будем следовать схеме Р.Барриджа и Дж.Келлера, предложенную для описания фильтрации и акустики в поро-упругих средах(Poroelasticity equations derived from microstructure, J. Acoust.Soc. Am., V. 70, №4 (1981)). В этом методе есть два основных момента.

1) Точное описание процесса на микроскопическом уровне.

2) Выявление всех подмоделей, асимптотически близких к точной модели на микроскопическом уровне.

Успешность метода базируется на:

а) специфике пористой среды, в которой есть ярко выраженный малый параметр;

в)предположении о структуре твердого скелета — он считается периодическим.

Проблема трех тел-точек с массами, изменяющимися изотропно в различных темпах

М. Дж. Минглибаев [1], Г. М. Маемерова [2]

[1,2] *КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

[1] *Астрофизический институт имени В. Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан*

[1] *minglibayev@mail.ru*, [2] *mayemerova@gmail.com*

Исследуется проблема трех тел-точек взаимогравитирующих по закону Ньютона. Массы тел предполагаются сравнимыми, а законы изменения масс произвольными. Допустим, что массы тел меняются со временем изотропно в различных темпах:

$$m_0 = m_0(t),\ m_1 = m_1(t),\ m_2 = m_2(t), \quad \frac{\dot{m}_i}{m_i} \neq \frac{\dot{m}_j}{m_j}, \quad i \neq j. \tag{1}$$

Уравнения движения в системе координат Якоби имеют вид:

$$\mu_1 \ddot{\vec{r}}_1 = \mathrm{grad}_{\vec{r}_1} U, \quad \mu_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \mathrm{grad}_{\vec{r}_2} U - \mu_2 (2\dot{\nu}_1 \dot{\vec{r}}_1 + \ddot{\nu}_1 \vec{r}_1), \tag{2}$$

$$\mu_1 = \mu_1(t) = \frac{m_1 m_0}{m_0 + m_1} \neq const, \quad \mu_2 = \mu_2(t) = \frac{m_2(m_1 + m_0)}{m_0 + m_1 + m_2} \neq const, \tag{3}$$

где μ_i — приведенные массы, $\nu_1 = \nu_1(t) = m_1/(m_0 + m_1)$, U — силовая функция [1]. В общем случае, в отличие от классической задачи трех тел с постоянными массами, неавтономные дифференциальные уравнения (1) не имеют ни одного интеграла.

В качестве исходного невозмущенного промежуточного движения используется апериодическое движение по квазиконическому сечению. Эксцентриситеты и наклоны орбит тел считаются малыми величинами. При этих предположениях применяя систему аналитических вычислений *Mathematica* [2] вычислены выражение вековой части возмущающей функции в аналогах второй системы переменных Пуанкаре и получены уравнения вековых возмущений в явном виде. Решения этих уравнений по методу Пикара первого порядка имеют вид:

$$\ni_k(t) = \ni_k(t_0) + \sum_j \ni_j(t_0) \int_{t_0}^{t} \Pi_j(t)dt, \quad \ni_k(t_0) = \ni_k(t)|_{t=t_0} = const, \tag{4}$$

где $\ni_k$ — элементы ξ_i, η_i, p_i, q_i. Решения (4) дают возможность анализировать [1] изменения эксцентриситетов e_i, наклонностей i_i, аргумента перицентров ω_i, движения долготы восходящих узлов Ω_i и долготы перицентров π_i:

$$e_i^2 = (\xi_i^2 + \eta_i^2)/\Lambda_i, \quad \sin^2 i_i = (p_i^2 + q_i^2)/\Lambda_i, \quad i = 1, 2.$$

Аналогично получим простые формулы для вычисления остальных элементов.

Литература

[1] Мингалибаев М. Дж., *Динамика нестационарных гравитирующих систем.* Изд. Каз. НУ, Алматы, 2009.

[2] Прокопеня А. Н., *Решение физических задач с использованием системы Mathematica.* Издательство БГТУ, Брест, 2005.

О задаче управления динамикой систем, содержащих элементы различной физической природы

Р. Г. Мухарлямов[1], О. В. Матухина[2]

[1]*Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*
[2]*Нижнекамский химико-технологический институт, Нижнекамск, Россия*

[1]*rmuharliamov@sci.pfu.edu.ru*, [2]*matukhinaov@mail.ru*

Известные к настоящему времени динамические аналогии позволяют использовать методы классической механики для решения задачи управления системами, содержащими элементы различной природы, экономическими объектами и производственными системами. Процессы изменения состояния этих систем описываются дифференциально-алгебраическими уравнениями, составленными из кинематических соотношений, целей управления, уравнений связей и уравнений динамики, выраженных в обобщенных координатах или в канонических переменных.

Обычно под решением задачи управления механической системой понимают аналитическое построение управляющих воздействий, обеспечивающих изменение фазовых координат по заданному закону. Такое представление требует определения желаемого закона движения. Однако, в ряде случаев для построения требуемого управления не требуется описание закона движения системы по всем координатам. Желаемые свойства движения могут быть выражены уравнениями связей, а управляющие воздействия определены как соответствующие реакции связей. В конечном итоге задача управления динамикой сводится к построению решения системы дифференциально-алгебраических уравнений, составленных из уравнений динамики и уравнений связей.

Для стабилизации связей, наложенных на обобщенные координаты q^i и скорости $v^i = \dfrac{dq^i}{dt}$, $i = 1,\dots,n$, необходимо сформировать такие управляющие воздействия, при которых уравнения связей $f^\mu(q^i,t) = 0$, $\mu = 1,\dots,m$, $f^\rho(q^i,v^i,t) = 0$, $\rho = m+1,\dots,r$, определяют асимптотически устойчивые инвариантные множества системы дифференциальных уравнений динамики. Оценка возможных отклонений от уравнений связей избыточными переменными z^α, $\alpha = 1,\dots,m+r$, $z^\mu = f^\mu(q^i,t)$, $z^{m+\mu} = \dfrac{df^\mu}{dt}$, $z^{m+\rho} = f^\rho(q^i,v^i,t)$, позволяет построить расширенную систему, лагранжиан $L = L(q^i,v^i,z^\alpha,t)$ и диссипативная функция $D = D(q^i,v^i,z^\alpha,t)$ которой совпадают с соответствующими функциями исходной системы при $z^\alpha = 0$. Необходимое условие стабилизации связей сводится к требованию асимптотической устойчивости тривиального решения $z^\alpha = 0$ уравнений возмущений связей $\dfrac{dz^\alpha}{dt} = k^\alpha_\beta z^\beta$, $\beta = 1,\dots,m+r$. Достаточное условие стабилизации связей обеспечивается соответствующим выбором выражений L и D.