МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ», ПОСВЯЩЕННАЯ 80-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА НАН РК КАСЫМОВА КУЛЖАБАЯ АБДЫКАЛЫКОВИЧА

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы, 2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ»

посвященная 80-летию со дня рождения академика НАН РК Касымова Кулжабая Абдыкалыковича

Алматы 21-23 декабря 2015 года

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы, 2015

УДК 510 (063)
ББК 22.1
А 43

Рекомендовано к изданию Ученым советом
механико-математического факультета

Рецензенты:

академик НАН РК, доктор физико-математических наук,
профессор Т.Ш. Кальменов;
член-корр. НАН РК, доктор физико-математических наук,
профессор М.Н. Калимолдаев.

А 43 «Актуальные проблемы математики и информатики»: Сборник тезисов Международной научной конференции посвященной 80-летию со дня рождения академика НАН РК Касымова Кулжабая Абдыкалыковича. – Алматы, 2015. – 234 с.

ISBN 978-601-04-1536-2

В сборник включены 115 тезисов докладов Международной научной конференции "Актуальные проблемы математики и информатики", посвященной 80-летию со дня рождения академика НАН РК К.А. Касымова.

Основное внимание уделено актуальным проблемам дифференциальных уравнений и математической физики, теории функций и функционального анализа, математического моделирования и информатики, а также методике преподавания математики и информатики.

Предназначен для студентов, магистрантов, докторантов, преподавателей высших учебных заведений, специалистов в области математики, прикладной математики и информационных технологий.

УДК 510 (063)
ББК 22.1

ISBN 978-601-04-1536-2

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Академик НИА РК Абдибеков У.С. (Казахстан), профессор Алексеева Л.А. (Казахстан), профессор Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), профессор Арсланов М.З. (Казахстан), профессор Асанова А.Т. (Казахстан), профессор Ахмед-Заки Д.Ж. (Казахстан), профессор Ахмет М.У. (Турция), профессор Бектемесов М.А. (Казахстан), профессор Бердышев А.С. (Казахстан), профессор Бидайбеков Е.Ы. (Казахстан), профессор Бижанова Г.Е. (Казахстан), профессор Бияшев Р.Г. (Казахстан), академик НАН РК Блиев Н.К. (Казахстан), профессор Бутузов В.Ф. (Россия), профессор Дауылбаев М.К. (Казахстан), профессор Дженалиев М.Т. (Казахстан), профессор Джумабаев Д.С. (Казахстан), профессор Жуматов С.С. (Казахстан), академик НАН КР Иманалиев М.И. (Кыргызстан), член-корр. РАН Кабанихин С.И. (Россия), профессор Кангужин Б.Е. (Казахстан), профессор Кенжебаев К.К. (Казахстан), профессор Кыдырбекулы А.Б. (Казахстан), профессор Мазаков Т.Ж. (Казахстан), профессор Медеуов Е.О. (Казахстан), профессор Мухамбетжанов С.Т. (Казахстан), член-корр. НАН РК Ойнаров Р.О. (Казахстан), академик НАН РК Отелбаев М. О.(Казахстан), академик РАЕН Розов Н.Х. (Россия), член-корр. НАН РК Садыбеков М.А. (Казахстан), профессор Смаилов Е.С. (Казахстан), профессор Темирбеков Н.М. (Казахстан), профессор Темиргалиев Н.Т. (Казахстан), профессор Тлеубергенов М.И. (Казахстан), академик НАН РК Харин С.Н. (Казахстан)

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Профессор Мухамбетжанов С.Т., профессор Сихов М.Б., профессор Дауылбаев М.К., профессор Сулейменов Ж.С., доцент Бияздилов Н.Б., доцент Имангалиев Е.И., ст. преп. Уаисов А.Б., доцент Мустафин С.А., доктор PhD Мамырбаев О.Ж., член-корр. МАИН Сахариев Б.Б., Мирзакулова А., Ергалиев М., Абдикеримова Ж., Валиолда А., Мажитов Ш.С., Анищенко Л.Н., Калиева Г.С., Аязбаева А.М. (секретарь)

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

«Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики»
«Вычислительная математика, математическое моделирование и информатика»
«Теория функций и функциональный анализ»
«Методика преподавания математики и информатики»

СЕКЦИЯ

Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

Список литературы

[1] Тихонов А.Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры// Матем. сб. 1952. Т. 31 (73). №3. С. 575-586.

