

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЗОНЫ ПЛАСТИЧНОСТИ ВОКРУГ ТРЕЩИНЫ ГРИФФИТСА

А.Ж. Бибосинов, А.И. Искакбаев, Б.Е. Бекбауов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

bibossinov@gmail.com

Аннотация. Используя структурный критерий прочности Нейбера–Новожилова получена формула критической нагрузки для плоских тупых и острых трещин. На основании полученных результатов проводится моделирование острой трещины в виде тонкого эллипса с отношением малого и большого полуосей один к десяти. С применением программного пакета OpenFOAM, посредством создания решателя для малых упругопластических деформации, найдены формы и размеры пластической зоны вокруг трещины Гриффитса. Размеры зоны пластичности по результатам вычислений удовлетворительно совпадают с данными экспериментальных исследований Хана и Розенфильда, а формы – с данными Тьюба.

Для рассмотрения дефекта в виде эллиптического выреза необходимо определиться с критерием для предела отношений полуосей эллипса. Для этого рассмотрим квадратную пластину с эллиптическим дефектом в условиях обобщенного напряженного состояния при всестороннем растяжении. Обозначения и схемы нагружения показаны на рис. 1. Примем L как характерный размер квадратной пластины, a и b – длины полуосей эллипса ($a > b$), и при $L/a \rightarrow \infty$ мы приходим к задаче о всестороннем растяжении плоскости с эллиптическим отверстием. Компонента тензора напряжений σ_{yy} вдоль оси x запишем в виде [1]:

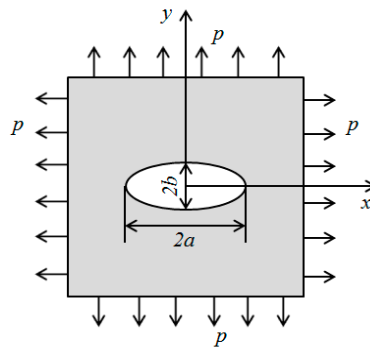


Рис. 1. Всестороннее растяжение пластины. Обозначения и схемы нагружения

$$\sigma_{yy} = px(x^2 - a^2 + 2b^2)(x^2 - a^2 + b^2)^{-3/2}, \quad (1)$$

где $p > 0$ – сила растяжения. Введем обозначения: $a = l$; $b = ml$; $0 \leq m \leq 1$.

Подставим решение (1) в структурный критерий прочности Нейбера–Новожилова [2–5]:

$$\frac{1}{d} \int_l^{l+d} \sigma_{yy}(x) dx = \sigma_{ys}, \quad (2)$$

где σ_{ys} – предел прочности материала на растяжение, d – структурный параметр разрушения, имеющий размерность длины. После интегрирования находим критическую нагрузку, выраженную через m :

$$p_* = \sigma_{ys} \left[\left(m^2 l^2 / d^2 + 2l/d + 1 \right)^{1/2} - l/d m^2 \left(m^2 + 2d/l + d^2/l^2 \right)^{-1/2} \right]^{-1}. \quad (3)$$

Равенство (3) справедливо для тупых и острых трещин [2]. По данной формуле на рис. 2 показаны зависимости критической нагрузки от длины трещины, через безразмерную переменную $\eta = l/(l + d)$, при различных значениях отношений полуосей эллипса в интервале $0 \leq m \leq 1$. При $m = 0$ получаем формулу авторов статьи [5] в виде:

$$\frac{p_*}{\sigma_{ys}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2l/d}} = \sqrt{\frac{1 - \eta}{1 + \eta}}, \quad (4)$$

выведенное для одноосного растяжения упругой плоскости, ослабленной прямолинейной трещиной длины $2l$ (в данной же работе приводится сопоставление с экспериментальными данными). Из формул (3) и (4) следует, что выражения для критических нагрузок при $m = 0$ не зависят от двухосности нагрузки.

Из рис. 2 видно, что значения критических нагрузок для случаев $m = 0$ и $m = 0.1$ мало отличаются. Поэтому численный анализ упругопластических течений вокруг трещины Гриффитса проводился для случая $m = 0.1$.

