

DLA NOTATEK

Wydawca: Sp. z o.o. «Nauka i studia»

Redaktor naczelna: Prof. dr hab. Sławomir Górniak.

Zespół redakcyjny: dr hab. Jerzy Ciborowski (redaktor prowadzący), mgr inż. Piotr Jędrzejczyk, mgr inż. Zofia Przybylski, mgr inż. Dorota Michałowska, mgr inż. Elżbieta Zawadzki, Andrzej Smoluk, Mieczysław Luty, mgr inż. Andrzej Leśniak, Katarzyna Szuszkiewicz.

Redakcja techniczna: Irena Olszewska, Grażyna Klamut.

Dział sprzedaży: Zbigniew Targalski

Adres wydawcy i redakcji:

37-700 Przemyśl, ul. Łukasieńskiego 7

tel (0-16) 678 33 19

e-mail: praha@rusnauka.com

Druk i oprawa:

Sp. z o.o. «Nauka i studia»

Cena 54,90 zł (w tym VAT 22%)

Materiały X Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Naukowa myśl informacyjnej powieki - 2014» Volume 27.
Matematyka. Fizyka.: Przemyśl. Nauka i studia - 80 str.

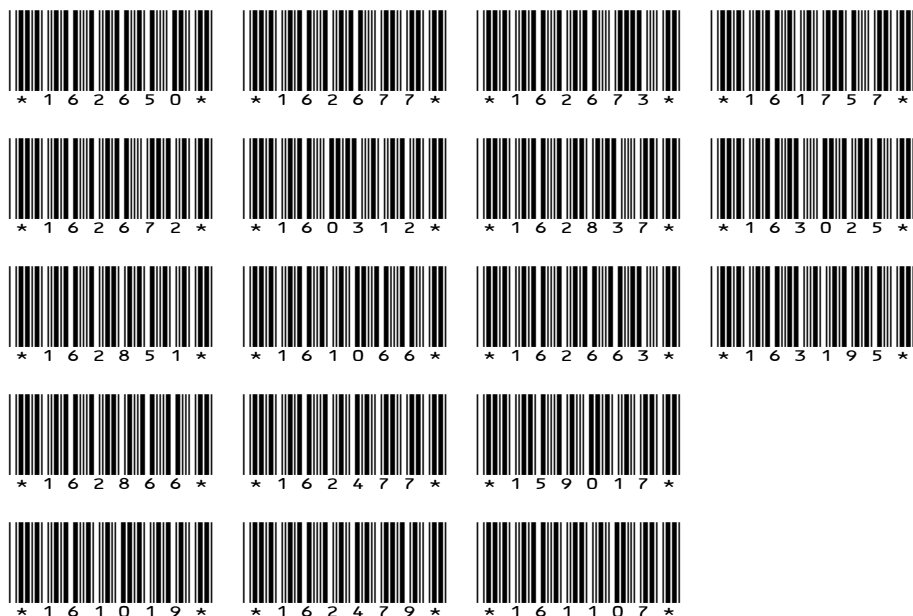
W zbiorze ztrzymają się materiały X Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Naukowa myśl informacyjnej powieki - 2014». 07-15 marca 2014 roku po sekcjach: Matematyka. Fizyka.

Wszelkie prawa zastrzeżone.

Żadna część ani całość tej publikacji nie może być bez zgody

Wydawcy – Wydawnictwa Sp. z o.o. «Nauka i studia» – reprodukowana,

Użyta do innej publikacji.



МАТЕМАТИКА

ДЫФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Жолдыбаев М.Е.

Актюбинский региональный государственный
университет им. К.Жубанова, Казахстан.

ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С НАЧАЛЬНЫМ СКАЧКОМ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

1. Постановка задачи.

Рассмотрим в области $D = \{(t, x) : 0 \leq t \leq 1, \lambda_1(t) \leq x \leq \lambda_2(t)\}$ линейное сингулярно возмущенное дифференциальное уравнение вида:

$$\varepsilon H^2[y] + A(t, x)H[y] + B(t, x)y = f(t, x) \quad (1)$$

удовлетворяющее краевым условиям:

$$y(0, x, \varepsilon) = \pi_0(x), \quad y(1, x, \varepsilon) = \pi_1(x). \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon > 0$ – малый параметр, t, x – независимые переменные, $y = y(t, x, \varepsilon)$ – искомая функция, $A(t, x), B(t, x), f(t, x)$ и $\pi_i(x) (i=0,1)$ функции заданные в области D , а операторы: $H[y] = \frac{\partial y}{\partial t} + Q(t, x)\frac{\partial y}{\partial x}$, $H^2[y] = H[H[y]]$, где функция $Q(t, x)$ также задана в области D .

