МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
КОМИТЕТ НАУКИ
КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АЛЬ-ФАРАБИ, ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КН МОН РК И ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КН МОН РК

## МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

# «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ИНФОРМАТИКА, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»,

*посвященная 80-летию академика НАН РК Блиева Назарбая Кадыровича*
Алматы 15–16 октября 2015 года

***ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ***

Алматы – 2015

# СОДЕРЖАНИЕ

областях в связи с задачами по исследованию оптимизации граничного управления процессами колебаний струны (см., например, [6]-[8]).

Пусть $E = (T, T)$, $F = (\ell - T, T)$.

**Задача 1.** *Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям (2) и условиям на границе $CD$:*

$$u|_{CE} = 0, \tag{4}$$

$$u_t|_{DE} = 0. \tag{5}$$

Как обычно, функцию $u \in L_2(\Omega)$ назовем *сильным решением* Задачи 1, если существует последовательность функций $u_n \in W_2^2(\Omega)$, удовлетворяющих краевым условиям задачи, такая, что $u_n$ и $Lu_n$ сходятся в $L_2(\Omega)$ к $u$ и $f$ соответственно.

**Теорема 1.** *Пусть $\ell/T = n \in N (n \geq 2)$. а) Тогда классическое решение задачи (1), (2), (22) и (23) существует, единственно, принадлежит классу $u \in C^2(\Omega) \bigcap C^1(\overline{\Omega})$ и устойчиво по норме пространства $C^1(\overline{\Omega})$ для функции $f \in C^1(\overline{\Omega})$, удовлетворяющей необходимому условию согласования:*

$$\int_0^T f(t, t)dt = 0; \tag{6}$$

$$f(\ell, 0) = 0; \tag{7}$$

$$f(\ell, T) = 0. \tag{8}$$

*б) Для любой функции $f \in L_2(\Omega)$ задача (1), (2), (22) и (23) имеет единственное сильное решение. Это решение принадлежит классу $u \in W_2^1(\Omega) \bigcap C(\overline{\Omega})$ и удовлетворяет оценке:*

$$\|u\|_{W_2^1(\Omega)} \leq C\|f\|_{L_2(\Omega)}. \tag{9}$$

## Литература


1. *Hadamard J.* Sur les problemes aux derivees partielles et leur signification physique. //Bull. Univ. Princeton. **13**, (1902), 49–52
2. *Hadamard J.* Equations aux derivees partielles. Les conditions definies en general. Le cas hyperbolique. //Enseignement Math. **35**, (1936), 5–42
3. *Huber A.* Die erste Randwertaufgabe fur geschlossene Bereiche bei der Gleichung $u_{xy} = f(x, y)$. //Monatshefte fur Mathematik und Physik. **39**, No 1 (1932), 79–100
4. *Bourgin D.G., Duffin R.* The Dirichlet problem for the vibrating string equation. //Bull.Amer.Math.Soc. **45**, No 12 (1939), 851–858
5. *Сабитов К.Б.* Уравнение математической физики. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с.
6. *Ильин В.А., Моисеев Е.И.* Оптимизация граничного управления смещением или упругой силой на одном конце струны за произвольное достаточно большое время //Автомат. и телемех. **69**, No 3 (2008), 7-16.
7. *Моисеев Е.И., Холомеева А.А.* Оптимальное граничное управление смещением колебаниями струны с нелокальным условием четности второго рода //Дифференц. уравнения. **47**, No 1 (2011), 126-133.





8. *Моисеев Е.И., Холомеева А.А.* Разрешимость смешанной задачи для волнового уравнения с динамическим граничным условием //Дифференц. уравнения. **48**, No 10 (2012), 1392-1397.


УДК 531.1+629.195


**К.С. Жилисбаева, А.Ж. Исмаилова, А.Д. Саспаева, Д.Т. Тулекенова**

КазНУ имени аль-Фараби,

АО "Национальный центр космических исследований и технологий",

НАО "Алматинский университет энергетики и связи",

Институт механики и машиноведения имени академика У.А. Джолдасбекова,

г. Алматы, Казахстан

e-mail: zhilisbaeva@mail.ru, asem.saspaeva@mail.ru, dana_tul@mail.ru


## Построение управляющих моменто, демпфирующих колебания намагнического спутника

Интерес к задаче управления вращательным движением намагниченных спутников поддерживается в основном практическими потребностями развивающейся техники космических полетов и систем магнитной стабилизации.

