ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
AL-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY
КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-фАРАБИ

ІРГЕЛІ МАТЕМАТИКА КАФЕДРАСЫ
FUNDAMENTAL MATHEMATICS DEPARTMENT
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИКА ЖӘНЕ МЕХАНИКА ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУ ИНСТИТУТЫ
SCIENTIFIC RESEARCH INSTITUTE OF MATHEMATICS AND MECHANICS
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Профессор Қ.Ж.Наурызбаевтың 80-жылдығына арналған
«ФУНКЦИЯЛАР ТЕОРИЯСЫ, ФУНКЦИОНАЛДЫҚ АНАЛИЗ
ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ҚОЛДАНЫЛУЛАРЫ»
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ КОНФЕРЕНЦИЯСЫНЫҢ
Е Ң Б Е К Т Е Р І

P R O C E E D I N G S
OF THE INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
«FUNCTION THEORY, FUNCTIONAL ANALYSIS
AND THEIR APPLICATIONS»,
devoted to the 80-year anniversary of professor K.N. Nauryzbaev

Т Р У Д Ы
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»,
посвященная 80-летию профессора К.Ж. Наурызбаева

9-10 желтоқсан 2014 ж., Алматы
December 9-10, 2014, Almaty
9-10 декабря 2014 г., Алматы

($s, a_0, ..., a_n$ – *некоторые определенные постоянные* n – *неотрицательное целое число*) согласно которым должно существовать равенство:

$$-\frac{B}{2k} + \frac{(b+1)(a-2k)}{4k} + \frac{b}{2} \mp \sqrt{\frac{b^2}{4} - C} = n.$$

С учетом k это равенство можно привести к условию (2) и обозначив через α_1 значение α, взятое с тем знаком, для которого удовлетворяется условие (2), находим вид искомого решения уравнения (1):

$$u = e^{sx+\alpha_1 e^x}(a_0 + a_1 e^x + ... + a_n e^{nx})$$

В данной работе нами показано, что этот метод применим и при решении следующих задач:

1. При обобщении этих результатов к уравнениям более высоких порядков с экспоненциальными коэффициентами.
2. При построении решения двух дифференциальных уравнений с экспоненциальными коэффициентами в виде произведения бесселевых функций.
3. Для получения различных произведений экспоненциальных многочленов с помощью классических ортогональных многочленов

$$F_{nm}(x,y) = P_{n-m}(x) \cdot Q_m(y), \qquad n = 0, 1, ...; \ \ m = 0, 1, 2, ..., n.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Латышева К.Я. О решениях в замкнутом виде линейных дифференциальных уравнений с полиномиальными коэффициентами //Доклады АН СССР. Новая серия. 1955. Том 101, №3. С. 405-408.

[2] Латышева К.Я. Нормальные решения линейных дифференциальных уравнений с полиномиальными коэффициентами. Автореф. док. дисс."УМН". 1953. Т.7, вып. 5, (57).

[3] Popov B.S. Acad. Roy. Belgique: Bull. C1. Sci.ser. 5,39, №2, 179 (1953); Рефер. журн. Математика, реферат №1182 (1953)

[4] Латышева К.Я. Об одном результате Б.С. Попова // Доклады Ан СССР. 1954, T.XVCI, №4, с.695-696.

Об одном свойстве "изолированного" решения нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма

Темешева С.М.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби,
Алматы, Казахстан; `nur15@mail.ru`

Рассматривается краевая задача для нелинейного интегро-дифференциального уравнения Фредгольма

$$\frac{dx}{dt} = f_0(t,x) + \int_0^T f_1(t,\xi,x(\xi))d\xi, \qquad t \in (0,T), \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

$$x(0) = x(T), \tag{2}$$

где $f_0 : [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $f_1 : [0,T] \times [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ непрерывны, $\|x\| = \max\limits_{i=1:n} |x_i|$.

В сообщении методом параметризации [1] построены алгоритмы нахождения решения и установлены достаточные условия их сходимости, обеспечивающие разрешимость задачи (1), (2).

Известно, что в нелинейных краевых задачах изолированность решения не только не обеспечивает его непрерывную зависимость от исходных данных, но и не сохраняет свойство разрешимости при малых изменениях $f_0(t,x)$, $f_1(t,\xi,x)$. Например, двухточечная краевая задача

$$\frac{dx}{dt} = x^2 + \int\limits_0^1 x^2(\xi)d\xi, \quad t \in [0,1],$$

$$x(0) = x(1),$$

имеет изолированное решение $x = 0$, однако, задача

$$\frac{dx}{dt} = x^2 + \int\limits_0^1 x^2(\xi)d\xi + \varepsilon, \quad t \in [0,1],$$

$$x(0) = x(1),$$

не имеет решений ни при каком $\varepsilon > 0$.