Предположим, что:

1) функции $A(t, x), B(t, x), f(t, x), Q(t, x)$ и $\pi_i(x) (i=0,1)$ – достаточно гладкие по совокупности аргументов $(t, x) \in D$:

2) $A(t, x) \geq \delta > 0, |\pi_i(x)| \geq \gamma > 0, |Q(t, x)| \geq \gamma > 0$,

где δ, γ – некоторые вещественные числа;

3) функции $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$ являются решениями уравнения характеристики:

$$\frac{dx}{dt} = Q(t, x)$$

соответствующего уравнению (1), и удовлетворяющее начальным условиям

$$\lambda_1(0) = 0, \lambda_2(0) = 1.$$

Цель работы: установить оценки решения $y(t, x, \varepsilon)$ сингулярно [1] возмущенной краевой задачи с начальным скачком (1), (2);

2. Оценка решения. В данном параграфе доказана следующая

Теорема. Если выполнены условия 1)- 2), то для решения $y(t, x, \varepsilon)$ сингулярно возмущенной краевой задачи (1), (2) в области D (вдоль каждой характеристики $x = \varphi(t, x_0)$ для любого $x \in [0, 1]$) справедливы следующие оценки:

$$|y(t, x, \varepsilon)| \leq K \cdot |y(0, x, \varepsilon)| \cdot e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}} + K \cdot |y(1, x, \varepsilon)| + K \cdot \max_{(t, x) \in D} |f(t, x)|, \quad (3)$$

$$|y'_t(t, x, \varepsilon)| \leq \frac{K}{\varepsilon} |y(0, x, \varepsilon)| e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}} + K \left(|y(1, x, \varepsilon)| + \max_{(t, x) \in D} |f(t, x)| \right) \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}} \right),$$

$$|y'_x(t, x, \varepsilon)| \leq \frac{K}{\varepsilon} |y(0, x, \varepsilon)| e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}} + K \left(|y(1, x, \varepsilon)| + \max_{(t, x) \in D} |f(t, x)| \right) \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}} \right),$$

где $K > 0$ и $\delta > 0$ – некоторые постоянные, не зависящие от t и ε .

Доказательство. Действительно, непосредственной проверкой можно убедиться, что решение сингулярно возмущенной краевой задачи (1) и (2) представимо в виде:

$$y(t, x, \varepsilon) = y(0, \varphi, \varepsilon) \frac{z_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)} + y(1, \varphi, \varepsilon) \frac{z_0(t, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)} + \int_0^1 G_\varepsilon(t, x, s) f(s, \varphi) ds, \quad (4)$$

где функции $\varphi = \varphi(t, x_0)$ и $x_0 = \psi(t, x)$.

Способом аналогичным, как в [2] для $\frac{z_0(t, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)}$ и $\frac{z_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)}$ получим в области D (вдоль каждой характеристики $x = \varphi(t, x_0)$ для любого $x \in [0, 1]$) следующие представления:

$$\frac{z_0(t, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)} = e^{\int_0^t \frac{B(\tau, \varphi)}{A(\tau, \varphi)} d\tau} \frac{A(0, \varphi)}{A(t, x)} \cdot e^{\int_0^t \frac{B(\tau, \varphi)}{A(\tau, \varphi)} d\tau + \int_0^1 \frac{B(\tau, \varphi)}{A(\tau, \varphi)} d\tau - \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t A(\tau, \varphi) d\tau} + O(\varepsilon),$$

$$\frac{z_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)} = \left(\frac{A(0, \varphi)}{A(t, x)} \cdot e^{\int_0^t \frac{B(\tau, \varphi)}{A(\tau, \varphi)} d\tau} - \frac{A(0, \varphi)}{A(1, \varphi)} \cdot e^{\int_0^1 \frac{B(\tau, \varphi)}{A(\tau, \varphi)} d\tau + \int_0^t \frac{B(\tau, \varphi)}{A(\tau, \varphi)} d\tau} \right) \times$$