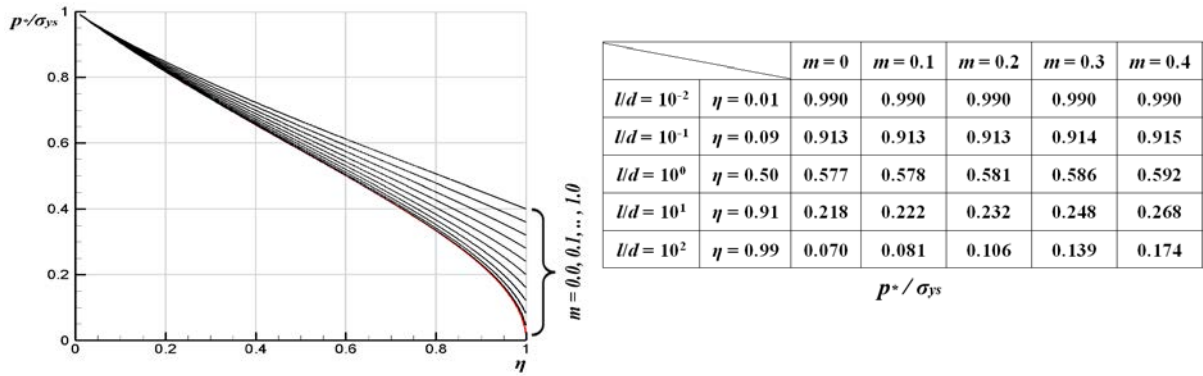


Рис. 2. Зависимости критической нагрузки от длины трещины при различных значениях отношений полуосей эллипса

Рассмотрим квадратную пластину с эллиптическим дефектом ($a = 10b$) в условиях одностороннего растяжения. Обозначения и схемы нагружения показаны на рис. 3.

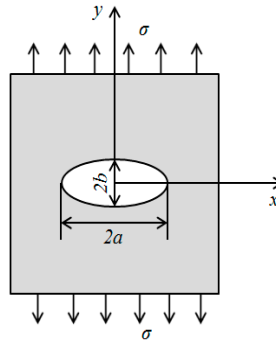


Рис. 3. Одностороннее растяжение пластины. Обозначения и схемы нагружения

Численный анализ проводился с помощью открытого программного пакета OpenFOAM [6], посредством создания решателя (solver) для малых упругопластических деформаций, с использованием условий пластичности Мизеса. Рассматривался случай идеальной пластичности. Приращение тензора пластических деформаций $d\epsilon_p$ зависит от значения напряжения: ниже предельного значения имеет место только упругие деформации, $d\epsilon_p = \mathbf{0}$; по достижению предельного значения появляются пластические деформации, значение $d\epsilon_p$ вычисляются от напряжений.

Результаты вычислений представлены на рис. 4, где показаны кривые зависимости размера зон пластичности для случаев плоской деформации (ПД) и плоского напряженного состояния (ПНС). В случае плоской деформации расчеты проводились для различных значений коэффициента Пуассона ($0.1 \leq \nu \leq 0.5$) для сравнения с экспериментальными данными размера зон пластичности с работ [7–9].

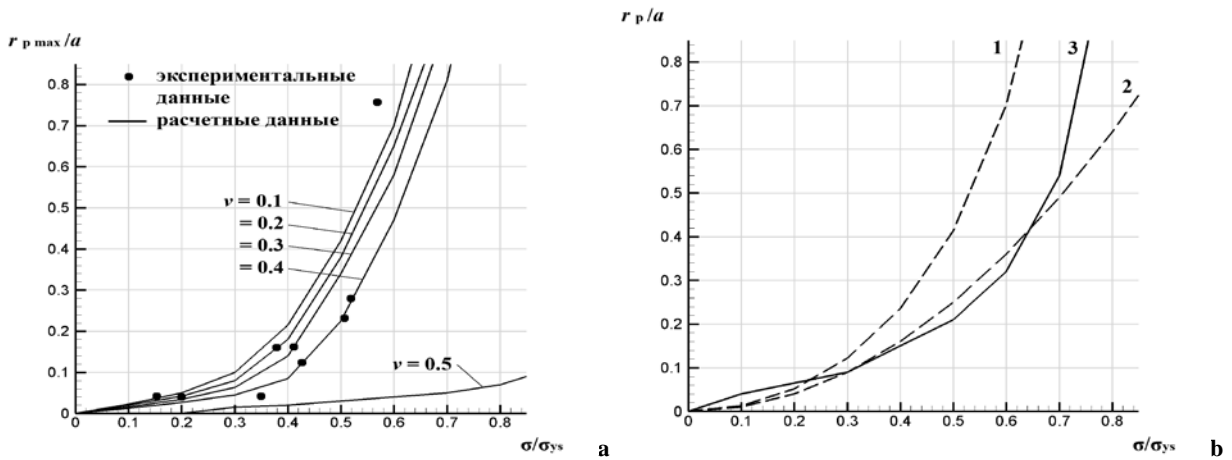


Рис. 4. Измеренные и вычисленные размеры зон пластичности: **а** – ПД, наиболее удаленная точка границы зоны пластичности для различных значений коэффициента Пуассона в сравнении с экспериментальными данными [7, 9]; **б** – ПНС, размер зоны пластичности вдоль оси x , кривые 1 и 2 – по формуле Дагдейла и Ирвина [7, 8], 3 – численный расчет

Исследования форм зон пластичности, выполненные Тьюба, Райсом и Розенгриным, Ханом и Ро-

зенфильдом, приводятся в работе [7–9]. По Тьюба, наиболее удаленная точка границы зоны пластичности лежит под углом 69° , как показано на рис. 5 для различных значений отношения σ/σ_{ys} .

