

- [2] Prokopenya A.N., Minglibayev M.Zh., Bizhanova S.B. Investigation of the Secular Perturbations in the Two-Body Problem with Variable Masses // Computer Algebra Systems in Teaching and Research, Vol. IX. 2020. pp. 204–219.
- [3] Бижанова С.Б., Минглибаев М.Дж., Прокопеня А.Н. Исследование вековых возмущений поступательно-вращательного движения в нестационарной задаче двух тел с применением компьютерной алгебры // Журнал вычислительной математики и математической физики. Том 60, №1. 2020. С.29–38. doi:10.1134/S0965542520010054
- [4] Баркин Ю.В., Демин В.Г. Поступательно-вращательное движение небесных тел. Итоги науки и техн. АН СССР. Астрономия. 1982. Т. 20. С. 115–134.

## Новые нестационарные треугольные и прямолинейные решения классической круговой ограниченной задачи трёх тел

*Минглибаев М.Дж.<sup>1,2</sup> Жумабек Т.М.<sup>1</sup>*  
*minglibayev@gmail.com, torebekzhumabek@hotmail.com*

<sup>1</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби,  
050040, Казахстан, Алматы, пр. аль-Фараби 71,

<sup>2</sup>Астрофизический Институт им. В.Г. Фесенкова,  
050020, Казахстан, Алматы, Обсерватория, д. 23

*Ключевые слова:* ограниченная задача трёх тел, неинерциальная центральная система координат, точные частные нестационарные решения.

Движения малого естественного или искусственного небесного тела в поле тяготения двух основных тел хорошо описывается математической моделью широко известной ограниченной задачей трёх тел [1]–[4]. В связи с отсутствием общего аналитического решения в конечном виде, многие аспекты задачи изучены различными качественными и численными методами. Поиск новых точных частных аналитических решений, кроме известных [1,2], представляются актуальным.

В настоящей работе аналитически исследуется классическая ограниченная задача трёх тел на основе новой концепции. Новая концепция базируется на понятии центра сил. Центр сил существующий в классической задаче трёх тел [4] также сохраняется в ограниченной задаче трёх тел [5]–[7]. Получены дифференциальные уравнения движения ограниченной задачи трёх тел в новой специальной неинерциальной центральной системе координат с началом в центре сил. При этом массы основных тел различные. Исходя из свойств новой специальной неинерциальной центральной системы координат, найден инвариант центра сил ограниченной задачи трёх тел в аналитической форме в этой же системе координат. Во введенной новой специальной неинерциальной цен-

тральной системе координат ограниченная задача трёх тел разделена на две отдельные задачи на уровне дифференциальных уравнений [6, 7]. Первая — треугольная ограниченная задача трёх тел, когда три тела всё время движения образуют треугольник. Вторая — коллинеарная ограниченная задача трёх тел, когда три тела всё время движения лежат на одной и той же прямой. Корректность такого разделения исследуемой задачи на две в специальной неинерциальной системе координат обеспечивается инвариантом центра сил найденном в этой же системе координат. Эти две ограниченные задачи трёх тел аналитически исследуется с использованием инварианта центра сил, установленного в специальной неинерциальной центральной системе координат.

Найдены новые точные аналитические частные нестационарные плоские решения дифференциальных уравнений движения круговой ограниченной задачи трёх тел в виде равнобедренного треугольника с переменной высотой в специальной неинерциальной центральной системе координат [5, 8]. Решение дифференциальных уравнений движения круговой равнобедренной ограниченной задачи трёх тел сведено к квадратурам, которая совпадает с соответствующей формулой частного случая симметричной задачи двух неподвижных центров [2]. Отдельно выведены дифференциальные уравнения движения треугольной ограниченной задачи трёх тел во вращающейся специальной неинерциальной центральной системе координат в пульсирующих переменных. Проанализированы найденные решения круговой ограниченной задачи трёх тел в форме равнобедренного треугольника с переменной высотой.

Также выведены дифференциальные уравнения коллинеарной ограниченной задачи трёх тел во вращающейся неинерциальной центральной системе координат в пульсирующих переменных. Получены три новые дифференциальные уравнения движения коллинеарной ограниченной задачи трёх тел, в трёх областях возможного расположения безмассового тела, стационарные решения которых соответствует трем точкам либрации Эйлера. Установлены новые точные нестационарные частные аналитические решения полученных трёх новых дифференциальных уравнений движения круговой коллинеарной ограниченной задачи трёх тел.

## Литература

- [1] Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312 с.
- [2] Дубошин Г.Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы. 2-е изд. М.: Наука, 1978. 456 с.
- [3] Демин В.Г., Косенко И.И., Красильников П.С., Фурта С.Д. Избранные задачи небесной механики. Ижевск: Удмуртский университет, 1999. 210с.
- [4] Уинтнер А. Аналитические основы небесной механики. М.: Наука, 1967. 524с.