FIZYKA

TEORETYCZNA FIZYKA

Юденков А.В., Володченко А.М., Скородулina Е.Ю. Стохастическая краевая задача Гильберта для бианалитических функций..... 60
Baktybayev K., Dalelkhankyzy A. Steadily steam-shell model and collective excited spherical isotopes of 66
Рудницкий В.Ф., Аманжолова А.Ж. Компьютерное моделирование в физике 67
Панчук И.А., Аманжолова А.Ж. Способы решения физических задач с помощью языка программирования Turbo Pascal 69

ZASTOSOWANIE FIZYCZNYCH METOD W MEDYCYNIE

Dzhimak S.S., Masicheva E.V., Artcibasheva O.M., Barishev M.G., Basov A.A., Kadolich A.A., Kaibichev A.A. Antiradical activity of deuterium depleted water..... 72

ASTROFIZYKA I KOSMICZNE PROMIENIE

Сарсембай А.Т., Сарсембаева А.Т., Белисарова Ф.Б. Анализ вспышки класса М1.4 зарегистрированной 28 января 2011 г..... 75

SPIS

МАТЕМАТИКА

DYFERENCJALNE I INTEGRALNE ZRYWNANIE

Жолдыбаев М.Е. Оценка решений краевой задачи с начальным скачком для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка 3
Даулетбаева Ж.Д. Преобразования Лапласа 6
Городецкий В.В. Нелокальна за часом задача для еволюційних рівнянь з операторами Бесселя нескінченного порядку 9
Мартинюк О.В. Про розв'язність нелокальної за часом двоточкової задачі для еволюційних рівнянь з операторами узагальненого диференціювання 12
Таттибеков К.С. Алгебра Ли-Бэклунда уравнения Шредингера 15

PERSPEKTYWY INFORMACYJNYCH SYSTEMOW

Коноплева И.А., Коноплева В.С., Чигина А.С. Проблемы определения эффективности современных информационных систем на промышленных предприятиях 19

TEORIA PRAWDOPODOBIECSTW I MATEMATYCZNA STATYSTYKIEM

Илипов М.М., Исакова А.С. Вероятностная модель процесса выбора прецедента 24

STOSOWANA MATEMATYKA

Евсеев В.И. Матричное моделирование унарных операций 27
Божанов Е.Т., Сатыбалдиев О.С., Касымбекова М.Т., Сахабаева А.Р., Койшыбаева Ж.Ж., Токбергенов Ж.Б. Движение нефтегазовой смеси по нефтегазовым трубам под действием критической силы - $N_{кр}$, когда форма поперечного сечения трапециевидного типа 39
Колдаев В.Д. Методы формирования признаков изображений 50
Сагдатдинова А.Н. Аффинное преобразование как метод решения геометрических задач 54
Матысик О.В. Неявный метод итераций решения некорректных задач с несамосопряженным приближенным оператором в случае апостериорного выбора параметра регуляризации 56

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t A(\tau, \varphi(\tau, \psi)) d\tau \\ & \times e^{\frac{1}{\varepsilon} t} + O(\varepsilon) \end{aligned} \right\} \cdot e^{-\frac{1}{\varepsilon} t} \int_0^t A(\tau, \varphi(\tau, \psi)) d\tau \tag{5}$$

где функции $\varphi = \varphi(t, x_0)$ и $x_0 = \psi(t, x)$ те же, что и в [3].

Откуда, учитывая что функции $A(t, x), B(t, x) \in C^{(\infty)}(D)$, получаем следующие оценки:

$$\left| \frac{z_0(t, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)} \right| \leq K \left| \frac{z_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)} \right| \leq K \cdot e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}} \tag{6}$$

Из (4), вспоминая оценки (6) и функции типа Грина [2] а также непрерывность функции $f(t, x) \in D$, получим оценки для решения $y(t, x, \varepsilon)$ в (3). Из формулы (4) найдем:

$$y'_t(t, x, \varepsilon) = y(0, \varphi, \varepsilon) \frac{z'_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)} + y(1, \varphi, \varepsilon) \frac{z'_0(t, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)} + \int_0^t G'_{\mathcal{E}t}(t, x, s) f(s, \varphi) ds + \int_t^1 G'_{\mathcal{E}t}(t, x, s) f(s, \varphi) ds.$$

Для функций $\frac{z'_0(t, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)}$ и $\frac{z'_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)}$ на основании формулы (5) в области