[2] Васильева А.Б. Асимптотика решений некоторых задач для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной// Успехи мат. наук. 1963. Т. 18. №3. С. 15-86.

[3] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М. Высш. шк. 1990.

[4] Бутузов В.Ф. Об особенностях пограничного слоя в сингулярно возмущённых задачах с кратным корнем вырожденного уравнения// Матем. заметки. 2013. Т. 94. Вып. 1. С. 68-80.

[5] Бутузов В.Ф., Бычков А.И. Асимптотика решения начально–краевой задачи для сингулярно возмущённого параболического уравнения в случае двукратного корня вырожденного уравнения// Дифференц. ур-ния. 2013. Т. 49. №10. С. 1295-1307.

[6] Белошапко В.А., Бутузов В.Ф. Сингулярно возмущённая эллиптическая задача в случае кратного корня вырожденного уравнения// Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2013. Т. 53. №8. С. 65-75.

ШЕКАРАСЫ ЖЫЛЖЫМАЛЫ СИНГУЛЯРЛЫ АУЫТҚЫҒАН ТЕҢДЕУ ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАСЫ

Валиолда А.С., Дауылбаев М.Қ.

Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, ҚАЗАҚСТАН

E-mail: akma.valiolda@gmail.com

Бұл жұмыс сингулярлы ауытқыған шекарасы жылжымалы интегралды-дифференциалдық теңдеуге қойылған шекаралық есеп шешімінің асимптотикасын құруға арналған. Берілген есеп шешімінің бар болуы, жалғыздығы және қалдық мүшесінің бағалауы туралы теорема дәлелденген.

Үлкен туындысының алдында кіші параметрі бар шекарасы жылжымалы интегралды-дифференциалдық теңдеуге қойылған келесі түрдегі шекаралық есепті қарастырайық:

$$\varepsilon y'' = A(t,y)y' + B(t,y) + \lambda F(t) + \int_0^1 H(t,x,y)y'(x)dx \qquad (1)$$

$$y(0,\varepsilon) = \alpha, \quad y(\lambda,\varepsilon) = \beta, \quad y'(\lambda,\varepsilon) = \gamma, \qquad (2)$$

$\varepsilon > 0 -$ кіші параметр, ал $\alpha, \quad \beta, \quad \gamma -$ белгілі тұрақтылар, λ - белгісіз параметр.

Келесі төмендегі шарттар орындалсын:

I. $A(t,y), B(t,y) \in C^{N+2}(D), \ F(t) \in C^{N+2}[0,1], \ H(t,x,y) \in C(D_1)$.

II. $0 < \gamma_1 < -A(t,y) < \gamma_2, (t,y) \in D$.

(1), (2) есеп шешімінің асимптотикалық жіктелуін келесі түрде іздейміз:

$$y(t,\varepsilon) = y_\varepsilon(t) + v_\varepsilon(\tau), \quad \tau = \frac{t}{\varepsilon}, \qquad (3)$$

мұндағы

$$y_\varepsilon(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k y_k(t), \tag{4}$$

$$v_\varepsilon(\tau)=\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k v_k(\tau), \tag{5}$$

ал $y_\varepsilon(t)$ – асимптотиканың регулярлық, $v_\varepsilon(\tau)$ – шекаралық қабатты бөлігі деп аталады.

Регулярлық бөліктің $y_0(t)$ және $y_k(t), k\geq 1$ коэффициенттері келесі есептің шешімі болады

$$\begin{cases} 0=A(t,y_0(t))y_0'(t)+B(t,y_0(t))+\lambda_0F(t)+\int_0^1 H(t,x,y_0(x))y_0'(x)dx+ \\ \qquad +\int_\alpha^{\alpha+\Delta_0} H(t,0,w)dw, \\ y_0(0)=\alpha+\Delta_0,\ y_0(\lambda_0)=\beta,\ y_0'(\lambda_0)=\gamma \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} y_{k-1}''(t)=[A_y'(t,y_0(t))y_0'(t)+B_y'(t,y_0(t))]y_k(t)+A(t,y_0(t))y_k'(t)+ \\ +\lambda_kF(t)+\int_0^1 H(t,x,y_0(x))y_k'(x)dx+\int_0^{\Delta_k} H(t,0,y_0(0)+v_0(s))du+P_k \\ y_k(0)=\Delta_k,\ \ \lambda_k y_0'(\lambda_0)+y_k(\lambda_0)=\beta_k,\ \lambda_k y_0''(\lambda_0)+y_k'(\lambda_0)=\gamma_k \end{cases} \tag{7}$$