В этом примере сколь угодно малое изменение правой части интегро-дифференциального уравнения приводит к несуществованию решения краевой задачи. Поэтому рассмотрим изолированное в более узком смысле решение задачи (1), (2).

Следующее определение "изолированного" решения краевых задач с непрерывно дифференцируемыми данными является модификацией определения изолированности из [2].

Определение. Функция $x^*(t)$ называется "изолированным" решением задачи (1), (2), если существует число $\rho_0 > 0$ такое, что функции $f_0(t,x)$ и $f_1(t,\xi,x)$ соответственно в

$$G_0^*(\rho_0) = \{(t,x) : \, t \in [0,T], \, \|x - x^*(t)\| < \rho_0\},$$

$$G_1^*(\rho_0) = \{(t,\xi,x) : \, t \in [0,T], \, \xi \in [0,T], \, \|x - x^*(0)\| < \rho_0\},$$

непрерывны, имеют равномерно непрерывные частные производные $\dfrac{\partial}{\partial x} f_0(t,x)$, $\dfrac{\partial}{\partial x} f_1(t,\xi,x)$ и линеаризованная однородная двухточечная краевая задача

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} f_0(t, x^*(t))y + \int\limits_0^T \frac{\partial}{\partial x} f_1(t,\xi,x^*(t))y(\xi)d\xi, \quad t \in [0,T], \quad y \in R^n,$$

$$y(0) = y(T),$$

имеет только тривиальное решение.

Наряду с периодической краевой задачей для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма (1), (2) рассматривается краевая задача

$$\frac{dx}{dt} = \widetilde{f}_0(t,x) + \int\limits_0^T \widetilde{f}_1(t,\xi,x)d\xi, \quad t \in (0,T), \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{3}$$

$$x(0) = x(T), \tag{4}$$

где $\widetilde{f}_0 : [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $\widetilde{f}_1 : [0,T] \times [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ непрерывны.

В сообщении приводятся достаточные условия, при выполнении которых из существования "изолированного" решения задачи (1), (2) следует существование "изолированного" решения задачи (3), (4).

Установлены оценки разности "изолированных" решений задачи (1), (2) и задачи (3), (4).

Полученные результаты показывают устойчивость "изолированных" решений к малым возмущениям $f_0(t,x)$, $f_1(t,\xi,x)$, что имеет важное значение при построении приближенных и численных нахождения решения задачи (1), (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Джумабаев Д.С., Темешева С.М. Метод параметризации решения нелинейных двухточечных краевых задач // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 2007. Т. 47, No 1. С. 39-63.

[2] Keller H.B., White A.B. Difference methods for boundary value problems in ordinary differential equations. (1975) SIAM J.Numer. Anal. Vol. 12. No 5. pp. 792-802.

Об условиях некорректности смешанных задач для гиперболических систем первого порядка

Темирболат С.Е.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

Реализуются важные моменты методики, разработанные автором, в основе которых лежат неклассические решения вырожденной системы линейных алгебраических уравнений и интегральные преобразования, на задаче растяжение однородного стержня и на первой краевой задаче для системы Максвелла, описывающие волновой процесс, связанный со светом и проходящий в вакууме.

1. Формулировка задачи.

Найти вектор-решение $U \in U_\phi \subseteq C^1(t > 0,\ x > 0,\ y \in R^n,\ n > 1)$ гиперболической системы из N уравнений первого порядка

$$\overline{A}U_t + \overline{B}U_x + (C, \nabla_y U) = 0,\ \ C = (C_1, \ldots, C_n), \tag{1}$$

для которого справедливы однородное начальное

$$U(0,x,y) = 0,\ \ t = 0,\ \ x > 0,\ \ y \in R^n, \tag{2}$$

и неоднородное граничное условия

$$M(t,0,y) = \varphi(t,y),\ \ t > 0,\ \ x = 0,\ y \in R^n;\ \ \varphi \in \phi_\phi \subseteq C(t > 0,\ \ y \in R^n), \tag{3}$$

где U_ϕ и ϕ_ϕ – множества вектор-функции, к которым применимы интегральные преобразования Фурье-Лапласа.

Пусть совокупность корней характеристического уравнения $|\lambda\overline{A} - \overline{B}| = 0$ такова $\Lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_k; -\lambda_{k+1}, \ldots, -\lambda_{k+m}; 0, \ldots, 0;\ \lambda_j > 0)$ т.е. состоит из k – положительных, m – отрицательных, r – нулевых чисел, при этом

$$1 \leq k \leq N,\ \ 0 \leq m,\ \ r < N,\ \ k + m + r = N.$$