D (вдоль каждой характеристики $x = \varphi(t, x_0)$ для любого $x \in [0, 1]$) справедливы следующие представления:

$$\frac{z'_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)} = -\frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(A(0, \varphi) \cdot e^{\int_0^t B(\tau, \varphi(\tau, \psi)) d\tau} + O(\varepsilon) \right) \cdot e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t A(\tau, \varphi) d\tau},$$

$$\frac{z'_0(s, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)} = \frac{1}{\varepsilon} \left(A(0, \varphi) e^{\int_0^t B(\tau, \varphi) d\tau + \int_0^1 B(\tau, \varphi) d\tau} - \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t A(\tau, \varphi) d\tau + O(\varepsilon) \right).$$

Из последних соотношений с учетом условия 1)-2) получаем следующие оценки:

$$\left| \frac{z'_1(t, x, \varepsilon)}{z_1(0, \varphi, \varepsilon)} \right| \leq \frac{K}{\varepsilon} e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}}, \quad \left| \frac{z'_0(s, x, \varepsilon)}{z_0(1, \varphi, \varepsilon)} \right| \leq K + \frac{K}{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\delta t}{\varepsilon}}.$$

Следовательно, учитывая оценки функция типа Грина [2], получим оценки (3) в области D (вдоль каждой характеристики $x = \varphi(t, x_0)$ для любого $x \in [0, 1]$) для частных производных $y'_t(t, x, \varepsilon)$, Теперь вспомнив, что $H[y(t, x, \varepsilon)]$ есть скалярное

произведение векторов $e(t, x) = (1, Q(t, x))$ и $grad y = \left(\frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial x} \right)$, получим

$$H[y(t, x, \varepsilon)] = \|Q(t, x)\| \cdot \|grad y(t, x, \varepsilon)\| \cdot \cos \alpha, \quad (7)$$

$$\text{где } \|e(t, x)\| = \sqrt{1 + Q^2(t, x)}, \quad \|grad y(t, x, \varepsilon)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}, \quad |\cos \alpha| \leq 1.$$

Из (4), учитывая (7), получим оценки (3) в области D (вдоль каждой характеристики $x = \varphi(t, x_0)$ для любого $x \in [0, 1]$) для частных производных $y'_x(t, x, \varepsilon)$. Теорема доказана.

Литература

1. Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.Наука, 1981, 400 с.
2. Касымов К.А. Линейные сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения второго порядка. Алма-Ата: Наука, 1981. 123 с.
3. Тажимуратов И.Т., Жолдыбаев М.Е., Оценки решений сингулярно-возмущенных уравнений в частных производных второго порядка. // Известия НАН РК. 2000, № 3, с. 56-62.

Даулетбаева Ж.Д.

старший преподаватель

Костанайский государственный университет, Казахстан

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Пьер-Симон, маркиз де Лаплас (фр. *Pierre-Simon de Laplace*; 23 марта 1749 – 5 марта 1827) – французский математик, механик, физик и астроном.

Фундаментальными являются его работы по дифференциальным уравнениям, в частности первые общие методы интегрирования уравнений в частных производных (метод каскадов), а также метод производящих функций и так называемое преобразование Лапласа, с особенным успехом применяемое в математике.

Многочисленные задачи электротехники, гидродинамики, механики, теплопроводности, математической физики, радиотехники эффективно решаются преобразованием Лапласа

ASTROFIZYKA I KOSMICZNE PROMIENIE

Сарсембай А.Т., Сарсембаева А.Т., Белисарова Ф.Б.

Казахский Национальный Университет им.Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

АНАЛИЗ ВСПЫШКИ КЛАССА М1.4 ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫЙ 28 ЯНВАРЯ 2011 Г.

Мониторинг солнечных вспышек в режиме реального времени осуществляет Геоостационарный эксплуатационный спутник наблюдения за окружающей средой GOES. Данные о потоках электронов, протонов и рентгеновского излучения ведут спутники слежения GOES 11, GOES 13 и GOES 15 [1]. 28 января на Солнце была зарегистрирована первая вспышка 2011 года. Вспышка произошла в 00:44 UT. Вспышка была зафиксирована в активной области 11149, продолжительность – 19 минут. Всего в этой области Солнца произошло 3 вспышки: две вспышки класса C1.5 и одна вспышка класса M1.4.

