МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ», ПОСВЯЩЕННАЯ 80-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА НАН РК КАСЫМОВА КУЛЖАБАЯ АБДЫКАЛЫКОВИЧА

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы, 2015

[4] Гутгарц Р. Д. Компьютерная технология обучения / Р. Д. Гутгарц // Информатика и образование. 2000. - № 5. - С. 44-45.
[5] В.А. Далннгер // Информатика и образование. 2002. - N- 8.1. С. 71-77.

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЕСЕПТЕРІ ЖӘНЕ КЕЙБІР КОМБИНАТОРИКАЛЫҚ ҚАТЫНАСТАР

Ақанбай Н., Досанбай П.
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, ҚАЗАҚСТАН
E-mail: noureke@mail.ru

Бұл жұмыс ықтималдықтар теориясының әдістерін пайдалана отырып, кейбір комбинаторикалық теңдіктерді дәлелдеуге арналған. Қандай да бір комбинаторикалық қатынасты алмас бұрын алдымен ықтималдықтық тілде тұжырымдалған есеп шығарылады. Одан соң, алынған ықтималдықтық формулалардан, салдарлар ретінде, қажетті комбинаторикалық тепе-теңдіктер шығарылады. Нақты есептерді шешу барысында негізгі назар қарастырылып отырған есептің ықтималдықтық табиғатына және оның қолданылымдарына аударылады. Есепті шешудің негізгі тәсілдері ретінде толық ықтималдықтар формуласы, математикалық күтім мен дисперсияның қасиеттері, сонымен қатар ықтималдықтың қасиеттерін атап кетуге болады.

Ақырлы элементар оқиғалар кеңістігі жағдайында оқиғалардың ықтималдықтарын ықтималдықтың классикалық анықтамасы бойынша есептеу "дұрыс таңдалынған" қандай да бір жиындардың элементтерінің санын комбинаторика әдістерімен есептеуге алып келетіні жақсы белгілі. Екінші жағынан қайсыбір есептерді ықтималдықтар теориясы әдістерімен шығару барысында алынған нәтижелерді ары қарай оқиғалардың ықтималдықтарының, кездейсоқ шаманың, кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларының қасиеттерін пайдалана отырып талдау кейбір белгілі комбинаторикалық қатынастардың басқаша дәлелдеулеріне және жаңа комбинаторикалық қатынастар алуға мүмкіндік береді екен.

Мысалдар келтірелік.

1.Максвелла-Больцман үлестірімі және онымен байланысты кейбір комбинаторикалық қатынастар.

Тұжырым1. $A(r,n)$ арқылы r шарды n жәшікке бірде-бір жәшік бос болмайтындай етіп үлестіру санын белгілелік. Онда$A(r,n)$ үшін келесі рекурренттік қатынас дұрыс [2] : $A(r,\, n+1)=\sum_{k=1}^{n} C_r^k A(r-k,\, n)$.

Салдар. r шарды n жәшікке $(r \geq n)$ бірде-бір жәшік бос болмайтындай етіп үлестіру ықтималдығы $P(r,n)=\dfrac{A(r,n)}{n^r}$.

Тұжырым 2. $A(r,n)$ шамасы келесі қатынасты қанағаттандырады [2] :

$$A(r, n)=\sum_{\nu=0}^{n}(-1)^{\nu} C_{n}^{\nu}(n-\nu)^{r} \tag{1}$$

Ескерту. (1) -формуладан , $A(n,n) = n!$ болатынын ескерсек,

$$A(n, n)=\sum_{\nu=0}^{n}(-1)^{\nu} C_{n}^{\nu}(n-\nu)^{n}=n!; \quad A(n+1, n)=\sum_{\nu=0}^{n}(-1)^{\nu} C_{n}^{\nu}(n-\nu)^{n+1}=C_{n}^{2} \cdot n!;$$

Тұжырым 3. r шарды n жәшікке дәл m жәшік бос болатындай етіп үлестірулер саны [1]: $E_{m}(r, n)=C_{n}^{m} A(r,n-m)=C_{n}^{m} \sum_{\nu=0}^{n-m}(-1)^{\nu} C_{n-m}^{\nu}(n-m-\nu)^{r}$, демек r шарды n жәшікке үлестірген кезде дәл m жәшік бос болу ықтималдығы $P_m(r,n) = \frac{E_m(r,n)}{n^r}$.

Енді $\sum_{m=0}^{n-1} P_{m}(r,n)=1$, демек $\sum_{m=0}^{n} n^{-r} E_{m}(r,n)=1$ болатындықтарын ескеріп,

$$\sum_{m=0}^{n} n^{-r} \cdot C_{n}^{m} \cdot \sum_{\nu=0}^{n-m}(-1)^{\nu} C_{n-m}^{\nu}(n-m-\nu)^{r}=1, \quad \sum_{m=0}^{n} \sum_{\nu=0}^{n-m}(-1)^{\nu} C_{n}^{m} C_{n-m}^{\nu}(n-m-\nu)^{r}=n^{r},$$

$$\sum_{m=0}^{n} \sum_{\nu=0}^{n-m}(-1)^{\nu} C_{n}^{m} C_{n-m}^{\nu}\left(1-\frac{m+\nu}{n}\right)^{r}=1$$

қатынастарын аламыз.