Шекаралық қабатты бөліктің $v_0(t)$ және $v_k(t), k\geq 1$ коэффициенттері үшін келесі есептерді аламыз:

$$\begin{cases} \ddot v_0(\tau)=A(0,y_0(0)+v_0(\tau))\dot v_0(\tau) \\ \dot v_0(0)=-\int_\alpha^{\alpha+\Delta_0} A(0,u_0(\tau))du_0(\tau),\ \ y_0(0)+v_0(0)=\alpha \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} \ddot v_k(\tau)=A(0,y_0(0)+v_0(\tau))\dot v_k(\tau)+\Phi_k(\tau) \\ \dot v_k(0)=-A(0,y_0(0))\Delta_k+\int_0^\infty \Phi_k(\tau)d\tau,\ \ v_k(0)=-\Delta_k \end{cases} \tag{9}$$

Келесі N-ші дербес қосынды құрайық:

$$\overline{y}_N(t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{N}\varepsilon^k y_k(t)+\sum_{k=0}^{N}\varepsilon^k v_k(\tau) \tag{10}$$

Теорема. Сингулярлы ауытқыған (1)-(2) есебінің [0,1] кесіндісінде жалғыз шешімі бар болады және ол шешім үшін келесі асимптотикалық жіктелу орындалады:

$$y(t,\varepsilon)=\overline{y}_N(t,\varepsilon)+R_N(t,\varepsilon)$$

ал $R_N(t,\varepsilon)$ қалдық мүшесі үшін келесі бағалау орынды:

$$\left|R_N^{(i)}(t,\varepsilon)\right|\leq C\varepsilon^{N+1}, i=0,1, 0\leq t\leq 1, \mathrm{C}>0, \varepsilon\text{ -нан тәуелсіз тұрақты.}$$

Әдебиеттер тізімі

[1] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. - М.: Наука, 1973. - 272 с.

[2] Касымов К.А., Нургабыл Д.Н. Асимптотическое поведение решений линейных сингулярно возмущенных общих неразделенных краевых задач, имеющих начальный скачок // Украинский математический журнал. Киев, -2003. -Т. 55, №11. - С 1496-1508.

ИМПУЛЬСТІК ӘСЕРІ БАР СИНГУЛЯРЛЫ АУЫҚЫҒАН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН БАСТАПҚЫ СЕКІРІСТІ КОШИ ЕСЕБІ

Дауылбаев М.Қ., Ергалиев М.Г.
Әл-Фараби атындагы Қазақ ұлттық университеті, ҚАЗАҚСТАН
E-mail: dmk57@mail.ru

Жұмыс импульстік әсері бар екінші ретті сингулярлы ауытқыған сызықты дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы секірісті Коши есебінің шешімін зерттеуге арналған. Зерттеу барысында берілген теңдеуге сәйкес импульстік әсері бар біртекті дифференциалдық теңдеудің іргелі шешімдер жүйесі, бастапқы функциялары құрылып, олардың асимптотикалық сипаттары алынған. Бұл функциялардың көмегімен қарастырылып отырған бастапқы секірісті Коши есебі шешімінің аналитикалық формуласы алынған. Осы формуланың көмегімен есеп шешімінің асимптотикалық сипаты туралы теорема дәлелденген. Импульстік әсері бар сингулярлы ауытқыған бастапқы секірісті Коши есебіне сәйкес өзгертілген ауытқымаған бастапқы есебі құрылды. Берілген импульстік әсері бар сингулярлы ауытқыған бастапқы секірісті Коши есебі шешімінің өзгертілген ауытқымаған бастапқы есебінің шешіміне ұмтылатындығы дәлелденді.