Во время этой вспышки спутник GOES 15 зарегистрировал рентгеновскую вспышку класса M1.4. В зависимости от мощности рентгеновского излучения вспышки на Солнце делятся на пять классов: A, B, C, M, X. Мощность солнечной вспышки в диапазоне мягкого рентгеновского излучения от 0,5–4,0⁰ А составила 3,3·10⁻⁶ Вт·м⁻², в диапазоне 1,0–8,0⁰ А мощность потока рентгеновского излучения составила 1,4·10⁻⁵ Вт·м⁻², т.е. данная вспышка относится классу M. Вспышка максимальной интенсивности произошла в 01:03 UT. Регистрация потоков солнечных протонов проводилась спутником GOES 13. В момент вспышки поток солнечных протонов с энергиями 10 МэВ достиг интенсивности 4,8 протона / см²·с·ср; с энергиями 50 МэВ интенсивность достигает 0,5 протона / см²·с·ср; солнечные протоны с энергиями 100 МэВ [2] достигают интенсивности 0,11 протона / см²·с·ср.

Литература:

1. // <http://goes.gsfc.nasa.gov/>
2. <http://www.SolarMonitor.org>.

NMR spectroscopy data gradually declines and reaches a plateau after three weeks of using WMIC LDC.

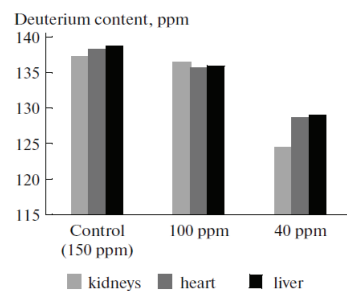


Fig. 3. Deuterium content in lyophilized tissues, according to the mass spectroscopy data after four weeks of consuming WMIC LDC.

The deuterium content in the lyophilized tissues of liver, kidneys, and heart of laboratory animals that drank WMIC LDC for a month is given in Fig. 3. It can be seen from Figs. 2 and 3 are that the deuterium concentration fell to a lower level in plasma and tissues when water with a lower deuterium concentration was consumed. When water with deuterium concentrations of 100 ppm and 40 ppm was consumed, however, the plateau of deuterium concentrations in plasma and organs was reached in three weeks after the first use of WMIC LDC. According to the EPR spectroscopy data, water with a residual deuterium content of 40 ppm reveals faster development of the antioxidative effect during the development of festering inflammatory diseases in laboratory animals. This is related to a sharp increase in the immunity and resistivity of the organism.

CONCLUSIONS

The change in the deuterium content in the plasma and lyophilized tissues of organs of laboratory animals was analyzed on the basis of present day spectroscopy methods. EPR spectroscopy was used to find that, depending on the deuterium concentration in the consumed water, the number of paramagnetic centers in investigated lyophilized tissues of heart, liver, and kidneys in the case of WMIC LDC fell by 24–38%, relative to the control group. This testifies to the considerable effect of small fluctuations in the concentration of deuterium in the surrounding medium on the ability of an organism to adapt.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the RF Ministry of Education and Science Grant nos. 4.1755.2011, 7.369.2011.

REFERENCES

1. Olariu, L., et al., *Lucr ri Stiin ifice Medicin Veterinar*, 2010, vol. 43, no. 2.
2. Baryshev, M.G., et al., *Ekologich. Vestn. Nauchn. Tsentrov ChES*, 2011, no. 3.
3. Baryshev, M.G., et al., *Nauka Kubani*, 2010, no. 3, p. 18.
4. Basov, A.A., RF Patent Application 2011100352/14 (000483) IPC G01N33/48, 2012
5. *Sovremennye metody biofizicheskikh issledovaniy (Modern Methods in Biophysical Researches)*, Rubin, A.B., Ed., Moscow: Vysshaya shkola, 1988.
6. Borovik, E.S., et al., *Lektsii po magnetizmu (Lectures on Magnetism)*, Moscow: Fizmatlit, 2005.
7. Pulatova, M.K., et al., *Elektronnyi paramagnitnyi rezonans v molekulyarnoi radiobiologii (Electron Paramagnetic Resonance in Molecular)*

Преобразование Лапласа – интегральное преобразование, связывающее функцию $F(s)$ комплексного переменного (изображение) с функцией $f(x)$ действительного переменного (оригинала). С его помощью исследуются свойства динамических систем и решаются дифференциальные и интегральные уравнения.

Применение этого метода позволяет решать дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, а также интегро-дифференциальные уравнения типа свёртки.

Одной из особенностей преобразования Лапласа, которые предопределили его широкое распространение в научных и инженерных расчётах, является то, что многим соотношениям и операциям над оригиналами соответствуют более простые соотношения над их изображениями [1].

