (2.1.9)$$

және скаляр түрде

$$\begin{aligned} -\frac{\mu x}{r} + C_3\dot{y} - C_2\dot{z} &= f_1, \\ -\frac{\mu y}{r} + C_1\dot{z} - C_3\dot{x} &= f_2, \\ -\frac{\mu z}{r} + C_2\dot{x} - C_1\dot{y} &= f_3, \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

жазылады, мұндағы f_1, f_2, f_3 – \vec{f} векторының координаттар өстеріне проекциялары.

Бұл интегралды Лаплас интегралы дейді, ал \vec{f} векторын Лаплас векторы дейді.

(2.1.1) дифференциалдық теңдеулер жүйесінің табылған жеті бірінші интегралдары арасында екі тәуелділік бар:

$$f_1C_1 + f_2C_2 + f_3C_3 = 0. \quad (2.1.11)$$

$$f^2 = \mu^2 + c^2h. \quad (2.1.12)$$

2.2 Орбита теңдеуі мен орбита элементтері

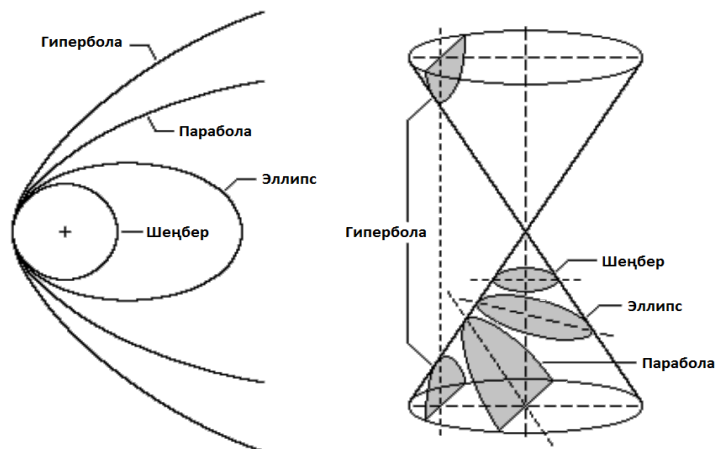
Ғарыштық ұшу динамикасында орбита теңдеуі келесі формуламен анықталады:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}, \quad (2.2.1)$$

мұндағы θ – \vec{r} мен \vec{f} векторларының арасындағы бұрыш, p – орбитаның фокалдық параметрі, e – орбитаның эксцентриситеті:

$$p = \frac{c^2}{\mu}, \quad e = \frac{f}{\mu} \quad (2.2.2)$$

Орбита пішіні конус қимасына сәйкес шеңбер, эллипс, парабола немесе гипербола болады (2.1 сурет).



2.1-сурет. Конус қимасы

Перицентрдің радиусы

$$r_{\pi} = r_{\min} = \frac{p}{1+e} \quad (2.2.3)$$

Егер орбитаның эксцентриситеті $e < 1$ болса, апоцентрдің радиусын келесі формуламен табуға болады:

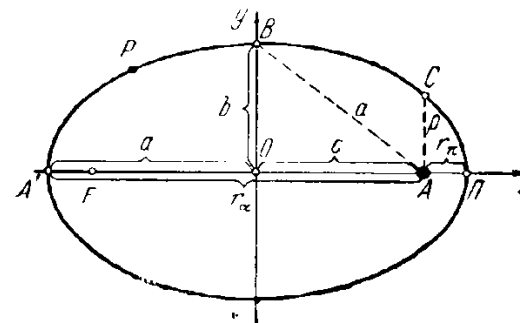
$$r_a = r_{\max} = \frac{p}{1-e} \quad (2.2.4)$$

Орбитаның үлкен жарты өсінің шамасы (1.2-сурет):

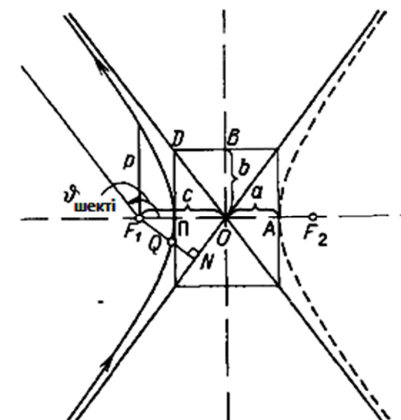
$$\frac{1}{2}(r_a + r_{\pi}) = a \quad (2.2.5)$$

Орбитаның эксцентриситетіне байланысты ғарыштық аппараттың траекториясы (орбитасы) туралы келесі тұжырымдарды алуға болады:

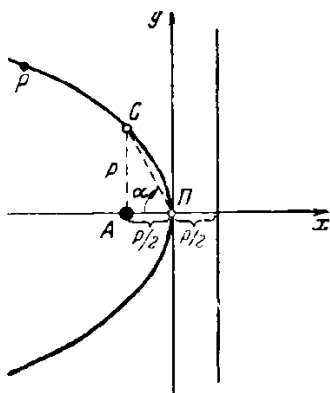
- 1) егер $e = 0$ болса, траектория шеңбер болады;
- 2) егер $0 < e < 1$ болса, траектория эллипс болады;
- 3) егер $e = 1$ болса, траектория парабола болады;
- 4) егер $e > 1$ болса, траектория гипербола болады.



2.2-сурет. Эллипстік орбита



2.3-сурет. Гиперболалық орбита



2.4-сурет. Параболалық орбита

Орбитаның эксцентриситеті үшін мына қатынастарды аламыз:

$$e^2 = 1 + \frac{c^2}{\mu^2} h \quad (2.2.6)$$

және

$$e^2 = 1 + \frac{c^2}{\mu^2} \left(V^2 - \frac{2\mu}{r} \right). \quad (2.2.7)$$

Ғарыштық аппараттың жылдамдығы мен энергия тұрақтысы бойынша оның орбитасының пішінін анықтауға болады:

- 1) егер $V^2 < \frac{2\mu}{r}$ болса, $e < 1$ болады, яғни орбита – эллипс;
- 2) егер $V^2 = \frac{2\mu}{r}$ болса, $e = 1$ болады, яғни орбита – парабола;
- 3) егер $V^2 > \frac{2\mu}{r}$ болса, $e > 1$ болады, яғни орбита – гипербола.

Осындай орбитаның классификациясын h энергия тұрақтысы арқылы беруге болады:

- 1) егер $h < 0$ болса, $e < 1$ болады, яғни орбита – эллипс;
- 2) егер $h = 0$ болса, $e = 1$ болады, яғни орбита – парабола;
- 3) егер $h > 0$ болса, $e > 1$ болады, яғни орбита – гипербола.

Егер $h \geq 0$ болса ғарыштық аппарат тартушы орталықтан шексіз алшақтайды. $h = 0$ болған жағдайда шексіздіктегі жылдамдық нөлге тең болады, ал $h > 0$ болғанда, яғни гиперболалық орбита жағдайында энергия интегралынан мына қатынасты аламыз:

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = V^2_{\infty}. \quad (2.2.8)$$

2.3 Ғарыштық аппараттың жылдамдығы мен оның құраушылары

Аудандар интегралы полярлық түрде былай жазылады

$$r^2 \dot{\theta} = c = const. \quad (2.3.1)$$

Ғарыштық аппараттың жылдамдығын радиал және трансверсал құраушыларына жіктеуге болады:

$$\dot{r} = V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \theta, \quad (2.3.2)$$

$$V_n = r \dot{\theta} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \theta). \quad (2.3.3)$$

Ғарыштық аппараттың жылдамдығының абсолюттік шамасын келесі формуламен табамыз:

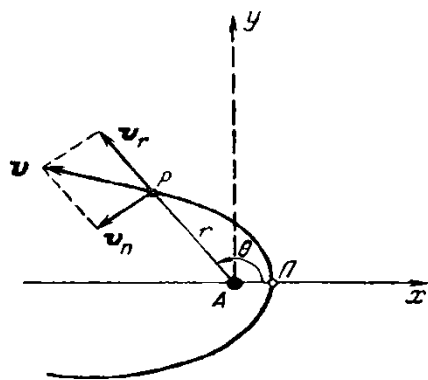
$$V = \sqrt{V_r^2 + V_n^2} = \sqrt{\frac{\mu}{p} (1 + 2e \cos \theta + e^2)}. \quad (2.3.4)$$

Ғарыштық аппараттың жылдамдығының максимал шамасы перицентрде болады:

$$V_{\max} = V_{\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{p}(1+e)}. \quad (2.3.5)$$

Егер орбитаның апоцентрі болса, ғарыштық аппараттың жылдамдығының минимал шамасы апоцентрде болады:

$$V_{\min} = V_a = \sqrt{\frac{\mu}{p}(1-e)}. \quad (2.3.6)$$



2.5-сурет. Жылдамдықтың радиал және трансверсал құраушылары

Апсид нүктелерінің радиустары мен жылдамдықтарының арасында байланыс бар:

$$V_{\pi} r_{\pi} = V_a r_a. \quad (2.3.7)$$

Ғарыштық аппарат $A(r_0, \varphi_0)$ нүктесінде ракета-тасушыдан шамасы

V_0 -ға тең, бағыты жергілікті көкжиек сызығымен θ_0 бұрышын құратын жылдамдықпен бөлініп шықса

$$e = \sqrt{1 + \frac{V_0^2 \cos^2 \theta_0}{g^2 R^2} (V_0^2 - 2gR)}. \quad (2.3.8)$$

мұндағы $g - A(r_0, \varphi_0)$ нүктесіндегі тартылыс күшінің үдеуі:

$$g = g_0 \frac{R_0^2}{R^2}. \quad (2.3.9)$$

Эксцентриситеттің өрнегін келесі түрде алуға болады:

$$e = \sqrt{1 + \frac{v_0^2 R^2 \cos^2 \theta_0}{g_0^2 R_0^4} (v_0^2 - \frac{2g_0 R_0^2}{R})}. \quad (2.3.10)$$

Ғарыштық аппараттың бастапқы жылдамдығы бойынша оның орбитасының пішінін анықтауға болады, егер:

- 1) $V_0 < \frac{2g_0 R_0}{R}$ болса, $e < 1$ (эллипс);
- 2) $V_0 = \frac{2g_0 R_0}{R}$ болса, $e = 1$ (парабола);
- 3) $V_0 > \frac{2g_0 R_0}{R}$ болса, $e > 1$ (гипербола).

Екінші ғарыштық жылдамдық келесі формуламен анықталатын параболалық жылдамдыққа тең:

$$V_{\pi p} = V_0 = \frac{2g_0 R_0}{R} = 11,2 \text{ км}. \quad (2.3.11)$$

Ғарыштық аппарат Жердің бетінен H биіктікте, яғни

$$r_0 = R = R_0 + H$$

болса, жергілікті дөңгелек (шеңберлік) жылдамдықты табамыз

$$V_k^2 = \frac{g_0 R_0^2}{R_0 + H} = \frac{2\mu}{r}. \quad (2.3.12)$$

Параболалық және дөңгелек жылдамдықтардың байланысы:

$$V_{\pi p} = \sqrt{2} V_k. \quad (2.3.13)$$

Жылдамдықтың параболалық жылдамдық арқылы өрнегі:

$$V_{\pi p}^2 + h = V_{\pi p}^2 + V_{\infty}^2. \quad (2.3.14)$$

2.4 Орбита түрлері мен негізгі қатынастар

Эллипстік орбита ($h < 0$, $0 < e < 1$) параметрлері (2.2 сурет) арасындағы қатынастар:

$$r_n = r_{\min} = \frac{p}{1+e}, \quad (2.4.1)$$

$$r_a = r_{\max} = \frac{p}{1-e}, \quad (2.4.2)$$

$$H_{\pi} = r_{\pi} - R_0 = \frac{p}{1+e}, \quad (2.4.3)$$

$$H_a = r_a - R_0 = \frac{p}{1-e}, \quad (2.4.4)$$

$$a = \frac{r_n + r_a}{2} = \frac{p}{1-e^2}, \quad (2.4.5)$$

$$b^2 = ap = a^2(1-e^2), \quad (2.4.6)$$

$$p = a(1-e^2), \quad (2.4.7)$$

$$c = a - r_{\pi} = a - \frac{p}{1+e} = a - \frac{a(1-e^2)}{1+e} = ae, \quad (2.4.8)$$

$$e = \frac{c}{a}, \quad (2.4.9)$$

$$p = \frac{2r_a r_{\pi}}{r_a + r_{\pi}}, \quad (2.4.10)$$

$$e = \frac{r_a - r_{\pi}}{r_a + r_{\pi}}, \quad (2.4.11)$$

$$e^2 = 1 + \frac{c^2}{\mu^2} h, \quad (2.4.12)$$

$$e^2 - 1 = \frac{c^2}{\mu^2} h, \quad (2.4.13)$$

$$h = -\frac{\mu}{a}, \quad (2.4.14)$$

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}, \quad (2.4.15)$$

$$V_{\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e) = \sqrt{\frac{\mu p}{r_{\pi}^2}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{\pi}}} \sqrt{\frac{2r_a}{r_{\pi} + r_a}} = V_k(r_{\pi}) \sqrt{\frac{2r_a}{r_{\pi} + r_a}}, \quad (2.4.16)$$

$$V_a = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1 + e) = \sqrt{\frac{\mu p}{r_a^2}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_a}} \sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\pi + r_a}} = V_k(r_a) \sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\pi + r_a}}. \quad (2.4.17)$$

Гиперболалық орбитаның ($e > 1$) полярлық координаттар арқылы теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$r = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos \theta}, \quad (2.4.18)$$

мұндағы a - гиперболаның орталығы мен бір тармағының төбесіне дейінгі қашықтық (2.3-сурет).