Из-за неравномерного вращения вектора местной напряженности геомагнитного поля в инерциальном пространстве и изменения его модуля при движении центра масс спутника по орбите принципиально невозможно обеспечить точную ориентацию продольной оси спутника вдоль этого вектора. Возникает вопрос уменьшения амплитуды вынужденных колебаний спутника относительно вектора местной напряженности геомагнитного поля выбором параметров системы ориентации. Наличие вынужденных колебаний приводит к опасности возникновения резонансов между собственными частотами спутника и частотами вынуждающего момента.

В данной работе рассматривается задача создания управляющих моментов вращательным движением динамически симметричного спутника Земли, имеющего постоянный магнитный момент, направленный по оси его динамической симметрии. Намагниченный спутник движется по плоской круговой полярной орбите в геомагнитном поле, моделируемом диполем, ось которого антипараллельна оси вращения Земли.

Для описания движения спутника введем в теле спутника полусвязанную систему координат, относительно которой положение спутника будет определяться углом $\varphi$. Вращательное движение спутника в такой постановке задачи описываются уравнениями [1]:

$$\begin{cases} A\ddot{\theta} - A\dot{\psi}^2 \sin\theta\cos\theta + Cr\dot{\psi}\sin\theta = M_x \\ A\ddot{\psi}\sin\theta + 2A\dot{\psi}\dot{\theta}\cos\theta - Cr\dot{\theta} = M_y \\ r = r_0 \end{cases} \tag{1}$$

где $A, C$ - главные моменты инерции ($A$ - экваториальный, $C$ - аксиальный), $M_x, M_y$ - проекции магнитного момента на экваториальные оси введенной полусвязанной системы координат.

Построим программное управление, демпфирующее колебания спутника. В качестве программного движения выберем следующее:

$$\begin{cases} \theta_p = k_1 \\ \psi_p = k_2 t \end{cases} \quad (2)$$

то есть необходимо, чтобы спутник совершал вращения вокруг в оси с постоянной угловой скоростью $\dot{\psi}_p = k_2$ , сохраняя постоянную величину угла отклонения оси $\theta_p = k_1$. Для реализации этого заданного движения (2) добавим к правым частям полученных ранее уравнений движения спутника (1) управляющие моменты $M_1$и $M_2$ и учитывая полярность спутника $i = \frac{\pi}{2}, \nu = \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{cases} A\ddot{\theta} - A\dot{\psi}^2 \sin\theta\cos\theta + Cr\dot{\psi}\sin\theta = \\ = -\frac{I\mu_e}{R^3}(1.5\sin 2u \sin\psi\cos\theta + (1 - 3\sin^2 u)\cos\psi\cos\theta) + M_1 \\ A\ddot{\psi}\sin\theta + 2A\dot{\psi}\dot{\theta}\cos\theta - Cr\dot{\theta} = \\ = \frac{I\mu_e}{R^3}(-1.5\sin 2u\cos\psi + (1 - 3\sin^2 u)\sin\psi) + M_2 \end{cases} \quad (3)$$

Для нахождения этих моментов, являющихся программным управлением, подставим в уравнения движения значения $\theta_p = k_1$ и $\psi_p = k_2 t$ , соответствующие заданному движению. Тогда получим выражения для определения управляющих моментов:

$$\begin{cases} M_1 = -Ak_2^2 \sin k_1 \cos k_1 + Crk_2 \sin k_1 + \\ + \frac{I\mu_e}{R^3}(1.5\sin 2u \sin k_2 t \cos k_1 + (1 - 3sin^2 u)\cos k_2 t \cos k_1) \\ M_2 = -\frac{I\mu_e}{R^3}(-1.5\sin 2u \cos k_2 t + (1 - 3\sin^2 u)\sin k_2 t) \end{cases} \quad (4)$$

Исходное программное движение, являясь одним из решений полученной системы, будет возможным для физической реализации только в случае, если оно будет асимптотически устойчивым по Ляпунову. При неустойчивости этого движения возможность неограниченного роста отклонений величин от их заданных значений фактически означает, что система совершает неконтролируемые движения, то есть на самом деле программные движения не реализуются полученными управляющими моментами $M_1$ и $M_2$.

