УДК 517.951

Б.Д. Кошанов, Т.Б.Утеев
Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
e-mail: koshanov@list.ru, tole9118@gmail.com

О разрешимости уравнений магнитной газодинамики с цилиндрической и сферичекой симметрией

Рассмотрим начально-краевую задачу для уравнений магнитной газовой динамики с цилиндри-ческой ($m = 1$) и сферичекой симметрией ($m = 2$) [1], записанных в лагранжевых переменных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mu_e \frac{H^2}{x\rho} = \mu x^m \frac{\partial}{\partial q}\left(\rho \frac{\partial (x^m u)}{\partial q}\right) - x^m \frac{\partial P}{\partial q} - \mu_e x^m H \frac{\partial H}{\partial q}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho^2 \frac{\partial (x^m u)}{\partial q} = 0, \quad P = R\rho\theta, \tag{2}$$

$$c_\nu \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial q}\left(æ x^{2m} \rho \frac{\partial \theta}{\partial q}\right) + \mu\rho\left[\frac{\partial (x^m u)}{\partial q}\right]^2 - P\frac{\partial (x^m u)}{\partial q} +$$

$$\mu_e \mu_H \rho x^{2(m-1)} \left[\frac{\partial (xH)}{\partial q}\right]^2 - \frac{3m}{2}\mu \frac{\partial (x^{m-1}u^2)}{\partial q}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + x\rho H \frac{\partial (x^{m-1}u)}{\partial q} = x\rho \frac{\partial}{\partial q}\left(\mu_H x^{2(m-1)} \rho \frac{\partial (xH)}{\partial q}\right). \tag{4}$$

Здесь $x(q,t) \in [0,1]$ – эйлерова координата, $q \in [0,b]$ – массовая лагранжева координата, $t \in [0,T], 0 < T < \infty$ – время. Учитывается связь между эйлеровой переменной $x(q,t)$ и скоростью $u(q,t)$:

$$\frac{\partial x}{\partial t}(q,t) = u(q,t). \tag{5}$$

Исследуется следующая начально- краевая задача

$$(u, \rho, \theta, H)(q, 0) = (u_0(q), \rho_0(q), \theta_0(q), H_0(q)), q \in [0,b], \tag{6}$$

$$(u, \frac{\partial \theta}{\partial q}, H)(0,t) = (u, \frac{\partial \theta}{\partial q}, H)(b,t), t \in [0,T], \tag{7}$$

Корректность модели одномерного движения вязкого теплопроводного газа без учета влияния магнитного поля подробно изучена в работе [2]. Однозначная разрешимость с учетом магнитного поля в случае плоской симметрии установлена в работе [3]. В данной работе исследована корректность начально-краевой задачи (1)-(7).

Теорема. Пусть начальные данные удовлетворяют включениям

$$u_0(q) \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega), (\rho_0(q), \theta_0(q), H_0(q)) \in W_2^1(\Omega), 0 < m_0 \le (\rho_0(q), \theta_0(q)) \le M_0 < \infty.$$

Тогда существует единственное сильное решение задачи (1)-(7) и для него имеют место оценки

$$\|u\|_{L_2(0,T;W_2^2(\Omega)\bigcap \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega))} + \|u_t\|_{L_2(Q)} + \|H\|_{W_2^{2,1}(Q)} + \|\theta\|_{W_2^{2,1}(Q)} + \|\rho\|_{L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))} \le C < \infty;$$

$$0 < m \le (\rho, \theta) \le M < \infty,$$

где $Q = \Omega \times [0,T], \Omega = (0,b)$.

Литература

1. *Бай Ши-и.* Магнитная газодинамика и динамика плазмы. М.: Мир, 1964, 301 с.

2. *С.Н. Антонцев, А.В. Кажихов, В.Н. Монахов.* Краевые задачи механики неоднородных жидкостей, Новосибирск: Наука, 1983, 319 с.

3. *А.В. Кажихов, Ш.С. Смагулов.*Коррекность и аппроксимация моделей магнитной газовой динамики, Известия АН КазССР, серия физико-математическая, 1986, №6, С. 17-19.