Гиперболалық жағдайда орбита параметрлері үшін келесі қатынастарды аламыз:

$$a = \frac{p}{e^2 - 1}, \quad (2.4.19)$$

$$b^2 = a^2(e^2 - 1), \quad (2.4.20)$$

$$\theta_\infty < \theta < 0, \quad -\frac{1}{e} < \cos \theta < 1, \quad (2.4.21)$$

$$\operatorname{tg} \theta_\infty = -\frac{e}{a} = -\sqrt{e^2 - 1}, \quad (2.4.22)$$

$$r_\pi = \frac{p}{1 + e}, \quad (2.4.23)$$

$$r_\pi = a(e - 1), \quad (2.4.24)$$

$$e = 1 + \frac{r_\pi}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}, \quad (2.4.25)$$

$$p = a(e^2 - 1) = \frac{b^2}{a}, \quad (2.4.26)$$

$$V^2 = V_n^2 + V_\infty^2, \quad (2.4.27)$$

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right), \quad (2.4.28)$$

$$V_\pi = \sqrt{\frac{\mu(1 + e)}{a(e - 1)}}. \quad (2.4.29)$$

Перицентрдегі дөңгелек жылдамдықты

$$V_{k\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{a(e - 1)}} \quad (2.4.30)$$

еңгізсек, перицентрдегі жылдамдықты есептеу үшін келесі формуланы аламыз:

$$V_\pi = V_{k\pi} \sqrt{1 + e}. \quad (2.4.31)$$

2.5 Есеп шығару мысалдары

2.1-есеп. Жер бетіндегі экваторлық нүктелердегі гравитациялық үдеу $g = 9,78034$ м/сек². Жердің экваторлық радиусы $a_{\text{Ж}} = 6378,165$ км. Жердің гравитациялық параметрін есептеңіз.

Шешуі. Ауырлық күшінің үдеуі

$$g_0 = \frac{f m_{\text{Ж}}}{a_{\text{Ж}}^2} \quad (2.5.1)$$

және тасымал үдеу

$$a_T = \omega^2 a_{\text{Ж}}$$

арқылы анықталады. Мұндағы $m_{ж}$ – Жердің массасы, ω – Жердің тәулік айналуының бұрыштық жылдамдығы. Жердің айналу периоды жұлдыздар уақыты бойынша 86 400 сек. Онда

$$a_T = \omega^2 a_{ж} = \left(\frac{2\pi}{86400} \right)^2 \cdot 6378,165 = 0,0339 \text{ м/сек}^2$$

және

$$g_0 = g - a_{ж} = 9,8143 \text{ м/сек}^2$$

болады. Осы шамаларды (2.5.1) формуласына қойып, есептің жауабын $398\ 600 \text{ км}^3/\text{сек}^2$ аламыз.

2.2-есеп. Жасанды серікті Жердің бетінен 1600 км биіктікке шеңберлі орбитаға ұшыру үшін қажетті жылдамдықты табу керек. Жердің радиусы 6400 км, еркін түсу үдеуі $9,8 \text{ м/с}^2$. Ауаның кедергі күшін ескермеңіз.

Шешуі. Жердің бетінен H биіктікте жасанды серікке тартылыс күші әсер етеді:

$$F = \frac{g \cdot M \cdot m}{(R_3 + H)^2} \quad (2.5.2)$$

Жасанды серік радиусы $R_3 + H$ шеңберлі орбита бойынша айналып жүретіндіктен центрге тартқыш үдеу келесі формуламен анықталады:

$$a_{ц.с} = \frac{V^2}{R_3 + H} \quad (2.5.3)$$

Ньютонның екінші заңы бойынша:

$$\frac{g \cdot M \cdot m}{(R_3 + H)^2} = m \cdot a_{ц.с} \quad (2.5.4)$$

Сонымен,

$$V = \sqrt{\frac{g \cdot M}{R_3 + H}} \quad (2.5.5)$$

Жердің бетіндегі тартылыс күші

$$F = \frac{g_0 \cdot M \cdot m}{R_3^2} \quad (2.5.6)$$

мұндағы m дененің массасы және g үдеу.

Күштерді теңестірсек:

$$g \cdot M = g_0 \cdot R_3^2$$

(2.5.1)-(2.5.6) теңдеулерінен қажетті жылдамдықты табамыз:

$$V = R_3 \sqrt{\frac{g_0}{R_3 + H}} = 7,1 \text{ км/с.}$$

2.3-есеп. Ғарыштық аппарат Айдың бетіне 1959 жылы 4-ші қыркүйекте қонады, 320 000 км геоцентрлік қашықтықта 2,31 км/сек жылдамдықпен қозғалған. Жердің бетінен 230 км қашықтықта болған кезде жылдамдығы қандай болған?

Шешуі. Энергия интегралын қолдану арқылы әрбір қашықтық үшін келесі теңдеулерді аламыз:

$$V_1^2 = \frac{2K}{r_1} + h, \quad V_2^2 = \frac{2K}{r_2} + h \quad (2.5.7)$$

мұндағы h энергия тұрақтысы.

Екі дене мәселесінде K центрге тартқыштың гравитациялық параметріне тең болады, тартылу күші f пен Жердің массасы M көбейтіндісіне тең:

$$K = fM . \quad (2.5.8)$$

(2.5.7)-(2.5.8) теңдеулерден алатынымыз:

$$h = V_1^2 - \frac{2K}{r_1} = (2.31)^2 - \frac{2 \cdot 398.6 \cdot 10^3}{320 \cdot 10^3} = 2.85 \text{ км}^2 ,$$

$$r_2 = 230 + R_3 = 230 + 6371 = 6601 = 6.601 \cdot 10^3 \text{ км} ,$$

$$V_2^2 = \frac{2K}{r_2} + h = \frac{2 \cdot 398.6 \cdot 10^3}{6.601 \cdot 10^3} + 2.85 = 123.6 \text{ км}^2 / \text{с}^2 .$$

2.4-есеп. t_0 уақытта $3 \cdot 10^8$ км гелиоцентрлік қашықтықтағы ғарыштық аппараттың шынайы аномалиясы $\theta = 45^\circ$ болды. Оның келесі эклиптикалық элементтері белгілі: $e = 0,7$, $\Omega = 150^\circ$, $\omega = 90^\circ$, $i = 60^\circ$. Эклиптикалық координаталар жүйесінде ғарыштық аппараттың берілген уақыттағы радиус-векторы мен жылдамдығының компоненттерін есептеңіз.

Шешуі. Ғарыштық аппараттың радиус-векторының компоненттерін анықтау үшін (ξ, η, ζ) орбиталдық координаталар жүйесінен (x, y, z) декарттық координаталар жүйесіне ауысу формуласын қолданамыз:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta \\ r \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (2.5.9)$$

Мұндағы

$$[B] = \begin{bmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{bmatrix} , \quad (2.5.10)$$

R_x, R_y, R_z проективтік коэффициенттері мен келесі P_x, P_y, P_z , Q_x, Q_y, Q_z проективтік коэффициенттері келесі формулалармен беріледі:

$$\begin{aligned} R_x &= \sin \Omega \sin i , \\ R_y &= -\cos \Omega \sin i , \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

$$R_z = \cos i ,$$

$$\begin{aligned} P_x &= \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i , \\ P_y &= \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i , \end{aligned} \quad (2.5.12)$$

$$P_z = \sin i \sin \omega ,$$

$$\begin{aligned} Q_x &= -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i , \\ Q_y &= -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i , \end{aligned} \quad (2.5.13)$$

$$Q_z = \sin i \cos \omega .$$

В матрицасының компоненттерін (2.5.10)-(2.5.13) қатынастар бойынша есептейік:

$$P_x = \cos 150^\circ \cos 90^\circ - \sin 150^\circ \sin 90^\circ \cos 60^\circ = -0,25 ,$$

$$P_y = \sin 150^\circ \cos 90^\circ + \cos 150^\circ \sin 90^\circ \cos 60^\circ = -0,433 ,$$

$$P_z = \sin 60^\circ \sin 90^\circ = 0,866 ,$$

$$Q_x = -\cos 150^\circ \sin 90^\circ - \sin 150^\circ \cos 90^\circ \cos 60^\circ = 0,866,$$

$$Q_y = -\sin 150^\circ \sin 90^\circ + \cos 150^\circ \cos 90^\circ \cos 60^\circ = -0,5,$$

$$Q_z = \sin 60^\circ \cos 90^\circ = 0,$$

$$R_x = \sin 150^\circ \sin 60^\circ = 0,433,$$

$$R_y = -\cos 150^\circ \sin 60^\circ = -0,75,$$

$$R_z = \cos 60^\circ = 0,5,$$

Тексеру үшін келесі қатынастарды колданамыз:

$$P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2 = 1$$

$$P_x \cdot Q_x + P_y \cdot Q_y + P_z \cdot Q_z = 0$$

$$-0,25^2 + (-0,433)^2 + 0,866^2 = 0,866^2 + (-0,500)^2 + 0^2 = 0,9999 \approx 1;$$

$$-0,25 \cdot 0,866 + (-0,433) \cdot (-0,500) + 0,866 \cdot 0 = 0.$$

Алынған шамаларды ескеріп, В матрицасы мен радиус-вектордың компоненттерін табамыз:

$$[B] = \begin{bmatrix} -0,25 & 0,866 & 0,433 \\ -0,433 & -0,500 & -0,750 \\ 0,866 & 0 & 0,500 \end{bmatrix} = -0,125.$$

$$x = -0,125 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \cos 45^\circ = -0,266 \cdot 10^8 \text{ км},$$

$$y = -0,125 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \sin 45^\circ = -0,266 \cdot 10^8 \text{ км},$$

$$z = 0.$$

Күннің гравитациялық параметрі $K_C = 132,51 \cdot 10^9 \text{ км}^3/\text{с}^2$.
Орбитаның фокустық параметрін табайық:

$$p = \frac{r_0(1 + e \cos \theta_0)}{(1 - e^2)} = \frac{3 \cdot 10^8(1 + 0,7 \cos 45^\circ)}{(1 + (0,7)^2)} = 8,79 \cdot 10^8 \text{ км}.$$

Енді радиус-вектордың компоненттерінен туынды алып және (2.3.2)-(2.3.3.) формулаларын ескеріп, жылдамдықтың компоненттерін табуға болады:

$$V_x = 2,653 \text{ км/с},$$

$$V_y = 3,731 \text{ км/с},$$

$$V_z = 0 \text{ км/с}.$$

2.5-есеп. Егер Жердің бетіндегі еркін түсу үдеуі, Жер мен Айдың массалары мен радиустарының қатынастары (сәйкес 81 және 11/3) белгілі болса, ғарышкер өзін Айдың тартылыс күшінің өрісіндегідей сезіну үшін диаметрі 6 м ғарыштық аппарат қандай периодпен айналу керек.

Шешуі. Айналыстағы ғарыштық аппаратта ғарышкерлерді айналу өсінен ғарыштық аппараттың қабырғасына қысатын күш пайда болады.

Бұл күш жүйенің үдемелі қозғалысынан пайда болады, шамасы ге тең, бағыты қарама қарсы бағытталған, яғни

$$\vec{F} = -m\vec{w}, \quad (2.5.14)$$

мұндағы m – ғарышкердің массасы, \vec{w} – центрге тепкіш үдеу. Центрге тепкіш үдеудің шамасы

$$w = \omega^2 r. \quad (2.5.15)$$

Осы қатынастарды ескеріп \vec{F} күшінің шамасын табамыз:

$$F = \frac{(m\omega^2 d)}{2}, \quad (2.5.16)$$

мұндағы ω – ғарыштық аппараттың бұрыштық жылдамдығы, d – ғарыштық аппараттың диаметрі.

Егер ғарышкер Айдың тартылыс күшінің өрісінде болса, онда күштің шамасы

$$F = mg', \quad (2.5.17)$$

мұндағы g' – Айдың бетіндегі еркін түсу үдеуі.