2.Сіріңке қораптары туралы есеп [2, 109 бет]. Айталық, a және b қораптарында n тал шырпыдан бар болсын. Біреу a және b қораптарын әр жолы сәйкес $P(a)=p,\ P(b)=q=1-p$ ықтималдықтарымен таңдап алатын болсын да, алған қораптан бір шырпыны алып, пайдаланатын (мәселен, темекісін тұтататын) болсын. Таңдап алынған қорап бос қорап болып шыққан кезде екінші қорапта дәл r шырпы $(r \leq n)$ қалу ықтималдығы неге тең?

Іздеп отырған ықтималдық $P(A)=C_{2n-r}^{n}\left(p^{n+1} q^{n-r}+q^{n+1} p^{n-r}\right)$ болатынын білеміз [2, 109 бет]. Егер қораптардың біруі кездейсоқ таңдап алынатын, яғни $p = q = \frac{1}{2}$ болса, онда $P(A)=q(k) = C_{2n-k}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-k}$, $k = 0,1,2, \dots n$. Бұдан

$$\sum_{k=0}^{n} q(k) = \sum_{k=0}^{n} C_{2n-k}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} = 1; \quad \sum_{k=0}^{n} 2^{k} C_{2n-k}^{n} = \sum_{k=0}^{n} 2^{-k} C_{n+k}^{n} = 2^{n}.$$

Қалған шырпылардың санын білдіретін ξ кездейсоқ шамасының орташа санын білдіретін $\mathrm{M}\xi$ математикалық күтімін табалық. Анықтама бойынша

$$M\xi=\sum_{k=0}^{n} kP\{\xi=k\}=\sum_{k=0}^{n} kq(k)=\sum_{k=0}^{n} kC_{2n-k}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-k}. \tag{2}$$

$\mathrm{M}\xi$ - ді $(2) -$ формула бойынша есептеу өте қиын (бізге белгісіз), сондықтан басқа әдіс қолданалық. Былай жаза аламыз:

$$n - \mathrm{M}\xi = \sum_{k=0}^{n}(n-k)q(k) = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)q(k) = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)C_{2n-k}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-k}.$$

Әрбір $k = 0,1,2, \dots, n-1$ үшін

$$(n-k)C_{2n-k}^{n} = (n-k)\frac{(2n-k)!}{n!\,(n-k)!} = (2n-k)C_{2n-k-1}^{n}.$$

$$n - \mathrm{M}\xi = \sum_{k=0}^{n-1}(2n-k)C_{2n-k-1}^{n}2^{-(2n-k)} = \sum_{k=0}^{n-1}[(2n+1)-(k+1)]C_{2n-k-1}^{n}2^{-(2n-k)} = =$$
$$= \frac{2n+1}{2}\big(1-q(0)\big) - \frac{1}{2}\mathrm{M}\xi.$$

Соңғы формулалардан

$$\sum_{k=0}^{n} kC_{2n-k}^{n}2^{-2n+k} = (2n+1)C_{2n}^{n}2^{-2n} - 1,$$

$$\sum_{k=0}^{n} kC_{2n-k}^{n}2^{k} = (2n+1)C_{2n}^{n} - 2^{2n}. \qquad \sum_{k=0}^{n} k\,C_{2n-k}^{n}2^{k} = (n+1)C_{2n+1}^{n} - 2^{2n},$$

$$\sum_{k=0}^{n-2}(k+1)\,C_{2n-k-1}^{n}2^{k+1} = (n+1)C_{2n+1}^{n} - 2^{2n} - n2^{n}.$$

Әдебиеттер тізімі

[1] Н.Ақанбай. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика курсы I (оқулық) - Алматы.: Қазақ университеті, 2011 ж. - 291 стр.

К ВОПРОСУ МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Казешев А.К.
КазЭУ им. Т. Рыскулова, КАЗАХСТАН
E-mail: algabas44@mail.ru

Об особенностях введения в школьный курс математики элементов статистики и теории вероятностей и о нынешней обеспеченности учебно-методической литературой данного раздела.

В результате научно-методического обоснования профессоров Жанбырбаева Б.С. и Чакликовой С.Е. в Государственные общеобязательные стандарты среднего общего образования Республики Казахстан в школьный курс математики впервые включена тема «Элементы статистики и теории вероятностей» (2002г.).

В связи с проведением реформ в те годы в самой Национальной Академии образования им. Ы. Алтынсарина, и в связи с ее переездом в Астану на тот момент не было разработано содержание этой темы в целом и по классам и другие методического характера разработки по теме. Эти обстоятельства в последующем отразились на качестве изучения этой темы в школах, что следовало ожидать.

О необходимости изучения темы «Элементы статистики и теории вероятностей» в школьном курсе математикиречь идет очень давно, со времен царской России. Изучение этой темы в рамках школьного курса математики особенно нужно в нашем перенасыщенном информацией время.