Казахский Национальный университет имени аль-Фараби
РГП «Институт проблем информатики и управления» МОН РК
Национальная инженерная академии РК
Институт математики и механики КазНУ имени аль-Фараби

МАТЕРИАЛЫ
Международной научно-практической конференции
«Актуальные проблемы информатики и процессов управления»

Посвящается 70-летию заслуженного деятеля наук Республики Казахстан, академика АН ВШ РК, доктора технических наук, профессора Айсагалиева Серикбая Абдигалиевича

г. Алматы, 15-16 ноября 2012 года

Алматы
2012

6. Айсагалиев С.А. Оптимальное управление линейными системами с закрепленными концами траектории и ограниченным управлением. //Дифференциальные уравнения, Минск-Москва, 1996, т.32, № 6, С.1-7.
7. Айсагалиев С.А. Управляемость и оптимальное управление нелинейных систем. //Изв. РАН, сер.теория системы управления, 1993, № 3, С.88-99.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОЗИЦИОННОЙ МОДЕЛЬЮ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РЕГУЛЯТОРОМ

Калимолдаев М.Н., Копбосын Л.С., Ахметжанов М.А.

Институт проблем информатики и управления, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
mnk@ipic.kz

В данной работе предлагается новый метод решения задачи оптимального управления электроэнергетических систем с ограниченным ресурсом с помощью первых интегралов. Применение данного подхода к решению задач различных систем открывает широкую перспективу в практическом плане.

Рассмотрим позиционную модель электроэнергетических систем с регулятором:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i,$$

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}\left(-D_i S_i - L_i(\delta) + M_i(\delta) + P_i\right), \tag{1}$$

$$\frac{dP_i}{dt} = -v_i P_i - g_i S_i + \mu_i u_i, i = \overline{1,\ell}, t \in [0,T],$$

где δ_i - угол поворота ротора i- го генератора относительно некоторой синхронной оси вращения (ось вращения шин постоянного напряжения, она совершает 50 об/сек); S_i - скольжение i - го генератора; H_i - постоянная инерции i - й машины; $u_i = P_{Ti}$ - механические мощности, которые подводятся к генератору; $D_i = const \geq 0$ - механическое демпфирование $\alpha_{ii}, \alpha_i, \alpha_j$ - постоянные величины, учитывающие влияние активных сопротивлений в статорных цепях генераторов,

$$L_i(\delta) = f_i(\delta_i) + N_i(\delta), i = \overline{1,\ell},$$

$$N_i(\delta)=\sum_{j=1,j\neq i}^{l}\bar{N}_{ij}(\delta_1,\delta_2...\delta_l)=\sum_{j=1,j\neq i}^{l}\Gamma_{ij}^1[\sin(\delta_{ij}+\delta_{ij}^F)-\sin\delta_{ij}^F$$

$$M_i(\delta)=\sum_{j=1,j\neq i}^{l}\bar{M}_{ij}(\delta_1,\delta_2...\delta_l)=\sum_{j=1,j\neq i}^{l}\Gamma_{ij}^2[\cos(\delta_{ij}+\delta_{ij}^F)-\cos\delta_{ij}^F$$

$$\Gamma_{ij}^1=P_{ij}\cos\alpha_i,\ \Gamma_{ij}^2=P_{ij}\sin\alpha_i.$$

Систему (1) принято называть позиционной моделью, и она относится к классу неконсервативных систем.

Кусочно-непрерывные скалярные функции управления $u_i(\delta,S,p)$, $i=\overline{1,\ell}$ удовлетворяют ограничениям:

$$|u_i(\delta,S,p)|\le\gamma_i,i=\overline{1,\ell}.$$

Наряду с системой (1) рассмотрим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\delta_i}{dt}=S_i,$$

$$\frac{dS_i}{dt}=\frac{1}{H_i}\left(-D_iS_i-L_i(\delta)+p_i\right), \tag{2}$$

$$\frac{dp_i}{dt}=-v_ip_i-g_iS_i,i=\overline{1,\ell},t\in[0,T],$$

для которой скалярная функция

$$v(\delta,S,p)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\ell}\left(H_iS_i^2+\frac{1}{g_i}p_i^2\right)+\sum_{i=1}^{\ell}\int_0^{\delta_i}f_i(\delta_i)d\delta_i+$$

$$+\sum_{\substack{i=1,\\ \delta_i=0,\,j>i}}^{\ell}\int_0^{\delta_i}N_i(\delta_1,\ldots,\delta_{i-1},\xi_i,\delta_{i+1},\ldots,\delta_\ell)d\xi_i \tag{3}$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\sum_{i=1}^{\ell}v_{\delta_i}S_i+\sum_{i=1}^{\ell}v_{S_i}\frac{1}{H_i}\left(-D_iS_i-L_i(\delta)+P_i\right)+$$

$$+\sum_{i=1}^{\ell}v_{p_i}\left(-v_iP_i-g_iS_i\right)=-\sum_{i=1}^{\ell}\phi_i(s,p),$$

$$\phi_i(S,p) = D_i S_i^2 + \frac{\nu_i}{g_i} P_i^2 \geq 0, i = \overline{1,\ell},$$

причем частные производные

$$\nu_{\delta_i} = L_i(\delta), \nu_{s_i} = H_i S_i, \nu_{p_i} = \frac{1}{g_i} p_i, i = \overline{1,l}$$

Определим теперь функционал Больца в следующем виде:

$$\overline{J}(u) = \nu[\delta(T), S(T), p(T)] + \int_0^T \sum_{i=1}^l \phi_i(s,p)dt + \int_0^T \sum_{i=1}^l | S_i M_i(\delta) | dt + \int_0^T \sum_{i=1}^l \gamma_i \, | \frac{M_i}{g_i} p_i \, | \, dt \quad (4)$$

где $\nu(\delta, s, p)$ определяется соотношением (3).

Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема. Для электроэнергетической системы с регулятором (1) управления вида

$$u_i^0(\delta, S, P) = -\gamma_i sign(\frac{\mu_i}{g_i} p_i), i = \overline{1,l} \quad (5)$$

доставляют абсолютный минимум функционалу Больцу (4) и

$$\overline{J}(u^0) = \min_{|u_i| \leq \gamma_i} \overline{J}(u) = \nu[\delta(0), S(0), p(0)] + \int_0^T \sum_{i=1}^l S_i M_i(\delta)[1 + sign(S_i M_i(\delta))]dt. \quad (6)$$

Доказательство. Справедливо следующее соотношение

$$\dot{\nu}(\delta, S, p) = -\sum_{i=1}^l \phi_i(S,p) + \sum_{i=1}^l S_i M_i(\delta) + \sum_{i=1}^l \frac{\mu_i}{g_i} p_i u_i$$

интегрируя это выражение по t в пределах от 0 до T получим, что

$$\nu[\delta(T), S(T), p(T)] = \nu[\delta(0), S(0), p(0)] - \sum_{i=1}^l \phi_i(S,p) + \sum_{i=1}^l S_i M_i(\delta) + \sum_{i=1}^l \frac{\mu_i}{g_i} p_i u_i \quad (7)$$

Подставляя выражение $\nu[\delta(T), S(T), p(T)]$ из (7) в соотношение (5), получим

$$\overline{J}(u) = \nu[\delta(0), S(0), p(0)] + \int_0^T \sum_{i=1}^l [-\phi_i(S,p) + \phi_i(S,p)]dt + \int_0^T \sum_{i=1}^l [S_i M_i(\delta) + | S_i M_i(\delta) |]dt +$$

$$+ \int_0^T \sum_{i=1}^l [\frac{\mu_i}{g_i} p_i u_i + g_i \, | \frac{\mu_i}{g_i} p \, |]dt = \nu[\delta(0), S(0), p(0)] + \int_0^T \sum_{i=1}^l S_i M_i(\delta)[1 + sign(S_i M_i(\delta))]dt +$$

$$+\int_0^T \sum_{i=1}^{l} [\frac{\mu_i}{g_i} p_i u_i + g_i \mid \frac{\mu_i}{g_i} p \mid] dt$$

Отсюда при оптимальных управлениях (5) нетрудно получить выражение (6). Теорема доказана.

Заметим, что если функция $\nu(\delta, s, p)$ определенно-положительна в некоторой области G, то G является областью устойчивости для системы (2).

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТАМИ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Касымбекова А.С.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
kasar08@mail.ru

Одной из важных сфер применения нагруженных уравнений параболического типа являются задачи управления по фиксированным многообразиям. Среди исследований, примыкающих к этой проблеме, можно отметить работы, где рассматривались задачи для одномерного случая, когда управление протяженными динамическими объектами осуществляется посредством воздействия на него в конечном числе фиксированных точек пространственной координаты. Однако при решении конкретных прикладных задач представляет интерес случай, когда управление распределено на некотором количестве многообразий. Разрешимость краевой задачи для нагруженных уравнений рассмотрена в работе [1].

В области $Q = \Omega \times (0,T), \Omega \in R^n$-ограниченная область с границей Γ, $\Sigma = \Gamma \times (0,T), \Gamma_T = \Sigma \times \Omega$, Γ находится локально по одну сторону от Ω, рассматривается процесс управления для краевой задачи:

$$D_t^1 u = \sum_{i,j=1}^{n} D_{x_i}^1 (a_{ij} D_{x_j}^1 u) + \sum_{i=1}^{p} \nu_i(t) \int_{\Gamma_i} e_i(x,\xi,t) u(\xi,t) d\xi + f \qquad на\ Q, \tag{1}$$

$$u(x,t) = 0 \quad на\ \Sigma, \tag{2}$$

$$u(x,0) = u_0 \quad на\ \Omega, \tag{3}$$

где $e_i \in L^\infty(0,T; L^4()\Omega \times \Gamma_i)); \nu_i(t) \in V(0,T), i = 1,..., p, V(0,T)$ -выпуклое, замкнутое подмножество $L^2(0,T); \Gamma_i - (n-1)-$мерные многообразия из $\overline{\Omega}, n \le 3$ (при $n = 1, \Gamma_i -$ фиксированные точки из $\overline{\Omega}); \Gamma_i, i = 1,..., p$ вместе с $\Gamma\ из\ C^2; a_{ij} \in L^\infty(0,T; C^1(\Omega)), a_{ij} = a_{ji}, i, j = 1,..., p$ для почти всех $\{x,t\} \in Q$:

$$\beta_2 \sum_{i=1}^{n} \varsigma_i^2 \ge \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \varsigma_i \varsigma_j \ge \beta_1 \sum_{i=1}^{n} \varsigma_i^2 , \tag{4}$$

$\beta_1, \beta_2 = const > 0, \forall \varsigma \in R^n, f \in L^2(Q), u_0 \in H_0^1(\Omega)$.