(2.5.16) және (2.5.17) қатынастарды теңестіріп

$$\frac{m\omega^2 d}{2} = mg',$$

Айдың бетіндегі еркін түсу үдеуін анықтайтын өрнекті табамыз:

$$g' = \frac{2\pi^2 d}{T^2}. \quad (2.5.18)$$

Есептің берілгені бойынша Жер мен Айдың массалары мен радиустарының қатынастары белгілі, онда

$$g = \frac{GM_{\text{Ж}}}{R_{\text{Ж}}^2}, \quad g' = \frac{GM_A}{R_A^2}$$

өрнектерінен Айдың бетіндегі еркін түсу үдеуін анықтаймыз

$$g' = \frac{GM_A g}{R_A^2} : \frac{GM_{\text{Ж}}}{R_{\text{Ж}}^2} = \frac{R_{\text{Ж}}^2 M_A}{R_A^2 M_{\text{Ж}}} g. \quad (2.5.19)$$

(2.5.18) және (2.5.19) теңестірейік

$$\frac{2\pi^2 d}{T^2} = \frac{R_{\text{Ж}}^2 M_A}{R_A^2 M_{\text{Ж}}} g.$$

Соңғы қатынастан ғарыштық аппарат қандай периодпен айналу керек екенің анықтайтын өрнекті табамыз:

$$T = \frac{R_A^2 \pi}{R_{\text{Ж}}^2} \sqrt{\frac{2dM_{\text{Ж}}}{M_A g}}. \quad (2.5.20)$$

(2.5.20) формулаға берілген шамаларды қойып периодты табамыз

$$T = \frac{3,14 R_A^2}{11 R_{\text{Ж}}^2} \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 81}{9,8}} \approx 114,66(c) \approx 1,9(\text{мин}).$$

2.6-есеп. Жердің жасанды серігі мен Жердің арақашықтығы 3 э.р., ал орбитасының үлкен жарты өсі 2 э.р. тең. Серіктің жылдамдығын табыңыз.

Шешуі. Массаның нормаланған бірлігін еңгізіп

$$\mu = m + m_1 = 1,$$

мұндағы m – Жердің массасы, m_1 – серіктің массасы, (2.4.15) формуласынан

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) = 1 \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$$

табамыз.

Бұл жылдамдық радиусы жердің радиусына тең шеңбердің бойымен қозғалатын серіктің жылдамдығының $\frac{1}{\sqrt{6}}$ -на тең болады.

Оны (1.9.11) қолданып табуға болады:

$$V = 321,88 \text{ м/сек.}$$

2.7-есеп. Жасанды Жер серігінің перигей биіктігі 680 км, ал апогей биіктігі 2120 км. Оның минимал және максимал жылдамдығын табыңыз.

Шешуі. Есептің берілгені бойынша жасанды Жер серігінің орбитасы эллипс болады. Оның максимал жылдамдығы перицентрде (2.3.5), ал минимал жылдамдығы апоцентрде (2.3.6) болады:

$$V_{\max} = V_{\pi} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e), \quad (2.5.21)$$

$$V_{\min} = V_a = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1-e). \quad (2.5.22)$$

Алдымен r_a мен r_{π} (2.4.3) және (2.4.3) формулаларынан анықтайық:

$$r_a = H_a + R_{жс} = 6371 + 2120 = 8491 \text{ км,}$$

$$r_{\pi} = H_{\pi} + R_{ж} = 6371 + 680 = 7051 \text{ км.}$$

Енді (2.4.5) формуласынан үлкен жарты өсті табуға болады:

$$a = \frac{r_n + r_A}{2} = \frac{7051 + 8491}{2} = 7771 \text{ км.}$$

Фокальдық параметрді (2.4.10) формуласы бойынша табымыз:

$$p = \frac{2r_a r_{\pi}}{r_a + r_{\pi}} = \frac{2 \cdot 8491 \cdot 7051}{8491 + 7051} = 7704,29.$$

Эксцентриситетті (2.4.11) формуласынан табымыз:

$$e = \frac{r_a - r_{\pi}}{r_a + r_{\pi}} = \frac{8491 - 7051}{8491 + 7051} = 0,093.$$

Тапқан шамаларды (2.5.21) және (2.5.22) формулаларына қойып жасанды Жер серігінің минимал және максимал жылдамдығын табымыз:

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1-e) = \sqrt{\frac{398,60 \cdot 10^6}{7704,29}}(1-0,093) = 6,52 \text{ км/с,}$$

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e) = \sqrt{\frac{398,60 \cdot 10^6}{7704,29}}(1+0,093) = 7,26 \text{ км/с.}$$

СҰРАҚТАР

1. Ғарыштық аппараттың ұйытқымаған қозғалыстың теңдеулерінің неше өзара тәуелсіз интегралдары бар?
2. Әсер сферасы дегеніміз не? Оны қалай анықтауға болады?
3. Орбитаның пішіні мен өлшемін қандай шамалар сипаттайды?
4. Орбитаның қандай түрлері бар және оларды қалай анықтауға болады?
5. Сызықты эксцентриситет дегеніміз не?
6. Жердің әсер сферасынан шығып кету үшін қандай жылдамдық қажет?
7. Ғарыштық аппараттың жылдамдығының максимал шамасы орбитаның қандай нүктесінде болады?
8. Ғарыштық аппараттың жылдамдығының минимал шамасы орбитаның қандай нүктесінде болады?
9. Бірінші және екінші ғарыштық жылдамдықтардың арасында қандай байланыс бар?
10. Орбитаның классификациясын энергия тұрақтысы арқылы беріңіз.

3 ҒАРЫШТЫҚ АППАРАТТЫҢ ҰШУ УАҚЫТЫ

3.1 Ғарыштық аппараттың перицетрден кез келген нүктеге дейінгі ұшу уақыты

Ғарыштық аппараттың перицетрден кез келген нүктеге дейінгі ұшу уақыты келесі формуламен анықталады:

$$t - \tau = \sqrt{\frac{p^3}{\mu}} \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2}. \quad (3.1.1)$$

Егер орбита эксцентриситеті өте аз шама болса, онда, бірінші жуықтауда перицетрден кез келген нүктеге дейінгі ұшу уақыты ықшамдалған формуламен анықталады:

$$\Delta t \approx \sqrt{\frac{p^3}{\mu}} (\theta - 2e \sin \theta). \quad (3.1.3)$$

Ғарыштық аппараттың айналымының периоды

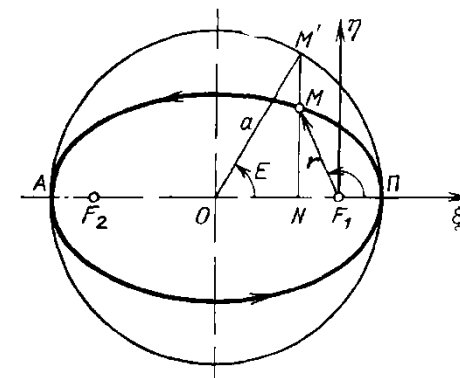
$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{p^3}{\mu}}. \quad (3.1.4)$$

Онда (3.1.3) формуланың келесі өрнегін алуға болады:

$$\Delta t \approx \frac{T}{2\pi} (\theta - 2e \sin \theta). \quad (3.1.5)$$

Эллипстік орбитаны қарастырайық.

Апсид өсі мен OM' радиусының арасындағы $E = \angle M'OP$ орталық бұрышын *эксцентрлік аномалия* дейді (3.1 сурет).



3.1-сурет. Эксцентрлік аномалия

3.1-суреттен келесі қатынастар орындалатыны көрінеді:

$$ON + NF_1 = OF_1 = c = ae,$$

$$ON = a \cos E,$$

$$NF_1 = -r \cos \theta,$$

$$ae = a \cos E - r \cos \theta,$$

$$\frac{p \cos \theta}{1 + e \cos \theta} = a(\cos E - e),$$

$$\cos \theta = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}. \quad (3.1.6)$$

Ғарыштық аппараттың перицетрден кез келген нүктеге дейінгі ұшу уақыты келесі формулалармен анықтауға болады:

$$t - \tau = \sqrt{\frac{P^3}{\mu}} \frac{1}{(1 - e^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^E (1 - e \cos E) dE, \quad (3.1.7)$$

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (E - e \sin E), \quad (3.1.8)$$

$$M = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} (t - \tau), \quad (3.1.9)$$

$$M = E - e \sin E, \quad (3.1.10)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}. \quad (3.1.11)$$

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}. \quad (3.1.12)$$

$$M = n(t - \tau). \quad (3.1.13)$$

Мұндағы M – орташа аномалия, T – период, n – орташа бұрыштық жылдамдық.

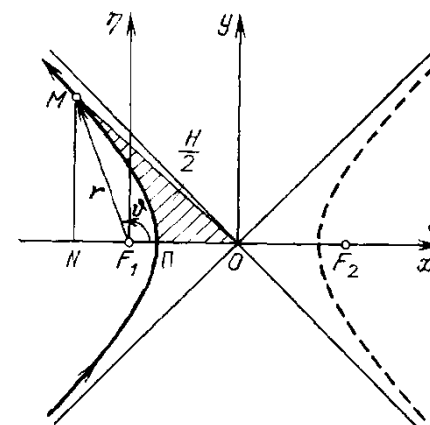
(3.1.10) қатынасын Кеплер теңдеуі дейді.

Гиперболалық орбита үшін бір бұрыштық айнымалыны еңгізіп, оны H деп белгілейік (3.2-сурет):

$$\begin{aligned} x &= achH, \\ y &= bshH. \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

H айнымалысы гиперболалық орбита үшін жоғарыда эллипстік орбита үшін еңгізілген эксцентрілік аномалия тәріздес.

Гиперболалық қозғалыс (3.2-сурет) үшін келесі қатынастарды аламыз:



3.2-сурет. H айнымалысы

$$r = a(echH - 1). \quad (3.1.15)$$

$$\sin \theta = \frac{a\sqrt{e^2 - 1}shH}{a(echH - 1)}, \quad (3.1.16)$$

$$\cos \theta = \frac{e - chH}{echH - 1}, \quad (3.1.17)$$

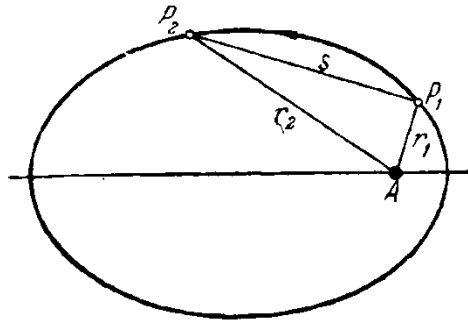
$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (eshH - H). \quad (3.1.18)$$

(3.1.18) – гиперболалық қозғалыс үшін Кеплер теңдеуі.

3.2 Кез келген екі нүкте арасындағы ұшу уақыты

Ғарыштық аппарат белгілі эллипстік орбита бойымен қозғалсын. Тартушы орталықтың гравитациялық параметрі μ , орбитаның эксцентриситеті e , үлкен жарты өсі a , екі нүктесінің

тартушы орталықтан қашықтығы r_1 , r_2 және P_1P_2 хордасының ұзындығы s берілген болсын, онда P_1 нүктесінен P_2 нүктесіне дейін ұшу уақытын есептеу үшін P_1 мен P_2 апсид өсінің бір жағында орналасады деп ұйғарайық (3.3-сурет).



3.3-сурет. P_1 және P_2 нүктелерінің орналасуы

Онда эллипстік орбита жағдайында кез келген екі нүктелерінің арасындағы ұшу уақытын есептеуге болады:

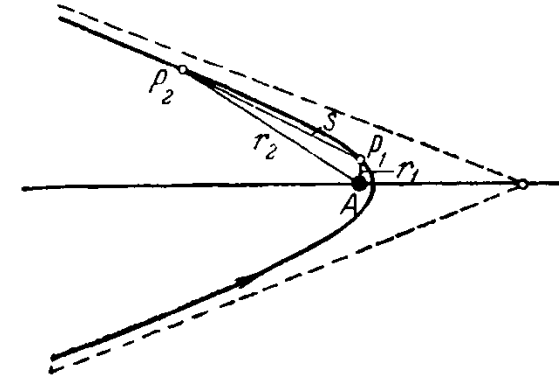
$$t_{12} = t_2 - t_1 = \frac{1}{n} [\lambda_1 - \lambda_2 - (\sin \lambda_1 - \sin \lambda_2)], \quad (3.2.1)$$

$$\cos \lambda_1 = 1 - \frac{r_1 + r_2 + s}{2a}, \quad \cos \lambda_2 = 1 - \frac{r_1 + r_2 - s}{2a}, \quad (3.2.2)$$

$$0 < \lambda_1 < \pi, \quad 0 < \lambda_2 < \pi. \quad (3.2.3)$$

(3.2.1) – эллипстік орбита жағдайы үшін Ламберт формуласы.