Функцией-оригиналом мы будем называть любую комплексную функцию $f(t)$ действительного аргумента t , удовлетворяющую следующим условиям:

- 1) Функция $f(t)$ удовлетворяет условию Гёльдера всюду на оси t , кроме отдельных точек, где она имеет разрывы первого рода, причем на каждом конечном интервале таких точек конечное число. Это означает, что для каждого t (кроме указанных исключительных точек) существуют положительные постоянные A , $\alpha \leq 1$ и h_0 такие, что

$$|f(t+h) - f(t)| \leq A|h|^\alpha$$

- 2) $f(t) = 0$ для всех отрицательных t .

- 3) $f(t)$ возрастает не быстрее показательной функции, т. е. существуют такие постоянные $M > 0$, $s_0 > 0$, что для всех t

$$|f(t)| < Me^{s_0 t}$$

Число s_0 назовем показателем роста $f(t)$; для ограниченных оригиналов можно, очевидно, принять $s_0 = 0$.

С точки зрения физических приложений условия 1) и 3) не нуждаются в пояснениях – они, очевидно, выполняются для большинства функций $f(t)$, описывающих физические процессы (t интерпретируется как время). Условие 2) на первый взгляд кажется искусственным. Однако следует иметь в виду, что операционный метод приспособлен к задачам, приводящим к решению дифференциальных уравнений с данными начальными условиями. В таких задачах вся информация о ходе процесса до момента начала наблюдения, за который, конечно, можно принять момент $t = 0$, содержится в начальных условиях. Таким образом, и условие 2) физически вполне естественно.

Изображением функции $f(t)$ (по Лапласу) называют функцию комплексного переменного $p = s + i\sigma$, определяемую соотношением

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$

где интеграл берется по положительной полуоси. Фразу: «функция $f(t)$ имеет своим изображением $F(p)$ » мы будем записывать символами:

$$f(t) \rightarrow F(p),$$

$$F(p) \rightarrow f(t).$$

Смысл этого обозначения: оригиналу f сопоставлено изображение F , а изображение F имеет своим оригиналом f [2].

Пользуясь определением, найти изображение функции

$$f(t) = \sin 3t$$

Решение. Для функции $f(t) = \sin 3t$ имеем $a_0 = 0$. Поэтому изображение $F(p)$ будет определено и аналитическое $\text{Re } p > 0$ в полуплоскости. Применяя к этой функции преобразование Лапласа получим

$$F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} \cdot \sin 3t dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \sin 3t \Big|_{t=0}^{t=+\infty} + \frac{3}{p} \int_0^{+\infty} e^{-pt} \cos 3t dt =$$

$$= \frac{3}{p} \left\{ \frac{1}{p} e^{-pt} \cos 3t \Big|_{t=0}^{t=+\infty} - \frac{3}{p} \int_0^{+\infty} e^{-pt} \sin 3t dt \right\} = \frac{3}{p^2} - \frac{9}{p^2} \int_0^{+\infty} e^{-pt} \sin 3t dt = \frac{3}{p^2} - \frac{9}{p^2} F(p).$$

Получили равенство: $F(p) = \frac{3}{p^2} - \frac{9}{p^2} F(p).$

Оттуда находим $F(p) = \frac{3}{p^2 + 9}.$

Таким образом, справедливо следующее соответствие: $\sin 3t \leftrightarrow \frac{3}{p^2 + 9}$

Итак, применение методов, использующих преобразование Лапласа нашло широкое применение в решении различных задач электротехники, гидродинамики, механики, теплопроводности, радиотехники.

Литература:

- 1 Труфанова Т.В. Интегральное преобразование Лапласа и Фурье: Учебное пособие / Т.В. Труфанова, Е.М. Салмашова. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2006.
- 2 Владимиров В.С. Уравнение математической физики – Москва «Наука», 1981.

using an isotope mass spectrometer. EPR spectra were registered in the X band at room temperature on a JES FA spectrometer 300 (JEOL, Japan). Water with reduced deuterium content was obtained on a setup designed at Kuban' State University [3]. The initial deuterium concentration in the water was 40 ppm. The deuterium concentration in biological liquids was determined on a JNM_ECA 400MHz pulse NMR spectrometer (JEOL). The isotope composition of lyophilized organs of laboratory animals was determined on a DELTA plus mass spectrometer (Finnigan, Germany).