## Литература


1. *Хентов А.А.* Пассивная стабилизация искусственных спутников по магнитному полю Земли. // Космические исследования. - 1967. - Том. 5, № 4. - 540-553 с.

2. *Жилисбаева К.С.* О колебаниях намагниченного спутника в окрестности стационарного движения // Сб. Методы экспериментальной физики. - 2010. - 49-52 с.

3. *Zhilisbayeva K.S., Ismailova A.* Passive Magnetic Stabilization of the Rotational Motion of the Satellite in its Inclined Orbit. // Applied Mathematical Sciences. - 2015. - Vol. 9, no. 16. - 791-802 p.

4. *Zhilisbayeva K.S., Ismailova A., Tulekenova D.* On Influence of the Gravitational Moment on the Magnetic Stabilization of the CubeSat in the Geomagnetic Field // Abstracts The European CubeSat Symposiun. Brussels, Belgium. - 2013. - 54 p.





5. *Саспаева А.Д* Построение уравнения движения искусственного спутника Земли в гравитационных полях Земли и Луны // Международная конференция "Актуальные проблемы математики и математического моделирования". Алматы, Казахстан. - 2015. - 352-353 с.


УДК 517.946


**Л.К. Жапсарбаева**

Казахский национальный университет имени аль-Фараби

(Казахстан, г.Алматы )

e-mail: leylazhapsarbaeva@rambler.ru


## Об однозначной разрешимости одной сингулярной эллиптической системы второго порядка в пространстве Лебега

На плоскости $\mathbb{R}^2$ рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta_1\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} + (\lambda + a(x,y))u = f(x,y), \\ \beta_2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + \alpha\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + a(x,y))v = g(x,y), \end{cases} \quad (1)$$

где $a(x,y) \geq 1$ - непрерывная функция, а $\alpha, \beta_1, \beta_2, \lambda$ - постоянные такие, что $\lambda \geq 0$ ,

$$\beta_1\beta_2 > 0, -2 < \alpha < -\frac{\beta_1\beta_2}{2}. \quad (2)$$

В работах К.Н.Оспанова [1,2] исследованы так называемые сильно связанные системы двух и трех уравнений в частных производных первого порядка. Данная работа посвящена исследованию сингулярной эллиптической системы второго порядка с неограниченным младшим членом в пространстве Лебега. Система второго порядка, более общего вида, чем (1) исследована в [3]. Теория таких систем принципиально отличается от теории одного эллиптического уравнения [4]. Система (1) изучается в негильбертовом пространстве $L_p(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2), 1 < p < \infty$. В случае выполнения условий (2) система (1) является эллиптической. В работе модификацией метода Титчмарша-Отелбаева [5] установлены существование, единственность и принадлежность к классу С.Л. Соболева $W_p^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)(1 < p < \infty)$ решения сингулярной эллиптической системы с неограниченным младшим коэффициентом для всех $(f, g) \in L_p(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2), 1 < p < \infty$.

## Литература


1. *Оспанов К.Н.* Коэрцитивная разрешимость и свойства спектра систем типа Бельтрами и Дирака //Автореферат дисс... д-ра физ.-мат. наук. -Алматы, 2000. -32 с.

2. *Оспанов К.Н.* Об одной системе типа Бельтрами //Тез. докл. весенн. МШ "Современные методы в теории краевых задач". -Воронеж. -1997. -С. 107.

3. *Оспанов К.Н.* Коэрцитивная разрешимость обобщенной системы Коши-Римана в пространстве $L_p$ //Украинский математический журнал. -1996. № 11. -С. 1564-1569.