Гиперболалық орбита жағдайында ғарыштық аппарат $P_1 P_2$ доғаны перицентрден өткеннен кейін өтеді деп ұйғарып (3.4-сурет), келесі белгілеулерді еңгізейік:



3.4-сурет. s доғасының орналасуы

$$a < 0, \quad E_1 = iH_1, \quad E_2 = iH_2, \quad 0 \leq \text{Im } E_1 < \text{Im } E_2, \quad (3.2.4)$$

$$\text{Im } h \geq 0, \quad \text{Re } g = 0, \quad \text{Im } g > 0. \quad (3.2.5)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{|n|} [(sh \lambda'_1 - \lambda'_1) - (sh \lambda'_2 - \lambda'_2)], \quad (3.2.6)$$

$$|n| = \sqrt{\frac{\mu}{|a|^3}}, \quad (3.2.7)$$

$$\lambda_1 = i\lambda'_1, \quad \lambda_2 = i\lambda'_2. \quad (3.2.8)$$

$$ch \lambda'_1 = 1 + \frac{r_1 + r_2 + s}{2|a|}, \quad ch \lambda'_2 = 1 + \frac{r_1 + r_2 - s}{2|a|}$$

(3.2.6) – гиперболалық орбита жағдайы үшін Ламберт формуласы.

Параболалық орбита жағдайында екі нүкте арасындағы ұшу уақыты келесі формуламен анықталады:

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{6\sqrt{\mu}} \left[(r_1 + r_2 + s)^{\frac{3}{2}} \pm (r_1 + r_2 - s)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (3.2.9)$$

мұнда $\theta_2 - \theta_1 > \pi$ болса, «+» таңбасын, ал $\theta_2 - \theta_1 < \pi$ болса, «-» таңбасын аламыз. P_1 мен P_2 нүктелерінің ақиқат аномалияларының айырымын $\theta_2 - \theta_1$ бұрыштық қашықтық дейді.

(3.2.9) формуланы *Ньютон-Эйлер* формуласы дейді.

Жоғарыда орбитаның кез келген әр қалай орналасқан екі нүктелерінің арасындағы ұшу уақытын есептегенде А. Кэлидің талдауы қосымшада 4-кестеде берілген.

3.3 Есеп шығару мысалдары

3.1-есеп. Жасанды Жер серігі эксцентриситеті 0,5, ал үлкен жарты өсі 10^5 км болатын орбитамен қозғалады. Ол перицентрден 50 мин өткеннен кейін орбитаның ақиқат және эксцентрлік аномалиялары мен биіктігін анықтау керек.

Шешуі. Жасанды Жер серігінің перицентрден өткен уақытын t_0 , ал 50 мин өткеннен кейінгі уақытты t деп белгілеп,

$$t - t_0 = 50 \text{ мин} = 3000 \text{ с}$$

тауып, (3.1.12) формуласынан орташа бұрыштық жылдамдықты есептейік:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \frac{1}{10^5} \sqrt{\frac{398,6 \cdot 10^3}{10^5}} = 1,99 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Енді (3.1.13) формуласынан орташа аномалияны табуға болады

$$M = n(t - t_0) = 3000 \cdot 1,99 \cdot 10^{-5} = 0,0597 \approx 0,06 \text{ рад.}$$

Эксцентрлік аномалияны есептеу үшін (3.1.10) Кеплер теңдеуін біртіндеп жуықтау әдісімен шешеміз:

$$E_0 = 0;$$

$$E_1 = M = 0,06 \text{ рад};$$

$$E_2 = 0,5 \cdot \sin 0,06 + 0,06 = 0,090 \text{ рад};$$

$$E_3 = 0,5 \cdot \sin 0,090 + 0,06 = 0,105 \text{ рад};$$

$$E_4 = 0,5 \cdot \sin 0,105 + 0,06 = 0,112 \text{ рад};$$

$$E_5 = 0,5 \cdot \sin 0,112 + 0,06 = 0,116 \text{ рад};$$

$$E_6 = 0,5 \cdot \sin 0,116 + 0,06 = 0,119 \text{ рад};$$

$$E_7 = 0,5 \cdot \sin 0,119 + 0,06 = 0,119 \text{ рад};$$

$$E = 0,119 \text{ рад} = 6,82^\circ.$$

Ақиқат және эксцентрлік аномалиялары арасындағы қатынастан (3.1.6)

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2} = \operatorname{tg} \frac{0,119}{2} \sqrt{\frac{1+0,5}{1-0,5}} = 0,103$$

есептеп, ақиқат аномалияны табамыз

$$\theta = 0,205 \text{ рад} = 11,8^\circ.$$

Берілген уақыттағы жасанды Жер серігінің биіктігін анықтау үшін оның осы уақыттағы геоцентрлік арақашықтығын анықтайық:

$$r = a(1 - e \cos E) = 10^5 (1 - 0,5 \cos 0,119) = 50354 \text{ км.}$$

Осы тапқан арақашықтықтан Жердің радиусын алып серіктің биіктігін табамыз:

$$H = r - R_0 = 50354 - 6371 = 43983 \text{ км.}$$

3.2-есеп. Ғарыштық аппараттың Жерге қатысты эллипстік орбитаға шығарда перигейлік биіктіктегі жылдамдығы 10,9 км/с болды. Ғарыштық аппараттың геоцентрлік радиусы 384400 км тең Айдың орбитасына дейін ұшу уақытың табыңыз.

Шешуі. Есептің берілгені бойынша ғарыштық аппараттың орбитасының параметрлерін анықтайық.

Ғарыштық аппараттың перицентрдегі геоцентрлік арақашықтығын перигейлік биіктігі мен Жердің радиусының қосындысы арқылы табамыз:

$$r_{II} = H_{II} + R_0 = 230 + 6371 = 6601 \text{ км.}$$

Орбитаның үлкен жарты өсін энергия интегралынан табамыз:

$$a = r_{II} / (2 - r_{II} \cdot V^2 / K) = 6601 / (2 - 6601 \cdot 10,9^2 / 398,60 \cdot 10^3) = 206281 \text{ км.}$$

Эксцентриситетті (2.4.25) формуласынан табамыз:

$$e = 1 - \frac{r_{II}}{a} = 1 - \frac{6601}{206281} = 0,968.$$

(3.1.12) формуласынан орташа бұрыштық жылдамдықты есептейік:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Эксцентрлік аномалияны анықтайық:

$$\cos E = \frac{a - r}{ae} = \frac{206281 - 384400}{206281 \cdot 0,968} = -0,892.$$

Онда

$$E = 153,1^\circ = 2,673 \text{ рад,}$$

$$\sin E = 0,452.$$

Айдың орбитасына дейін ұшу уақыты

$$t - t_0 = \frac{E - e \sin E}{n} = \frac{2,673 - 0,968 \cdot 0,452}{2 \cdot 10^{-6}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ с} = 13 \text{ тәулік.}$$

СҰРАҚТАР

1. Ғарыштық аппараттың перицентрден кез келген нүктеге дейінгі ұшу уақыты қалай анықталады?
2. Эксцентрлік аномалия дегеніміз не және қалай еңгізіледі?
3. Эксцентрлік және ақиқат аномалияларының тәуелділігі.
4. Эксцентрлік, орташа және ақиқат аномалияларының тәуелділігі.
5. Орташа аномалия дегеніміз не және мағнасы қандай?
6. Сызықты эксцентриситет дегеніміз не?
7. Эллипстік орбита жағдайында екі нүкте арасындағы ұшу уақыты қалай анықталады?
8. Параболалық орбита жағдайында екі нүкте арасындағы ұшу уақыты қалай анықталады?
9. Бұрыштық қашықтық дегеніміз не?

4. ҚОЗҒАЛЫСТЫҢ БЕРІЛГЕН ШАРТТАРЫ БОЙЫНША ҰЙЫТҚЫМАҒАН ОРБИТАНЫ АНЫҚТАУ

4.1 ҒА-ң бастапқы орны мен жылдамдығы бойынша орбитаны анықтау

4.1-есеп. Бір t_0 уақытында экваторлық координаталар жүйесінде ҒА-ң координаталары мен жылдамдығының проекциялары берілген болсын: $t_0, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$. ҒА-ң ұйытқымаған орбитасын анықтау керек.

Шешуі. Орбитаны анықтау үшін келесі алты a, e (немесе p), M_0 (немесе τ), Ω , i , ω орбита элементтерін табу керек (1.1 сурет). Мұнда келесі белгілеулер аталған:

a – орбитаның үлкен жарты өсі,

p – фокальдық параметр,

e – эксцентриситет,

M_0 – дәуірдің орташа аномалиясы, (4.1.1)

τ – перицентрден ұшу уақыты,

Ω – ұлғаймалы түйіннің бойлығы $0 \leq \Omega < 2\pi$,

i – еңкею бұрышы,

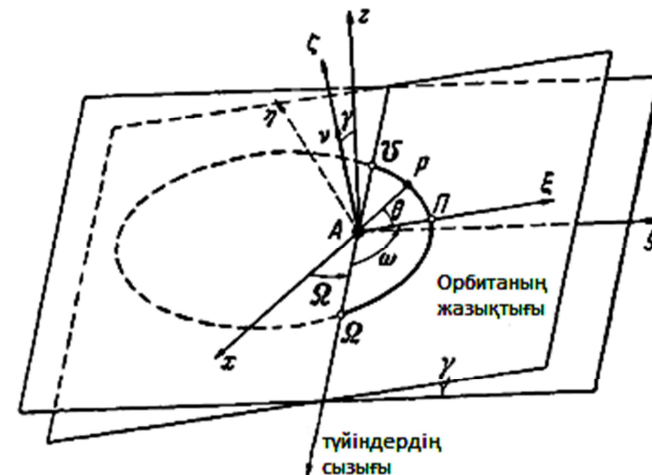
ω – перицентр аргументі $0 \leq \omega < 2\pi$.

Энергия интегралынан орбитаның үлкен жарты өсін табамыз:

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{r_0} - \frac{V_0^2}{\mu}, \quad (4.1.2)$$

мұндағы

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}. \quad (4.1.3)$$



4.1-сурет. Орбита элементтері

Аудандар интегралынан фокальдық параметрді, еңкею бұрышын және ұлғаймалы түйінің анықтайтын үш теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} \sqrt{\mu p} \sin i \sin \Omega &= y_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0, \\ \sqrt{\mu p} \sin i \cos \Omega &= x_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{x}_0, \\ \sqrt{\mu p} \cos i &= x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0. \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

Келесі теңдеулер жүйесінен эксцентриситетті табамыз:

$$\begin{aligned} e \sin \theta_0 &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \dot{r}_0, \\ e \cos \theta_0 &= \frac{p - r_0}{r_0} \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

мұндағы θ_0 – ақиқат аномалияның t_0 уақыттағы шамасы, \dot{r}_0 – жылдамдықтың t_0 уақыттағы шамасы:

$$\dot{r}_0 = \frac{x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0}{r_0} \quad (4.1.6)$$

Перицентр аргументі келесі теңдеумен анықталады

$$\omega = u_0 - \theta_0, \quad (4.1.7)$$

мұндағы u_0 ендік аргументін келесі қатынастардан табамыз

$$\begin{aligned} r_0 \sin u_0 &= z_0 \operatorname{cosec} i, \\ r_0 \cos u_0 &= x_0 \cos \Omega + y_0 \sin \Omega \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

Дәуірдің орташа аномалиясы орбитаның түріне байланысты әр-түрлі әдіспен анықталады. Егер эллипстік орбитаны қарастыратын болсақ, алдымен эксцентрлік аномалияны

$$\operatorname{tg} \frac{E_0}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \quad (4.1.9)$$

тауып, орташа аномалияны

$$M_0 = E_0 - e \sin E_0 \quad (4.1.10)$$

немесе перицентрден өту уақытын табуға болады:

$$\tau = t_0 - \frac{M_0}{n}, \quad (4.1.11)$$

мұндағы n – орташа тәуліктік қозғалыс

$$n = \sqrt{\mu a^{-3/2}}. \quad (4.1.12)$$

Сонымен, орбитаның барлық элементтері анықталды.

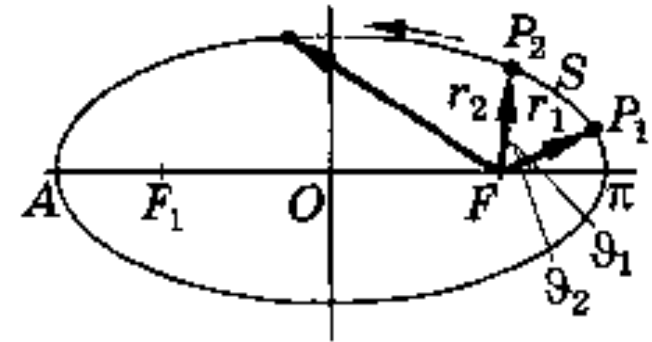
4.2 ҒА-ң екі бекітілген орны мен фокалдық параметрі бойынша орбитаны анықтау

4.2-есеп. Берілген t_1 және t_2 (мысалы $t_1 < t_2$ болсын) уақыт мезеттерінде \vec{r}_1 және \vec{r}_2

$$\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i), \quad i=1,2 \quad (4.2.1)$$

ҒА-ң радиус-векторлары мен орбитаның фокалдық параметрі белгілі болсын. ҒА-ң ұйытқымаған орбитасын анықтау керек.