Three groups of rats (20 in each group) were used in our experiment. The first was the control group, in which rats drank distilled mineralized water. In the second, the rats drank distilled mineralized water with a deuterium content of 40 ppm. In the third, the rats drank distilled mineralized water with a deuterium content of 100 ppm. Once a week for three weeks, two-rats from each group were euthanized to determine the deuterium content in the blood plasma. Three weeks from the beginning of the experiment, oxidative stress was stimulated by simulating a festering wound in the rats, using a two stage model of oxidative stress. Four weeks from the beginning of the experiment, the rest rats were euthanized; their organs were lyophilized in an

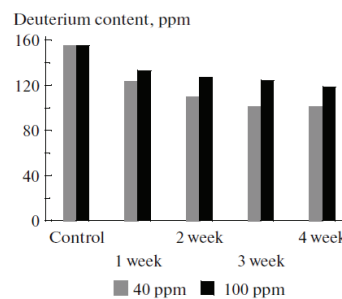


Fig. 2. Dynamics of the change in deuterium content in the blood plasma of laboratory animals.

LS_1000 lyophilic dryer, and the paramagnetic center and deuterium contents were determined on an EPR spectrometer and a mass spectrometer, respectively.

RESULTS AND DISCUSSION

EPR spectra from lyophilized heart samples of laboratory animals are presented in Fig. 1. They contain an anisotropic singlet signal, the spin Hamiltonian parameters of which ($g_{\perp} = 2.0074$, $g_{\parallel} = 2.003$) correspond to stable radicals [7].

The EPR spectra of the liver and kidney samples were of a similar nature. A pronounced antioxidative effect in the rats that drank water with a residual deuterium content of 40 ppm was observed as early as the first week. In lyophilized organs (liver, kidneys, heart), the number of paramagnetic centers (according to the EPR data) fell by approximately 32–38%, relative to the control group. This indicates a slowdown in the reduction of the free radical numbers and confirms the favorable effect of light water on the organism of animals. At the same time, a less pronounced antioxidative effect was observed in rats that drank water with a residual deuterium content of 100 ppm: in lyophilized organs (liver, kidneys, heart), the number of paramagnetic centers (according to the EPR data) fell by approximately 24–27%, relative to the control group.

The dynamics of the change in the deuterium content during the experiment in the blood plasma of laboratory animals consuming water with residual deuterium contents of 40 and 100 ppm is shown in Fig. 2. It can be seen from in the figure that the deuterium content in the blood plasma of laboratory animals according to the

ZASTOSOWANIE FIZYCZNYCH METOD W MEDYCYNIE

Dzhimak S.S., Masicheva E.V., Artcibasheva O.M., Barishev M.G.,
Basov A.A.¹, Kadolich A.A., Kaibichev A.A.

Kuban State University, Krasnodar, Russia

¹Kuban State Medical University Minzdravsotsrazvitiya, Krasnodar, Russia

ANTIRADICAL ACTIVITY OF DEUTERIUM DEPLETED WATER

Electron paramagnetic resonance (EPR) is widely used to solve a number of physicochemical problems. It is also the main method for studying paramagnetic particles in biological systems. Free radicals are paramagnetic particles of biological importance. They help to regulate many intracellular processes, including immune mechanisms, the neutralization of xenobiotics, apoptosis, and the metabolism of biologically active compounds. One promising foodstuff for adjusting the antioxidant potential of an organism is water with modified isotope composition (WMIC), e.g., water with a reduced deuterium content [1, 2].

Substituting ordinary water for heavy lowers the electrical conductivity of electrolyte solutions due mainly to an increase in viscosity and thus a reduction in ion mobility. Heavy water mainly affects the active properties of an excitable membrane. The presence of deuterium in biological systems leads to changes in the structure and properties of DNA and proteins. At a 30% substitution of ordinary water for heavy, the life processes of microorganisms stop and mammals (e.g., laboratory rats) die [3, 4].

In the plasma of human and animal blood, the deuterium content slightly exceeds its content in drinking water and is 140–160 ppm, depending on the habitat. Water with modified isotope composition and a lowered deuterium content (WMIC LDC) supposedly allows us to perform preventive maintenance and correct oxidative stress, and thus to control the formation of free radicals in an organism [5, 6]. The aim of this study was to study the effect of the quantitative deuterium content in the

blood plasma and organs of laboratory animals on the intensity of free radical oxidation by NMR, EPR, and mass spectrometry under the physiological conditions and in inflammatory processes.