[0,1] кесіндісінде сингулярлы ауытқыған сызықты екінші ретті дифференциалдық

$$L_\varepsilon y(t,\varepsilon) \equiv \varepsilon y'' + A(t)y' + B(t)y = F(t), \quad t \neq \theta_i, \tag{1}$$

теңдеуді келесідей

$$y(0,\varepsilon) = \alpha, \quad y'(0,\varepsilon) = \frac{\beta}{\varepsilon} \tag{2}$$

бастапқы және

$$\Delta y|_{t=\theta_i} \equiv y(\theta_i + 0,\varepsilon) - y(\theta_i - 0,\varepsilon) = M_i y(\theta_i,\varepsilon) + N_i, i = \overline{1,p}. \tag{3}$$

импульстік шарттарымен бірге қарастырайық, мұндағы $\varepsilon > 0 -$ кіші параметр, α, β $M_i, N_i, i = \overline{1,p} -$ белгілі тұрақты шамалар, $0 < \theta_1 < \cdots < \theta_p < 1$ және $y(\theta_i +, \varepsilon) = \lim_{t\to\theta_i +} y(\theta_i, \varepsilon)$.

Келесі шарттар орындалсын:

1. $A(t)$, $B(t)$, $F(t)$ функциялары $0 \leq t \leq 1$ аралығында үзіліссіз дифференциалданады.

2. $A(t) > 0, 0 \le t \le 1.$
3. $1 + M_i \neq 0,\ i = \overline{1,p}.$

Теорема 1. Егер 1-3 шарттар орындалса, онда (1)-(3) бастапқы секірісті Коши есебінің шешімі [0,1] кесіндісінде бар, жалғыз және төмендегідей формуламен анықталады:

$$y(t,\varepsilon) = \alpha K_1(t,0,\varepsilon) + \frac{\beta}{\varepsilon} K_2(t,0,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}\int_0^t K_2(t,s,\varepsilon)F(s)ds +$$

$$+ \sum_{0\le\theta_i<t} \big(K_1(t,\theta_i+,\varepsilon) + K_2(t,\theta_i+,\varepsilon)\big)N_i\,, i = \overline{1,p},$$

мұндағы $K_j(t,s,\varepsilon), j = 1,2$ –бастапқы функциялар.

Теорема 2. Егер 1-3 шарттар орындалса, онда (1)-(3) бастапқы секірісті Коши есебінің шешімі үшін келесі асимптотикалық сипат орындалады:

$$y(t,\varepsilon) = \alpha e^{-\int_{\Theta_i}^t \frac{B(x)}{A(x)}dx} \prod_{0\le\Theta_v<t} (1 + M_v)\, e^{-\int_{\Theta_{v-1}}^{\Theta_v} \frac{B(x)}{A(x)}dx} +$$

$$+\beta\left(\frac{1}{A(0)} e^{-\int_{\Theta_i}^t \frac{B(x)}{A(x)}dx} \prod_{0\le\Theta_v<t} (1 + M_v) e^{-\int_{\Theta_{v-1}}^{\Theta_v} \frac{B(x)}{A(x)}dx} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\mu(t)} e^{\int_{\Theta_i}^t \frac{B(x)}{A(x)}dx} \prod_{0\le\Theta_v<t} (1 + M_v) e^{\int_{\Theta_{v-1}}^{\Theta_v} \frac{B(x)}{A(x)}dx}\, e^{\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \mu(x)dx}\right) -$$

$$- \frac{F(t)}{A(t)} e^{-\int_{\Theta_i}^t \frac{B(x)}{A(x)}dx} \prod_{s\le\Theta_v<t} (1 + M_v)\, e^{-\int_s^{\Theta_v} \frac{B(x)}{A(x)}dx} +$$

$$+ \sum_{0\le\Theta_i<t}\left(e^{-\int_{\Theta_i}^t \frac{B(x)}{A(x)}dx} \prod_{\Theta_{i+}\le\Theta_v<t} (1 + M_v)\, e^{-\int_{\Theta_{i+}}^{\Theta_v} \frac{B(x)}{A(x)}dx}\right) N_i + O(\varepsilon).$$

(1) теңдеуімен қатар $\varepsilon = 0$ болғанда шығатын теңдеуді қарастырайық, яғни:

$$L_0\bar{y}_0 \equiv A(t)\bar{y}_0'(t) + B(t)\bar{y}_0(t) = F(t) \tag{4}$$

төмендегі бастапқы

$$\bar{y}_0(0) = \alpha + \Delta_0 \tag{5}$$

және импульстік шарттарымен

$$\Delta\bar{y}_0(\Theta_i) = M_i\bar{y}_0(\Theta_i) + N_i, i = \overline{1,p}. \tag{6}$$

$(4) - (6)$ есебі ауытқымаған есеп деп аталады.