Шешуі. Орбитаны анықтау үшін элементтерін табу керек (4.1-сурет). Орбита элементтерін бір мәнді анықтау үшін берілген уақыттардағы $\Delta\theta$ ақиқат аномалиялардың айырымы 0° пен 90° аралығында болсын деп қабылдайық (4.2 сурет).



4.2-сурет. ҒА-ң екі белгілі орны

Егер $\Delta\theta > 90^\circ$ болса есептің бірнеше шешімі болады.

\vec{r}_1

және \vec{r}_2 радиус-векторлары мен $\Delta\theta$ шамаларын келесі қатынастардан анықтаймыз:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \\ r_2^2 &= x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 \\ \sigma &= (x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)/r_1^2 \\ x_0 &= x_2 - \sigma x_1 \\ y_0 &= y_2 - \sigma y_1 \\ z_0 &= z_2 - \sigma z_1 \\ r_0^2 &= x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \\ \sin \Delta\theta &= r_0/r_2 \\ \cos \Delta\theta &= (x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)/r_1r_2 \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Есептеудің дұрыстығы

$$\sin^2 \Delta\theta + \cos^2 \Delta\theta = 1 \quad (4.2.2)$$

қатынасы арқылы тексеріледі.

Егер $\Delta\theta$ шамасы аз болса мұндай тексеру тиімді емес, сондықтан келесі қатынасты қолданады

$$(r_0r_1)^2 = (y_1z_2 - y_2z_1)^2 + (z_1x_2 - z_2x_1)^2 + (x_1y_2 - y_1x_2)^2 \quad (3.2.3)$$

$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2$ векторлық көбейтіндіден $\Delta\theta$, Ω , i элементтерінің қатынастарын аламыз:

$$\begin{aligned} |r_1r_2| \sin i \sin \Omega &= y_1z_2 - y_2z_1 \\ |r_1r_2| \sin i \cos \Omega &= x_1z_2 - x_2z_1 \\ |r_1r_2| \cos i &= x_1y_2 - x_2y_1 \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

мұндағы $|r_1r_2| = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2$ векторлық көбейтіндінің абсолюттық шамасы

$$|r_1r_2| = r_1r_2 \sin \Delta\theta. \quad (4.2.5)$$

Осыдан Ω және i элементтерін тауып, эксцентриситет пен θ_1 және θ_2 шамаларын келесі қатынастан анықтаймыз

$$e \sin v_1 = q_1 \operatorname{ctg} \Delta\theta - q_2 \operatorname{cosec} \Delta\theta, \quad e \cos \theta_1 = q_1 \quad (4.2.6)$$

мұндағы

$$q_i = \frac{p}{r_i} - 1, \quad i = 1, 2, \quad (4.2.7)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta. \quad (4.2.8)$$

Орбита теңдеуінен үлкен жарты өсті табамыз

$$p = a(1 - e^2). \quad (4.2.9)$$

(4.1.6) және (4.1.7) қатынастарын пайдаланып ендік аргументін келесі қатынастардан табамыз

$$\omega = u_1 - \theta_1, \quad (4.2.10)$$

$$r_1 \sin u_1 = z_1 \operatorname{cosec} i, \quad (4.2.11)$$

$$r_1 \cos u_1 = x_1 \cos \Omega + y_1 \sin \Omega.$$

(3.1.8) – (3.1.11) қатынастарын пайдаланып (төменгі 0 индексін 1, немесе 2-ге ауыстырып) орташа аномалияны, немесе перицентрден ұшу уақытын табамыз.

$a, e, M_0, \Omega, i, \omega$ орбита элементтері бойынша FA-ң кез келген нүктедегі жылдамдық компоненттерін табуға болады:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V_x = V_r(\cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i) - \\ &\quad - V_u(\cos \Omega \sin u + \sin \Omega \cos u \cos i), \\ \dot{y} &= V_y = V_r(\sin \Omega \cos u + \cos \Omega \sin u \cos i) - \\ &\quad - V_u(\sin \Omega \sin u - \cos \Omega \cos u \cos i), \\ \dot{z} &= V_z = V_r \sin u \sin i + V_u \cos u \sin i \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

мұндағы

$$\begin{aligned} V_r &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \theta ; \\ V_u &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \theta); \\ u &= \omega + \theta . \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

4.3 FA-ң екі бекітілген орны бойынша орбитаның элементтерін табу

4.3-есеп. Берілген t_1 және t_2 (мысалы $t_1 < t_2$ болсын) уақыт мезеттерінде \vec{r}_1 және \vec{r}_2 FA-ң радиус-векторлары мен орбитаның фокальдық параметрі белгілі болсын. FA-ң ұйытқымаған орбитасын анықтау керек.

Шешуі. Орбита элементтерін бір мәнді анықтау үшін берілген уақыттардағы $\Delta\theta$ ақиқат аномалиялардың айырымы 0° пен 90° аралығында болсын деп қабылдайық. Егер $\Delta\theta > 90^\circ$ болса есептің бірнеше шешімі болады.

\vec{r}_1 және \vec{r}_2 радиус-векторлары мен $\Delta\theta$ шамаларын (4.2.2) қатынастардан анықтаймыз.

Келесі қосымша шамаларды еңгізейік:

$$\begin{aligned} \tau^* &= \sqrt{\mu}(t_2 - t_1), \\ k^2 &= 2(r_1 r_2 + x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2), \\ d &= \frac{22\tau^{*2}}{k^2 |6k + 9(r_1 + r_2)|} \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

\vec{r}_1 және \vec{r}_2 радиус-векторларының арасындағы сектордың және осы векторлар мен $P_1 P_2$ хордасы құратын үшбұрыштың аудандарының қатынасын η деп белгілейік. Оны келесі формула бойынша есептеуге болады:

$$\eta = 1 + \frac{10}{11} S_1 \quad (4.3.2)$$

мұндағы S_1 келесі квадраттық теңдеуден табылады

$$S_1^2 + S_1 - d = 0 \quad (4.3.3)$$

Фокальдық параметрді келесі теңдеуден табамыз

$$\sqrt{p} = \eta r_0 r_1 / \tau^\wedge . \quad (4.3.9)$$

e, θ_1 және θ_2 шамаларын келесі қатынастардан анықтаймыз

$$q_1 = p/r_1 - 1, \quad q_2 = p/r_2 - 1,$$

$$e \sin \theta_1 = (q_1 \cos \Delta\theta - q_2) / \sin \Delta\theta, \quad (4.3.10)$$

$$e \cos \theta_1 = q_1,$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta.$$

Орбитаның үлкен жарты өсі мен эксцентрілік аномалиясын келесі қатынастардан анықтаймыз

$$a = \frac{p}{1-e^2}, \quad (4.3.11)$$

$$tg \frac{E_1}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} tg \frac{\vartheta_i}{2}, \quad i = 1, 2. \quad (4.3.12)$$

(3.2.4), (3.2.10) және (3.2.11) қатынастардан Ω , i , ω элементтерін табамыз. Орташа аномалияның

$$M_1 = E_1 - e \sin E_1, \quad (4.3.13)$$

$$M_2 = E_2 - e \sin E_2$$

шамаларын тауып, орташа тәуліктік қозғалысты есептейміз

$$n = \frac{M_2 - M_1}{t_2 - t_1}, \quad M_0 = M_1 + n(t_0 - t_1), \quad (4.3.14)$$

мұндағы t_0 – бір таңдап алынған уақыт мезеті.

Енді перицентрден өту уақытын табуға болады:

$$\tau = t_0 - \frac{M_0}{n} \quad (4.3.15)$$

Сұрақтар

1. Аудандар интегралдарынан қандай орбита элементтерін табуға болады?
2. Орбита элементтерін бір мәнді анықтау үшін $\Delta\theta$ шамасы қандай аралықта болу керек?
3. ҒА-ң жылдамдық компоненттерін табу үшін қандай орбита элементтері белгілі болу керек?
4. Орбитаның пішіні қалай табады?
5. Орбитаның өлшемін қалай табады?
6. Орташа тәуліктік қозғалысты қалай есептейді?
7. Фокальдық параметрді қалай табады?
8. Есептеудің дұрыстығын қалай тексереді?
9. Перицентрден өту уақытын қалай есептейді?
10. Орбита элементтерін бір мәнді анықтау үшін берілген уақыттардағы ақиқат аномалиялардың айырымы қандай аралықта болу қажет?

5. ЖАТТЫҒУ ЕСЕПТЕРІ

1. Юпитердің массасы Күннің массасының $1/1047,355$ тең, ал Жердің массасы Күннің массасының $1/329\,390$ тең. Геоцентрлік гравитациялық параметр белгілі деп, Юпитердің гравитациялық параметрін табу керек.

2. Егер Жер мен Айдың массалары белгілі және Күн мен Жердің арақашықтығы $15 \cdot 10^7$ км, ал Жер мен Айдың арақашықтығы $38 \cdot 10^4$ км болса, Қандай дене – Күн немесе Жер Айды басым күшпен тартады?

3. Массасы m материалдық нүктеге әсер ететін тартылыс күшінің модулі келесі формуламен анықталады

$$F = \frac{m\mu}{r^2}, \text{ мұндағы } \mu = fM - \text{тартушы центрдің}$$

гравитациялық параметрі (M – тартушы центрдің массасы, f – тартушы центрдің гравитациялық тұрақтысы, r – тартушы центрден материалдық нүктеге дейінгі арақашықтық). Тартушы дененің радиусы R және оның бетіндегі үдеуі g болса оның гравитациялық параметрін табыңыз.

4. Алдыңғы есепті Меркурий үшін шығарыңыз.

5. Алдыңғы есепті Юпитер үшін шығарыңыз.

6. Алдыңғы есепті Марс үшін шығарыңыз.

7. Алдыңғы есепті Ай үшін шығарыңыз.

8. Тығыздығы тең екі біртекті шарлардың тартылыс күштерінің қатынасы (олардың бетінде жататын нүктелері үшін) шарлардың радиустарының қатынасына тең болатынын дәлелдеңіз.

1. Известны элементы орбиты ИСЗ относительно геоцентрической экваториальной системы координат: $a=7000$ км, $e=0,2$, $i=60^\circ$, $\Omega=90^\circ$, $\omega=45^\circ$. По этим данным вычислите декартовы экваториальные координаты перигея орбиты. Найдите также экваториальные сферические координаты перигея орбиты ИСЗ радиус-вектор r , прямое восхождение α и склонение δ .

2. Космический корабль движется вокруг Солнца по эллиптической орбите, имеющей следующие эклиптические элементы: $a=3$ а.е., $e=0,4$, $i=60^\circ$, $\Omega=120^\circ$, $\omega=90^\circ$, $t_0=1992$, янв.

$5,12^h23^m$ UT. Какими были в эклиптической системе отсчета прямоугольные координаты корабля за 30 суток перед его прохождением через перигелий орбиты.

3. Орбита ИСЗ имеет следующие экваториальные элементы: $a=4 \cdot R_3$ (R_3 – средний радиус Земли), $e=0,3$, $i=65^\circ$, $\Omega=40^\circ$, $\omega=50^\circ$, $t_0=1992$, янв. $4,4^h20^m$ UT. Какие прямоугольные координаты имел спутник в экваториальной системе отсчета в момент 1992, янв. $4,9^h20^m$ UT.

4. Орбита ИСЗ имеет следующие экваториальные элементы: $a = 4 \cdot R_3$ (R_3 – средний радиус Земли), $e=0,2$, $i=65^\circ$, $\Omega=60^\circ$, $\omega=120^\circ$, $t_0=1992$, июнь $3,12^h10^m$ UT. Вычислите, когда спутник в последний раз перед указанным моментом прошел через восходящий узел своей орбиты и когда он после этого момента впервые прошел через нисходящий узел орбиты.

5. Космический корабль движется вокруг Солнца по эллиптической орбите, имеющей следующие эклиптические элементы: $a=3$ а.е., $e=0,6$, $i=30^\circ$, $\Omega=180^\circ$, $\omega=60^\circ$, $t_0=1995$, февр. $5,12^h23^m$ UT. Какими были в эклиптической системе отсчета прямоугольные координаты корабля за 30 суток перед его прохождением через перигелий орбиты.

6. Орбита ИСЗ имеет следующие экваториальные элементы: $a=4 \cdot R_3$ (R_3 – средний радиус Земли), $e=0,8$, $i=70^\circ$, $\Omega=50^\circ$, $\omega=60^\circ$, $t_0=1895$, янв. $5,3^h30^m$ UT. Какие прямоугольные координаты имел спутник в экваториальной системе отсчета в момент 1895, янв. $5,3^h30^m$ UT.

