



КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АБДЫ-ФАРАБИ

Т.Ш. Иманкул

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Учебное пособие

Алматы
«Қазқуниверситеті»
2019

УДК 51.004
ББК 22.1.32.923
П 50

Рекомендовано к изданию УМО ЦУМА
на основе КазНУ имени аль-Фараби
(протокол №5 от 29 мая 2019 г.)
Утверждено
научно-математическим факультетом
и РИСУ КазНУ имени Фараби
(протокол №5 от 14.06.2019 г.)

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор **М. А. Бектисеов**
доктор физико-математических наук, профессор **С.Я. Стреловский**
доктор физико-математических наук, профессор **Б.Д. Кошанов**

Иманкул Т.Ш.

П 50 Вариационное исчисление и методы оптимизации: учебное пособие
/ Т.Ш. Иманкул. - Алматы: Казак университеті, 2019. - 203 с.
ISBN 978-601-04-4379-2

Учебное пособие написано на основе лекций, прочитанных автором на механико-математическом факультете КазНУ имени аль-Фараби. В нем приведены сведения из классического вариационного исчисления и методы математического программирования.

Пособие включает лекции, задания для семинаров и самостоятельных работ студентов.

Учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, получающих образование по направлениям «Математика», а также по направлениям естественных наук, техники и технологий, информатики и экономики.

УДК 51:004
ББК 22.1.32.923

ISBN 978-601-04-4379-2

© Иманкул Т.Ш., 2019
© КазНУ имени аль-Фараби, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Основные обозначения	8
1 КЛАСС СРЕСКОЕ ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	12
1. Основные понятия вариационного исчисления	12
1.1. Основные определения и основные леммы	12
1.1.1. Стандартное задание 1. Основные определения вариационного исчисления	20
1.1.2. Историческое задание №1	20
1.1.3. Историческое задание №1	24
2. Вариационные задачи с фиксированными границами	25
2.1. Задача Эйлера. Функционалы от нескольких функций	25
2.1.1. Историческое задание 2. Вариационные задачи с фиксированными границами	29
2.1.2. Историческое задание №2	29
2.1.3. Историческое задание №2	30
2.1.4. Функционалы от функций нескольких переменных. Функционалы от функций нескольких переменных. Канонический вид уравнений Эйлера	32
2.1.5. Историческое задание 3. Уравнение Эйлера - Пуассона.	39
2.1.6. Историческое задание №3	39
2.1.7. Историческое задание №3	40
3. Вариационные задачи с подвижными границами	41
3.1. Задача 1. Задача с подвижными концами. Задача с подвижными границами	41
3.1.1. Историческое задание 4. Условия Вейерштрасса - Дришона.	47
3.1.2. Задача с подвижными границами	47
3.1.3. Историческое задание №4	47
3.1.4. Историческое задание №4	50
4. Задачи на условный экстремум	52
4.1. Задача 5. Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лагранжа. Необходимые условия в невыпуклой задаче	52
4.1.1. Историческое задание 5. Задачи на условный экстремум	59
4.1.2. Историческое задание №5	59
4.1.3. Историческое задание №5	63
5. Достаточные условия экстремума	65
5.1. Задача 6. Сильный экстремум. Квадратичный функционал и теорема прогонки. Условие Якоби	65

Учебное пособие

Иманкул Токтеулин Шайбаулы

**ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

Учебное пособие

Редактор Т. Сулейменова
Компьютерная верстка Г. Калжаной
Дизайн обложки Я. Гурбулова

В информации об издании использованы фотографии с сайта
www.davk.kz ISBN 978-601-04-4378-2

ИД №13256

Издано в количестве 19 000 экз. Формат 20х100 см. Тираж офсетная
Печать офсетная. Объем 100 экз. Заказ №8634.
Издательский дом «Казак университеті»
Классический корпус университета им. аль-Фараби,
050040, г. Алматы, пр. аль-Фараби, 71.

Отпечатано в типографии «Казак университеті»



Учебное пособие написано на основе лекций, прочитанных автором на механико-математическом факультете КазНУ имени аль-Фараби. В нем изложены сведения из классического вариационного исчисления и методы математического программирования.

Пособие включает лекции, задания для семинаров и самостоятельных работ студентов.

Учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, получающих образование по направлению "Математика", а также по направлениям естественных наук, техники и технологий, информатики и экономики.

ISBN 978-601-04-4378-2



www.davk.kz