Теорема 3. 1-3 шарттар орындалсын, онда (1)-(3) сингулярлы ауытқыған бастапқы секірісті Коши есебінің $y(t,\varepsilon)$ және $(4) - (6)$ ауытқымаған есебінің $\bar{y}_0(t)$ шешімдерінің айырымы үшін $0 \le t \le 1$ кесіндісінде келесідей бағалаулар орынды:

$$|y(t,\varepsilon) - \bar{y}_0(t)| \le C\varepsilon + Ce^{-\gamma\frac{t}{\varepsilon}}\ ; \quad |y'(t,\varepsilon) - \bar{y}_0'(t)| \le C\varepsilon + \frac{C}{\varepsilon}e^{-\gamma\frac{t}{\varepsilon}}$$

Теорема 3–тен (1)-(3) сингулярлы ауытқыған бастапқы секірісті Коши есебінің $y(t,\varepsilon)$ шешімі $\varepsilon \to 0$ кезінде ауытқымаған $(4) - (6)$ есебінің $\bar{y}_0(t)$ шешіміне ұмтылатындығы шығады, яғни келесідей шектік теңдіктер орынды:

$$\lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon) = \bar{y}_0(t) \quad 0 < t \le 1; \quad \lim_{\varepsilon\to 0} y'(t,\varepsilon) = \bar{y}_0'(t) \quad 0 < t \le 1$$

Әдебиеттер тізімі

[1] Касымов К.А. Линейные сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения второго порядка. – Алматы: изд-во Китап, - 1981. – 112 с.

[2] Касымов К.А. Об оценках решений краевой задачи с начальным скачком для системы дифференциальных уравнений // Известия НАН РК, серия физико-математическая, - 1994. - № 3. – С. 3 – 6.

[3] Касымов К.А. Дифференциальные уравнения с малым параметром. – Алматы: Изд-во Китап, 1985. – 105 с.

[4] Дауылбаев М.К. Линейные интегро-дифференциальные уравнения с малым параметром. Учебное пособие. – Алматы: Изд-во «Қазақ университеті», - 2009. -190 с.

[5] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений // М.: Наука, 1973, 272 с.

[6] Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием // К: Вища шк., Головное изд-во, 1987, 288 с.

[7] Akhmet M.U., Principles of discontinuous dynamical systems //Springer, New-York, 2010

[8] Bainov D.D., Hristova S.G. Asymptotics of the solution of the initial-value problem for a nonlinear singularly perturbed system of impulsive differential equations //Riv.Mat. Pura Appl., No. 10, p 67-87, 1992

О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В БЕСКОНЕЧНОЙ ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ОБЛАСТИ, КОГДА ПОДВИЖНАЯ ЧАСТЬ ГРАНИЦЫ ИЗМЕНЯЕТСЯ ПО ЗАКОНУ $x(t) = t^{\omega}$, $\omega > 1/2$

Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.

Институт математики и математического моделирования, КАЗАХСТАН

Институт прикладной математики, Караганда, КАЗАХСТАН

E-mail: muvasharkhan@gmail.com

Ранее нами была рассмотрена задача Дирихле [1, 2] для уравнения теплопроводности в вырождающейся области, когда подвижная часть границы изменяется по линейному закону $x(t) = t$. Эта задача сводилась к необходимости исследования особого интегрального уравнения Вольтерра, когда норма интегрального оператора равна единице. В этой работе методом Карлемана-Векуа [3] мы изучаем интегральное уравнение Вольтерра второго рода со спектральным параметром $\lambda \in C$. Это уравнение при $\lambda = 1$ соответствует случаю граничной задачи теплопроводности, когда подвижная часть границы области изменяется по закону $x(t) = t^{\omega}$, $\omega > 1/2$.

1. Постановка задачи. В области $G = \{(x,t) \mid t > 0,\ 0 < x < t^{\omega},\ \omega > 1/2\}$ рассмотрим уравнение теплопроводности с однородными граничными условиями

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t),\ u(x,t)|_{x=0} = 0,\ u(x,t)|_{x=t^{\omega}} = 0. \quad (1)$$

Содержание

Содержание