7. Известны элементы орбиты ИСЗ относительно геоцентрической экваториальной системы координат: $a=8000$ км, $e=0,6$, $i=50^\circ$, $\Omega=80^\circ$, $\omega=60^\circ$. По этим данным вычислите декартовы экваториальные координаты перигея орбиты. Найдите также экваториальные сферические координаты перигея орбиты ИСЗ радиус-вектор r , прямое восхождение α и склонение δ .

8. Космический корабль движется вокруг Солнца по эллиптической орбите, имеющей следующие эклиптические элементы: $a=2$ а.е., $e=0,6$, $i=90^\circ$, $\Omega=140^\circ$, $\omega=60^\circ$, $t_0=1992$, янв. $5,12^h23^m$ UT. Какими были в эклиптической системе отсчета прямоугольные координаты корабля за 30 суток перед его прохождением через перигелий орбиты.

9. Орбита ИСЗ имеет следующие экваториальные элементы: $a=4 \cdot R_3$ (R_3 – средний радиус Земли), $e=0,7$, $i=60^\circ$, $\Omega=60^\circ$, $\omega=70^\circ$, $t_0=1897$, янв. $3,4^{h}20^m$ UT. Какие прямоугольные координаты имел спутник в экваториальной системе отсчета в момент 1897, янв. $3,9^{h}20^m$ UT.

10. Известны элементы орбиты ИСЗ относительно геоцентрической экваториальной системы координат: $a=9000$ км, $e=0,7$, $i=60^\circ$, $\Omega=70^\circ$, $\omega=90^\circ$. По этим данным вычислите декартовые экваториальные координаты перигея орбиты. Найдите также экваториальные сферические координаты перигея орбиты ИСЗ радиус-вектор r , прямое восхождение α и склонение δ .

11. Определить ускорение свободного падения на поверхности планет Марса и Венеры, а также астероида Цереры. Массы и радиусы в сравнении с земными: у Марса — 0,107 и 0,533, у Венеры — 0,815 и 0,950, у Цереры — $28,9 \cdot 10^{-5}$ и 0,0784.

12. Масса Луны в 81,3 раза, а диаметр в 3,67 раза меньше земных. Во сколько раз вес астронавтов был меньше на Луне, чем на Земле?

13. Чему равно ускорение свободного падения на поверхности Солнца и Сатурна, радиусы которых больше земного в 109,1 и 9,08 раза, а средняя плотность в сравнении с земной составляет 0,255 и 0,127?

14. Какое ускорение свободного падения было бы на поверхности Земли и Марса, если бы при неизменной массе их диаметры увеличились вдвое и втрое? Сведения о Марсе см. в задаче 1.

15. Как изменилось бы ускорение свободного падения на поверхности планеты при увеличении ее массы в m раз, а средней плотности в n раз и, в частности, при $m=n$?

16. Космический аппарат на расстоянии 415 км от поверхности Марса имеет скорость 6,8 км/с. Найдите постоянную энергии, если отношение масс Солнца и Марса составляет $3090 \cdot 10^3$, а радиус Марса равен 3407 км. (При решении используйте

$$\frac{\mu_3}{\mu_{Ю}} = \frac{M_3}{M_{Ю}}$$

соотношение $\mu_{Ю}$ $M_{Ю}$).

17. Каким стало бы ускорение свободного падения на поверхности Солнца, если бы при той же массе оно увеличилось в диаметре до размеров земной орбиты? Масса Солнца в 333 тыс. раз больше земной, а его диаметр равен 1392000 км.

18. Среднее расстояние Нептуна от Солнца составляет 30,1 а.е., а среднее расстояние Плутона от Солнца равно 39,5 а.е. Эксцентриситеты орбит Нептуна и Плутона соответственно равны 0,009 и 0,25. Какая из этих двух планет ближе подходит к Солнцу?

19. Над каким полушарием - северным или южным - больше времени находился первый искусственный спутник Земли в течение первых его оборотов вокруг Земли (перигей находился над некоторой точкой северного полушария).

20. Перигелийное и афелийное расстояния орбиты кометы соответственно равны 1,4 а.е. и 33,5 а.е. Определите размер и форму орбиты кометы относительно Солнца.

21. Космический аппарат движется по гиперболической орбите. Угол между асимптотами орбиты равен $\alpha = 60^\circ$. Найдите эксцентриситет орбиты.

22. Спутник Юпитера движется по орбите с фокальным параметром 25000 км. Определите значение постоянной площадей и ее размерность (используйте соотношения, полученные в примере 2).

23. Большая полуось орбиты Земли в движении вокруг Солнца равна $149,6 \cdot 10^6$ км. Вычислите наименьшее и наибольшее гелиоцентрическое расстояние Земли, если эксцентриситет ее орбиты составляет 0,01679.

24. Постоянная живых сил движущегося вокруг Сатурна спутника равна $-0,5 \text{ км}^2/\text{с}^2$. Вычислите большую полуось кеплеровской орбиты спутника планеты, если гравитационный параметр Сатурна составляет $37,86 \cdot 10^6 \text{ км}^3/\text{с}^2$.

25. Космическое тело находится на гелиоцентрическом расстоянии $149,6 \cdot 10^6$ км. Вычислите круговую и параболическую скорости относительно Солнца на указанном расстоянии.

26. Спутник притягивающего центра находится в точке орбиты с истинной аномалией ν . Известна, кроме того, круговая скорость $V_{кр}$ в этой точке и эксцентриситет орбиты e . Какую скорость имеет спутник в рассматриваемый момент?

27. Большая полуось орбиты кометы равна 5,5 а.е., а ее эксцентриситет 0,86. Как близко комета подходит к Солнцу и какую при этом имеет гелиоцентрическую скорость?

28. Высота ИСЗ в перигее составляет 680 км, а в апогее 2120 км. Найдите минимальную и максимальную скорость движения спутника по орбите.

29. Большая полуось орбиты кометы равна 5,5 а.е., а ее эксцентриситет 0,86. Как близко комета подходит к Солнцу и какую при этом имеет гелиоцентрическую скорость?

30. Найдите круговую, параболическую, максимальную и минимальную гелиоцентрические скорости движения Земли.

31. Если космическая ракета на высоте 230 км над земной поверхностью получит в направлении, перпендикулярном ее геоцентрическому радиусу-вектору, скорость 10 км/с, то апогей орбиты ракеты окажется примерно на геоцентрическом расстоянии 370000 км. Какую скорость будет иметь ракета в апогее?

32. ИСЗ в 10 часов в апогее имеет высоту 1636 км и скорость 7,7 км/с. Найдите на каком расстоянии от центра Земли будет находиться ИСЗ в 22 часа того же дня.

33. Автоматическая станция обращается вокруг Земли по орбите, максимальное расстояние которой от центра Земли составляет 700000 км, а минимальное – 90000 км. На каком геоцентрическом расстоянии будет находиться станция через двое суток после прохождения перигея орбиты.

34. ИСЗ имел перигей на расстоянии 6600 км от центра Земли. Спутник прошел перигей орбиты в 4 часа по московскому времени. В 5 часов 20 мин было включено тормозное устройство спутника. Найдите для этого момента эксцентрическую аномалию спутника, его истинную аномалию и высоту над поверхностью Земли.

35. ИСЗ имел максимальную высоту 1927 км, а минимальную – 877 км. Найдите расстояние ИСЗ от центра Земли и его среднюю суточную скорость для момента, когда истинная аномалия ИСЗ равна 154°.

6. ТЕСТТЕР

1. Бірінші ғарыштық жылдамдық дегеніміз не?

- A) ғаламшардың жасанды серігі болу үшін қажет жылдамдық
- B) ғаламшардан ұзап кету үшін қажет жылдамдық
- C) Күн жүйесінен ұзап кету үшін қажет жылдамдық
- D) ғаламшардың апоцентріне жету үшін қажет жылдамдық

2. Екінші ғарыштық жылдамдық дегеніміз не?

- A) ғаламшардың апоцентріне жету үшін қажет жылдамдық
- B) ғаламшардың жасанды серігі болу үшін қажет жылдамдық
- C) Күн жүйесінен ұзап кету үшін қажет жылдамдық
- D) ғаламшардан ұзап кету үшін қажет жылдамдық

3. Үшінші ғарыштық жылдамдық дегеніміз не?

- A) ғаламшардан ұзап кету үшін қажет жылдамдық
- B) Күн жүйесінен ұзап кету үшін қажет жылдамдық
- C) ғаламшардың жасанды серігі болу үшін қажет жылдамдық
- D) ғаламшардың апоцентріне жету үшін қажет жылдамдық

4. Кіші аспан денесінің үлкен аспан денесіне қатысты әсер сферасының радиусын есептейтін формула

A) $r_d = Z \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{2}{5}}$,

B) $r_d = Z \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{2}{3}}$,

C) $r_d = Z \left(\frac{M}{m} \right)^{\frac{2}{5}}$,

$$D) r_d = Z \left(\frac{M}{m} \right)^{\frac{2}{5}}.$$

5. Геоцентрлік санақ жүйесі дегеніміз не?

- A) Айдың әсер сферасындағы санақ жүйесі
- B) Күннің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- C) Жердің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- D) Ғаламшардың әсер сферасындағы санақ жүйесі

6. Гелиоцентрлік санақ жүйесі дегеніміз не?

- A) Күннің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- B) Жердің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- C) Айдың әсер сферасындағы санақ жүйесі
- D) Ғаламшардың әсер сферасындағы санақ жүйесі

7. Селеноцентрлік санақ жүйесі дегеніміз не?

- A) Ғаламшардың әсер сферасындағы санақ жүйесі
- B) Күннің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- C) Жердің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- D) Айдың әсер сферасындағы санақ жүйесі

8. Планетоцентрлік санақ жүйесі дегеніміз не?

- A) Ғаламшардың әсер сферасындағы санақ жүйесі
- B) Күннің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- C) Жердің әсер сферасындағы санақ жүйесі
- D) Айдың әсер сферасындағы санақ жүйесі

9. Жасанды серіктің ұйытқымаған қозғалысының теңдеуі

$$A) \frac{d\vec{r}}{dt^2} + \frac{K\vec{r}}{r} = 0,$$

$$B) \frac{d^2\vec{r}}{dt} + \frac{K\vec{r}}{r} = 0,$$

$$C) \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{K\vec{r}}{r} = 0,$$

$$D) \frac{d\vec{r}}{dt} + \frac{K\vec{r}}{r} = 0$$

10. Жасанды серіктің ұйытқымаған қозғалысының қанша алғашқы интегралдары болады?

- A) бес
- B) алты
- C) жеті
- D) он

11. Жасанды серіктің ұйытқымаған қозғалысының қанша тәуелсіз алғашқы интегралдары болады?

- A) бес
- B) алты
- C) жеті
- D) тоғыз

12. Энергия интегралы

$$A) \vec{r} \times \vec{V} = \vec{\sigma},$$

$$B) V^2 = \frac{2K}{r} + h,$$

$$C) \vec{\sigma} \times \vec{V} + \frac{K\vec{r}}{r} = -\vec{\lambda},$$

$$D) \lambda^2 = K^2 + h\sigma^2$$

13. Аудандар интегралы

- A) $\vec{r} \times \vec{V} = \vec{\sigma}$,
B) $\lambda^2 = K^2 + h\sigma^2$,
C) $\vec{\sigma} \times \vec{V} + \frac{K\vec{r}}{r} = -\vec{\lambda}$,
D) $V^2 = \frac{2K}{r} + h$

14. Лаплас интегралы

- A) $\vec{r} \times \vec{V} = \vec{\sigma}$,
B) $\lambda^2 = K^2 + h\sigma^2$,
C) $V^2 = \frac{2K}{r} + h$,
D) $\vec{\sigma} \times \vec{V} + \frac{K\vec{r}}{r} = -\vec{\lambda}$

15. Орбита теңдеуі

- A) $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$,
B) $\lambda^2 = K^2 + h\sigma^2$,
C) $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{K\vec{r}}{r} = 0$,
D) $V^2 = \frac{2K}{r} + h$

16. Лаплас жазықтығы қандай формуламен анықталады?

- A) $\vec{\sigma} \cdot \vec{r} = 0$,
B) $\lambda_1\sigma_1 + \lambda_2\sigma_2 + \lambda_3\sigma_3 = 0$,
C) $y\dot{z} - \dot{z}y = \sigma_1$,
D) $z\dot{x} - x\dot{z} = \sigma_2$,

17. Эксцентриситет қандай формуламен анықталады?

- A) $p = \frac{\sigma^2}{K}$,
B) $e = \frac{\lambda}{K}$,
C) $M = n(t - \tau)$,
D) $E - e \sin E = M$,

18. Фокальдық параметр қандай формуламен анықталады?