Важным аспектом является экспериментальная проверка результатов аналитических выкладок. Хан и Розенфильд, по экспериментальным исследованиям по выделению области пластического течения, пришли к выводу, что ни одно из теоретических построений не описывает форму пластичности достаточно точно. Теоретические методы довольно точно описывают наиболее удаленные точки границы зон пластичности, однако не дают точной оценки вдоль направления трещины. По микроснимкам Хана и Розенфильда, в случае плоского напряженного состояния, форма зоны пластичности более всего походит на ту, которая была представлена Тьюба, рис. 5. [7, 8]

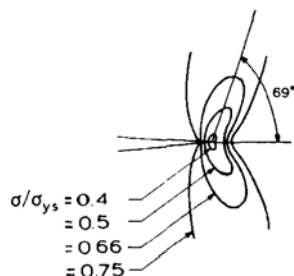


Рис. 5. Формы зон пластичности в трещине типа I по данным Тьюба [7, 8]

По проведенным численным расчетам, полученные формы зоны пластичности (рис. 6) не противоречат теоретическим выкладкам, сделанным Тьюба. Численные результаты (рис. 4 и рис. 6) хорошо описывают форму зоны пластичности в окрестности вершины трещины. Также из рис. 4 видно, что достаточно точно можно описать размеры зоны пластичности и при малых значениях отношений σ/σ_{ys} .

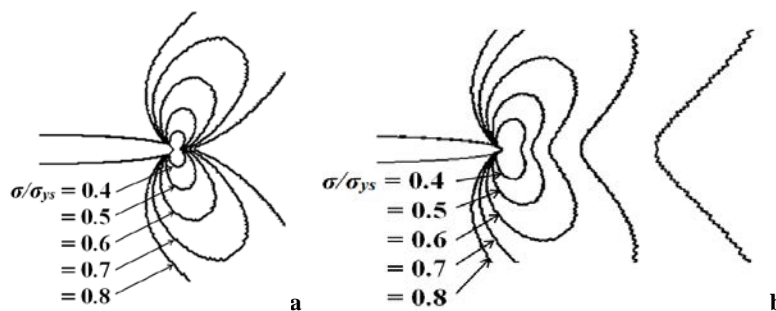


Рис. 6. Формы зон пластичности по результатам расчетов: **a** – ПД; **b** – ПНС

Поскольку теоретические исследования не дают точного представления о форме зоны пластичности, и при экспериментальных исследованиях возникают определенные сложности (экспериментально тяжело различить упругие и пластические деформации; измерения проводятся на поверхности образца), проведенные численные исследования представляют собой обоснованное дополнение к исследованиям зон пластичности вокруг трещины. Рассмотрение трещины в виде эллиптического выреза упрощает численную реализацию поставленной задачи. Современные вычислительные технологии дают возможность с необходимой точностью описать процесс упругопластического течения вокруг трещины любой формы.

Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1984. 560 с.
2. Корнев В.М. Иерархия критериев прочности структурированных хрупких сред. Сателлитное зарождение микротрещин // Прикладная механика и техническая физика. 2000. Т. 41 (2). С. 177-187.
3. Mikhailov S.E. A functional approach to non-local strength conditions and fracture criteria. 1. Body and point fracture. // Engineering Fracture Mechanics. 1995. V. 52 (4). P. 731-743.
4. Mikhailov S.E. A functional approach to non-local strength conditions and fracture criteria. 2. Discrete fracture. // Engineering Fracture Mechanics. 1995. V. 52 (4). P. 745-754.
5. Петров Ю.В., Смирнов В.И. О прочности материалов с малыми дефектами // Изв. РАН. МТТ. 2006. № 4. С. 165-178.
6. The OpenFOAM Foundation. <http://www.openfoam.org/>
7. Broek D. Elementary engineering fracture mechanics. Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, 1982. 469 p.
8. Tuba I.S. A method of elastic-plastic plane stress and strain analysis // J. Strain Analysis. 1966. No. 1. P. 115-122.
9. Hahn G.T., Rosenfield A.R. Plastic flow in the locale on notches and cracks in Fe–3Si steel under conditions approaching plane strain // Rept. to Ship structure Committee. 1968.