- A) $p = \frac{\sigma^2}{K}$,
B) $e = \frac{\lambda}{K}$,
C) $M = n(t - \tau)$,
D) $E - e \sin E = M$,

19. Эксцентриситеттік аномалия қандай формуладан анықталады?

- A) $p = \frac{\sigma^2}{K}$

B) $e = \frac{\lambda}{K},$

C) $M = n(t - \tau),$

D) $E - e \sin E = M,$

20. Орташа аномалия қандай формуламен анықталады?

A) $e = \frac{\lambda}{K},$

B) $p = \frac{\sigma^2}{K},$

C) $M = n(t - \tau),$

D) $E - e \sin E = M,$

21. Жылдамдықтың радиалды компоненті қандай формуламен анықталады?

A) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 + e),$

B) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 + e \cos \theta),$

C) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}e \sin \theta,$

D) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 - e)$

22. Жылдамдықтың трансверсалды компоненті қандай формуламен анықталады?

A) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 + e \cos \theta),$

B) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 + e),$

C) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}e \sin \theta,$

D) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 - e)$

23. Перицентрде ГА-ң жылдамдығы қандай формуламен анықталады?

A) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 - e)$

B) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}e \sin \theta,$

C) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 + e \cos \theta),$

D) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1 + e),$

24. Апоцентрде ГА-ң жылдамдығы қандай формуламен анықталады?

A) $V = \sqrt{\frac{K}{p}(1+e)}$,

B) $V = \sqrt{\frac{K}{p}(1-e)}$,

C) $V = \sqrt{\frac{K}{p}(1+e \cos \theta)}$,

D) $V = \sqrt{\frac{K}{p}} e \sin \theta$

25. Бірінші ғарыштық жылдамдық қандай формуламен анықталады?

A) $V = \sqrt{\frac{2K}{r}}$,

B) $V^2 = \frac{K}{|a|}$,

C) $V = \sqrt{K/r}$,

D) $V^2 = V_{\text{пар}}^2(r) + V_{\infty}^2$

26. Екінші ғарыштық жылдамдық қандай формуламен анықталады?

A) $V^2 = \frac{K}{|a|}$,

B) $V = \sqrt{K/r}$,

C) $V = \sqrt{\frac{2K}{r}}$,

D) $V^2 = V_{\text{пар}}^2(r) + V_{\infty}^2$

27. Жергілікті гиперболалық жылдамдық қандай формуламен анықталады?

A) $V^2 = V_{\text{пар}}^2(r) + V_{\infty}^2$,

B) $V = \sqrt{K/r}$,

C) $V^2 = \frac{K}{|a|}$,

D) $V = \sqrt{\frac{2K}{r}}$,

28. Гиперболалық жылдамдықтың қалдығы қандай формуламен анықталады?

A) $V^2 = \frac{K}{|a|}$,

B) $V = \sqrt{K/r}$,

C) $V = \sqrt{\frac{2K}{r}}$,

D) $V_r^2(r) - \frac{2K}{r} = V_{\infty}^2$

29. Кеплер теңдеуі қандай формуламен анықталады?

- A) $E - e \sin E = M$,
- B) $x = a(\cos E - e)$,
- C) $y = a\sqrt{1 - e^2} \sin E$,
- D) $r = a(1 - e \cos E)$

30. Перигеңтрден кез келген орынға дейінгі қозғалыс уақыты қандай формуламен анықталады?

- A) $t = \sqrt{\frac{p^3}{K}} \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2}$,
- B) $t - \tau = \sqrt{\frac{p^3}{K}} \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2}$,
- C) $\tau = t_0 - \frac{M_0}{n}$,
- D) $\tau = t_0 + \frac{M_0}{n}$

31. ГА перигеңтр арқылы өту уақыты қандай формуламен анықталады?

- A) $\tau = t_0 + \frac{M_0}{n}$
- B) $t = \sqrt{\frac{p^3}{K}} \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2}$,

$$C) t - \tau = \sqrt{\frac{p^3}{K}} \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2},$$

$$D) \tau = t_0 - \frac{M_0}{n},$$

32. Орбита шеңбер болады, егер

- A) $e = 0$,
- B) $0 \leq e < 1$,
- C) $e = 1$,
- D) $e > 1$

33. Радиус-вектордың перигеңтрдегі мәні қандай формуламен анықталады?

- A) $r = \frac{p}{1 + e}$,
- B) $r = Z \left(\frac{M}{m} \right)^{\frac{2}{5}}$,
- C) $r = \frac{p}{1 - e}$,
- D) $r = Z \left(\frac{M}{m} \right)^{\frac{2}{5}}$

34. Радиус-вектордың апоцентрдегі мәні қандай формуламен анықталады?

A) $r = \frac{p}{1+e}$,

B) $r = \frac{p}{1-e}$,

C) $r = Z \left(\frac{M}{m} \right)^{\frac{2}{5}}$,

D) $r = Z \left(\frac{M}{m} \right)^{\frac{2}{5}}$

35. Ламберт формуласының түрі

A) $t_2 - t_1 = \frac{1}{n} [(\sin \lambda_2 - \lambda_2) - (\sin \lambda_1 - \lambda_1)]$,

B) $t_2 - t_1 = \frac{1}{n} [(\sin \lambda_2 - \lambda_1) + (\sin \lambda_1 - \lambda_1)]$

C) $t_2 - t_1 = \frac{1}{n} [(\sin \lambda_2 + \lambda_1) - (\sin \lambda_1 + \lambda_1)]$,

D) $t_2 - t_1 = \frac{1}{n} [(\sin \lambda_2 + \lambda_1) + (\sin \lambda_1 + \lambda_1)]$

36. Перигейдегі атмосферада эллипстік орбита бойымен қозғалатын ҒА

A) кедергіні сезбейді

B) минималды кедергіге төтеп береді

C) апоцентрдегі кедергіге тең кедергіге төтеп береді

D) максималды кедергіге төтеп береді

37. Апогейдегі атмосферада эллипстік орбита бойымен қозғалатын ҒА

A) максималды кедергіге төтеп береді

B) минималды кедергіге төтеп береді

C) апоцентрдегі кедергіге тең кедергіге төтеп береді

D) кедергіні сезбейді

38. Перигейдегі атмосферада эллипстік орбита бойымен қозғалатын ҒА

A) жылдамдығы нөлге тең болады

B) орбита биіктігін кішірейткенде, жылдамдығы максималды болады

C) орбита биіктігінің азаю жылдамдығы минимал болады

D) апогейдегі жылдамдыққа тең болады

39. Апогейдегі атмосферада эллипстік орбита бойымен қозғалатын ҒА-н

A) орбита биіктігінің азаю жылдамдығы максимал болады

B) орбита биіктігін кішірейткенде, жылдамдығы минималды болады

C) жылдамдығы нөлге тең болады

D) апогейдегі жылдамдыққа тең болады

40. Серіктің парадоксі неге негізделген?

A) атмосфералық кедергі ҒА-н жылдамдығын біртіндеп арттырады

B) атмосфералық кедергі ҒА -н жылдамдығын біртіндеп кемітеді

C)) атмосфералық кедергі ҒА-қа әсер етуін тоқтатады

D) эллиптикалық орбита гиперболалық орбитаға жақындай түседі

41. Ғарыш айлағының айналма жылдамдығы дегеніміз

- A) Зымыран-тасушыны жіберетін жылдамдық
- B) Батысқа қарай екпін алған кездегі зымыран-тасушының қосымша жылдамдығы
- C) Шығысқа қарай екпін алған кездегі зымыран-тасушының жоғалтатын жылдамдығы
- D) Шығысқа қарай екпін алған кездегі зымыран-тасушының қосымша жылдамдығы

42. Орбита эллипстік болады, егер

- A) $0 \leq e < 1$,
- B) $e > 1$,
- C) $e = 1$,
- D) $e = 0$

43. Циолковский формуласы

- A) $V = I \cdot \ln\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$,
- B) $m \frac{d\vec{V}}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt} = 0$,
- C) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1+e)$,
- D) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1-e)$

44. Мещерский формуласы

- A) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1-e)$,
- B) $V = \sqrt{\frac{K}{p}}(1+e)$,
- C) $V = I \cdot \ln\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$,
- D) $m \frac{d\vec{V}}{dt} - \vec{u} \frac{dm}{dt} = 0$,

45. Орбита параболалық болады, егер

- A) $e = 0$,
- B) $0 \leq e < 1$,
- C) $e = 1$,
- D) $e > 1$

46. Орбита гиперболалық болады, егер

- A) $e > 1$,
- B) $e = 0$,
- C) $0 \leq e < 1$,
- D) $e = 1$,

47. Орбита эллипстік болады, егер

- A) $h = 0$,
- B) $e > 1$,
- C) $h < 0$,
- D) $h > 0$

48. Орбита параболалық болады, егер

- A) $h = 0$,
- B) $0 \leq e < 1$,
- C) $h < 0$,
- D) $h > 0$

49. Орбита гиперболалық болады, егер

- A) $h = 0$,
- B) $h > 0$,
- C) $h < 0$,
- D) $e = 1$,

50. Орбита эллипстік болады, егер

- A) $V_0^2 < \frac{2g_0R_0^2}{R}$,
- B) $V_0^2 > \frac{2g_0R_0^2}{R}$,
- C) $V_0^2 = \frac{2g_0R_0^2}{R}$,

$$D) V_0^2 = \frac{2g_0R_0^2}{R^2}$$

51. Орбита параболалық болады, егер

- A) $V_0^2 = \frac{2g_0R_0^2}{R^2}$,
- B) $V_0^2 = \frac{2g_0R_0^2}{R}$,
- C) $V_0^2 < \frac{2g_0R_0^2}{R}$,
- D) $V_0^2 > \frac{2g_0R_0^2}{R}$

52. Орбита гиперболалық болады, егер

- A) $V_0^2 = \frac{2g_0R_0^2}{R^2}$,
- B) $V_0^2 < \frac{2g_0R_0^2}{R}$,
- C) $V_0^2 > \frac{2g_0R_0^2}{R}$,
- D) $V_0^2 = \frac{2g_0R_0^2}{R}$,

53. Басқа ғаламшарға ұшу (Жерге оралмай) мақсаттық тағайындау бойынша сызбалары келесі түрлерге бөлінеді:

- A) аралық, десантты, орбиталды
- B) бір импульсті, екі импульсті, құрамалы

- C) геоцентрлік, гелиоцентрлік, планетоцентрлік
- D) тангенциалды, трансверсалды, радиалды

54. Басқа ғаламшарға ұшу (Жерге оралмай) баллистикалық белгілеулер бойынша сызбалары келесі түрлерге бөлінеді:

- A) аралық, десантты, орбиталды
- B) бір импульсті, екі импульсті, құрамалы
- C) геоцентрлік, гелиоцентрлік, планетоцентрлік
- D) тангенциалды, трансверсалды, радиалды

55. Негізі ҒА-ң үш планета аралық траекторияларын көрсетеді

- A) аралық, десантты, орбиталды
- B) бір импульсті, екі импульсті, құрамалы
- C) тангенциалды, трансверсалды, радиалды
- D) геоцентрлік, гелиоцентрлік, планетоцентрлік

56. Маневр дегеніміз?

- A) бір ғаламшарға ұшу
- B) бірнеше ғаламшарларға ұшу
- C) бір ғаламшардан екінші ғаламшарға ұшу
- D) жылдамдық импульсін беру арқылы ҒА қозғалыс параметрін өзгерту

57. Функционалды мағынасына қарай маневрлер мына түрлерге бөлінеді:

- A) орбиталды маневрлер, түзететін маневрлер және жақындататын маневрлер
- B) геоцентрлік маневрлер, гелиоцентрлік маневрлер, планетоцентрлік маневрлер
- C) тангенциалды маневрлер, трансверсалды маневрлер, радиалды маневрлер
- D) аралық маневрлер, десантты маневрлер, орбиталды маневрлер

58. Бастапқы және соңғы орбиталардың өзара орналасуына байланысты маневрлер түрлері:

- A) активті, пассивті, аралас
- B) шеңберлік, эллипстік, гиперболалық орбиталарына өту маневрлері және олардың құрамалары
- C) өстес өткелдер, өстес емес өткелдер
- D) компланарлық және компланар емес маневрлер

59. Бастапқы және соңғы орбиталардың түрлеріне қарай маневрлер түрлері:

- A) шеңберлік, эллипстік, гиперболалық орбиталарына өту маневрлері және олардың құрамалары
- B) активті, пассивті, аралас
- C) компланар және компланар емес бұлтарыстар
- D) өстес өткелдер, өстес емес өткелдер

60. Компланар шеңберлік емес кеплер орбиталарының үлкен өстерінің өзара орналасуына байланысты маневрлер келесі түрлерге бөлінеді:

- A) өстес өткелдер, өстес емес өткелдер
- B) шеңберлік, эллипстік, гиперболалық орбиталарына өту маневрлері және олардың құрамалары
- C) компланар және компланар емес маневрлер
- D) активті, пассивті, аралас

61. ҒА-ң қозғалыс бағытын өзгерту үшін қолданатын үдеудің физикалық табиғатына байланысты маневрлер мына түрлерге бөлінеді:

- A) активті, пассивті, аралас
- B) өстес өткелдер, өстес емес өткелдер
- C) компланар және компланар емес маневрлер
- D) шеңберлік, эллипстік, гиперболалық орбиталарына өту маневрлері және олардың құрамалары

62. Сипаттауыш жылдамдықтың мәні мына формуламен анықталады

- A) Кеплер
- B) Мешерский
- C) Ламберт
- D) Циолковский

63. Орбитаның екі нүктесінің арасындағы ұшу ұзақтығы мына формуламен анықталады

- A) Ламберт
- B) Мешерский
- C) Кеплер
- D) Циолковский

64. Эксцентрлік аномалия мен перицентрден орбита нүктесіне дейінгі қозғалыс уақытының арасындағы байланыс қандай теңдеумен анықталады?

- A) Мешерский
- B) Циолковский
- C) Кеплер
- D) Ламберт

65. Бас нүктесі Күн жүйесінің массалар центріне сәйкес келетін координат жүйесі қалай аталады?

- A) барицентрлік
- B) гелиоцентрлік
- C) топоцентрлік
- D) планетоцентрлік

66. Бас нүктесі жердің бетіндегі бақылаушымен сәйкес келетін координата жүйесі қалай аталады?

- A) барицентрлік
- B) гелиоцентрлік

- C) топоцентрлік
- D) планетоцентрлік

67. Тартушы нүкте орналасқан фокустан ең алшақ нүкте қалай аталады?

- A) апоцентр
- B) перицентр
- C) архицентр
- D) топоцентр

68. Тартушы нүкте орналасқан фокусқа ең жақын нүкте қалай аталады?

- A) апоцентр
- B) перицентр
- C) архицентр
- D) топоцентр

69. ГА-ң орбитаға шығарудың негізгі үш сызбасы:

- A) орбиталды, түзетуші және жоюшы
- B) орбиталды, түзетуші және жақындатушы
- C) активті, баллистикалық және эллипстік
- D) активті, баллистикалық и гиперболалық

70. $i = 0^\circ$ болғанда орбита

- A) полярлық
- B) поляр маңындағы
- C) экватор төңірегіндегі
- D) экваториалдық

71. $i = 90^\circ$ болғанда орбита

- A) полярлық
- B) поляр маңындағы

- C) экватор төңірегіндегі
- D) экваториалдық

72. Аз көлбеулі орбитаны қалай атайды?

- A) полярлық
- B) поляр маңындағы
- C) экватор төңірегіндегі
- D) экваториалдық

73. 90° жақын көлбеу орбитаны қалай атайды

- A) полярлық
- B) поляр маңындағы
- C) экватор төңірегіндегі
- D) экваториалдық

74. Жер бетінен 160 км ден 2000 км дейінгі биіктіктегі серіктер орбитасы қалай аталады?

- A) төмен орбиталды серік
- B) жоғары орбиталды серік
- C) орта орбиталды серік
- D) жақын орбиталды серік

75. Жер бетінен 2000 км ден 35786 км дейінгі биіктіктегі серіктер орбитасы қалай аталады?

- A) төмен орбиталды серік
- B) жоғары орбиталды серік
- C) орта орбиталды серік
- D) жақын орбиталды серік

76) Жер бетінен 35786 км биіктіктен жоғары орналасқан серіктер қалай аталады?

- A) төмен орбиталды серік
- B) жоғары орбиталды серік
- C) орта орбиталды серік

D) жақын орбиталды серік

77. Жердің бұрыштық жылдамдығына тең бұрыштық жылдамдықпен айналып, бағыты Жердің айналу бағытымен сәйкес келетін нөлдік көлбеулі орбитадағы серік қалай аталады?

- A) геопетелі
- B) геостационар
- C) геосинхронды
- D) жерлеу орбиталы

78. Серіктің айналу периоды Жердің жұлдыздық айналу периодымен сәйкес келетін орбита қалай аталады?

- A) геопетелі
- B) геостационар
- C) геосинхронды
- D) жерлеу орбиталы

1. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов: учебник для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 544 с.
2. Мирер С.А. Механика космического полета. Орбитальное движение: Учебно-метод. пособие. – М.: МФТИ, 2013. – 106 с.
3. Мамон П.А., Кульвиц А.В. Теория полета КА: Курс лекций. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2007. – 160 с.
4. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 448 с.
5. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. - М.: Наука, 1990. – 448 с.
6. Бородовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические и численные методы: Учеб. пособие. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. – 178 с.
7. Основы теории полета космических аппаратов. Под ред. Нариманова Г.С., Тихонравова М.К. – М.: Машиностроение, 1972. – 608 с.
8. Лысенко Л.Н. Наведение и навигация баллистических ракет: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 672 с.
9. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
11. Киладзе Р.И., Сочилина А.С. Теория движения геостационарных спутников. – СПб.: ООО «ВВМ», 2008. – 132 с.
12. Балк М.Б. Элементы динамики космического полета. – М.: Наука, 1965. – 340 с.
13. Савинов Ю.Г. Анализ и оптимизация траекторий движения космических летательных аппаратов. – Алматы: Изд-во «Эверо», 2007. – 160 с.
14. Полет космических аппаратов. Примеры и задачи /под общ. ред. Г.С.Титова. – М.: Машиностроение, 1990. –
15. Балк М.Б., Демин В.Г., Куницын А.Л. Сборник задач по небесной механике и космодинамике. – М.: Наука, 1972. – 336 с.

1. Негізгі астрономиялық тұрақтылар

Гаусс тұрақтысы $k = 0,01720209895$.

Гелиоцентрлік гравитациялық тұрақты $GS = 132718 \cdot 10^{15} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$.

Геоцентрлік гравитациялық тұрақты $GE = 398603 \cdot 10^9 \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$.

Жер пішінінің динамикалық коэффициенті $f_2 = 0,0010827$.

Жердің сығылуы $f = 1/298,25$.

Жердің динамикалық сығылуы $H = \frac{C-A}{C} = 326742 \cdot 10^{-8}$, А, В –

Жердің экваторлық және полярлық инерция моменттері.

Күннің массасы $1,9866 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

Жердің массасы $5,975 \cdot 10^{24} \text{ кг}$.

Айдың массасы $7,343 \cdot 10^{22} \text{ кг}$.

Күн мен Жердің массаларының қатынасы 332958

Ай мен Жердің массаларының қатынасы $\mu = 1/81,30$.

Күн массасының Жер-Ай жүйесінің массасына қатынасы

$$\mu = \frac{S}{1+\mu} = 328912.$$

Жер орбитасының эксцентриситеті 0,01678.

Ай орбитасының эксцентриситеті 0,05490.

Жердің Күннен орташа арақашықтығы 1 а. е. = $149598500 \pm 500 \text{ км}$.

Айдың Жерден орташа арақашықтығы $384\,403 \pm 1 \text{ км}$.

Айдың Жерден перигейдегі арақашықтығы 363 300 км.

Айдың Жерден апогейдегі арақашықтығы 405 500 км.

Жердің экваториалдық радиусы $a_e = 6\,378\,160 \text{ м}$.

Жердің Күнді айналуының орташа жылдамдығы 29,765 км/сек.

Жердің бұрыштық жылдамдығы $\omega = 729212 \cdot 10^{-10} \text{ рад/сек}$.

Жер экваторындағы ауырлық күшінің үдеуі $978,034 \text{ см с}^{-2}$.

Эклиптиканың экваторға еңкеюі (1990.0) $\varepsilon_0 = 23^{\circ}27'08,26''$,

$$\cos \varepsilon_0 = 0,9173917 .$$

2. Кестелер

1-кесте

Күн жүйесіндегі планеталардың әсер ету сфералары радиусы

Аспан денесі	Әсер сферасының радиусы (млн. км)
Меркурий	0,11
Шолпан	0,62
Жер	0,93
Марс	0,58
Юпитер	48,5
Сатурн	54,8
Уран	51,71
Нептун	86,9
Плутон	36,0

2-кесте

Күн жүйесіндегі планеталардың әсер ету сфераларының максимал радиусы (Г.А. Чеатарев бойынша)

Тартушы аспан денелері		Кіші дененің әсер ету сферасының максимал радиусы, км	ұйытқытушы үдеудің негізгі үдеуге максимал қатынасы
кіші дене	үлкен дене		
Ай	Жер	$62,5 \cdot 10^3 - 69,8 \cdot 10^3$	0,55
Шолпан	Күн	$612 \cdot 10^3 - 621 \cdot 10^3$	0,099
Жер	Күн	$913 \cdot 10^3 - 944 \cdot 10^3$	0,104
Марс	Күн	$524 \cdot 10^3 - 631 \cdot 10^3$	0,066
Юпитер	Күн	$45,9 \cdot 10^3 - 50,5 \cdot 10^3$	0,35

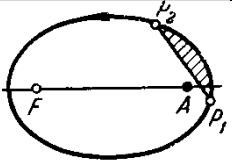
3-кесте

Күн жүйесі планеталарының параметрлері

Аспан денесі	Гравитациялық параметр μ , км ³ /с ²	Экваторлық радиус, км
Күн	$132,712438 \cdot 10^9$	696000
Меркурий	22032	2439
Шолпан	324858,8	6052
Жер	398600,5	6378,14
Ай	4902,79	1738
Марс	42828,29	3397,2
Юпитер	126712000	71398
Сатурн	37934100	60000
Уран	5803160	25400
Нептун	6871308	24300
Плутон	44238	2500

4-кесте

Кэлидің талдауы

S сегменті: мүмкін болатын жағдайлар	Суреті	Ламберт формуласына λ_1 мен λ_2 -ң орнына қоятын шамалар	
		λ_1	λ_2
А-да, F-та сегментте жатпайды		$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$

А-да, F-та сегментте жатады		$2\pi - \bar{\lambda}_1$	$-\bar{\lambda}_2$
А сегментте жатады, F - жатпайды		$\bar{\lambda}_1$	$-\bar{\lambda}_2$
А сегментте жатпайды F-сегментте жатады		$2\pi - \bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$

3-кестеде келесі белгілеулер еңгізілген:

$\bar{\lambda}_1$ мен $\bar{\lambda}_2$ – (3.2.19) және (3.2.20) қатынастарды қанағаттандыратын λ_1 мен λ_2 -ң ең кіші оң шамалары;

A – тартушы орталық орналасқан фокус;

F – «бос» фокус, яғни «антифокус»;

S – t_1 және t_2 уақыт аралығындағы P_1P_2 хордасымен және P_1P_2 доғасымен шектелген сегмент.

3. Тригонометриялық функциялар

Градустан радианға және кері ауысу $\alpha^0 = \frac{180}{\pi} \alpha$, $\alpha = \frac{\pi}{180} \alpha^0$,

мұндағы $\pi = 3,141592653589793$, $\pi^{-1} = 0,318309886183791$.

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1,$$

$$\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a,$$

$$\cos 4a = 8\cos^4 a - 8\cos^2 a + 1,$$

$$\cos 5a = 16\cos^5 a - 20\cos^3 a + 5\cos a,$$

.....

$$\cos na = \cos^n a - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cos^{n-2} a \sin^2 a + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cos^{n-4} a \sin^4 a - \dots$$

$$\sin 2a = \sin a(2\cos a),$$

$$\sin 3a = \sin a(4\cos^2 a - 1),$$

$$\sin 4a = \sin a(8\cos^3 a - 4\cos a),$$

$$\sin 5a = \sin a(16\cos^4 a - 12\cos^2 a + 1),$$

.....

$$\sin na = \frac{n}{1} \cos^{n-1} a \sin a - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cos^{n-3} a \sin^3 a + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cos^{n-5} a \sin^5 a - \dots$$

$$l_1 = \bar{i}_x \cdot \bar{i}_z = \cos\Omega \cos\omega + \sin\Omega \sin\omega \cos(\pi - i) =$$

$$= \cos\Omega \cos\omega - \sin\Omega \sin\omega \cos i$$

$$l_1 = \cos\Omega \cos\omega - \sin\Omega \sin\omega \cos i,$$

$$l_2 = -\cos\Omega \sin\omega - \sin\Omega \cos\omega \cos i,$$

$$l_3 = \sin\Omega \sin i,$$

$$m_1 = \sin\Omega \cos\omega + \cos\Omega \sin\omega \cos i,$$

$$m_2 = -\sin\Omega \sin\omega + \cos\Omega \cos\omega \cos i,$$

$$m_3 = -\cos\Omega \sin i, \quad (1.2.9)$$

$$n_1 = \sin\omega \sin i,$$

$$n_2 = \cos\omega \sin i,$$

$$n_3 = \cos i,$$

4. Тесттер жауабы