One of the most convenient methods for measuring the deuterium composition of blood plasma is NMR spectroscopy. However, this method does not allow us to measure the deuterium content in the tissues of laboratory animal organs. This problem was solved

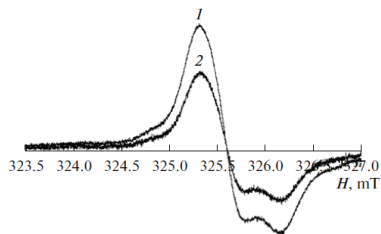


Fig. 1. EPR spectra of lyophilized heart tissues of laboratory rats of the (1) control and (2) probe group that drank 40 ppm WMIC LDC after four weeks.

Д.ф.-м.н. Городецький В. В.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна

НЕЛОКАЛЬНА ЗА ЧАСОМ ЗАДАЧА ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ З ОПЕРАТОРАМИ БЕССЕЛЯ НЕСКІНЧЕННОГО ПОРЯДКУ

Предметом досліджень багатьох вітчизняних та зарубіжних математиків є еволюційні рівняння з псевдодиференціальними операторами, побудованими за допомогою певних інтегральних перетворень за певними функціями (символами). До таких операторів відносяться і оператори вигляду $A = F_{B_{\sigma \rightarrow x}}^{-1} [a(t, x, \sigma) F_{B_{x \rightarrow \sigma}}]$, породжені перетвореннями Бесселя F_B та F_B^{-1} . Якщо символ a є цілою функцією аргументу σ , то рівняння $\frac{\partial u}{\partial t} + Au = 0$ із вказаним оператором A містять сингулярні диференціальні рівняння (тобто рівняння, серед коефіцієнтів яких є такі, що необмежені в деякій області), зокрема, рівняння з оператором Бесселя $B_\nu = d^2/dx^2 + (2\nu + 1)x^{-1}d/dx$, $\nu > -1/2$, який має у своїй структурі вираз $1/x$ і формально зображається у вигляді $B_\nu = F_B^{-1}[-\sigma^2 F_B]$. Якщо $a(t, x, \sigma) = P(t, x, \sigma)$, де P – поліном змінної σ при фіксованих t, x , що задовольняє певну умову «параболічності», то таке рівняння відноситься до B -параболічних рівнянь, введених М. І. Матійчуком та В. В. Крехівським в [1]. Такі рівняння вироджуються на межі області й за внутрішніми властивостями вони близькі до рівномірно параболічних рівнянь.

Еволюційні рівняння з оператором

$$\varphi(B_\nu) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{2k}(t) (-B_\nu)^k, \quad \varphi(t, \sigma) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{2k}(t) \sigma^{2k}$$

який надалі називатимемо оператором Бесселя нескінченного порядку, досліджували О. В. Мартинюк, С. С. Дрінь та В. В. Городецький [2-4]. З'ясовано, що такий оператор можна розуміти як псевдодиференціальний оператор вигляду $F_B^{-1}[\varphi(t, \sigma) F_B]$, якщо функція-символ $\varphi(t, \sigma)$ є цілою функцією за змінною σ . Встановлено коректну розв'язність задачі Коші для еволюційного рівняння з оператором $\varphi(B_\nu)$ у випадку, коли початкова функція є аналітичним функціоналом із простору типу W' . На теперішній час актуальним є дослідження нелокальних багаточислових задач для еволюційних рівнянь з операторами Бесселя нескінченного порядку з граничними умовами у тих чи інших функціональних

просторах, зокрема, у просторах узагальнених функцій (встановлення їх коректної розв'язності, побудова та властивості розв'язків тощо).

Нелокальні задачі виникають при описі всіх коректних задач для конкретного оператора, при побудові загальної теорії крайових задач. Крім того, багато прикладних задач моделюються крайовими задачами для рівнянь з частинними похідними з нелокальними умовами (теорія фізики плазми, ядерних реакцій, вологопереносу, коливання різних систем, поширення електромагнітних хвиль, демографічні дослідження, тощо).

Розглянемо еволюційне рівняння

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = \varphi(B_\nu)u(t, x), \quad (t, x) \in (0, T] \times \mathbb{R}_+ \equiv Q_+, \quad (1)$$

де $\varphi(B_\nu)$ – оператор Бесселя нескінченного порядку, побудований за символом $\varphi(\sigma)$, який, як функція σ , допускає аналітичне продовження у всю комплексну площину. Для рівняння (1) поставимо задачу: знайти розв'язок цього рівняння, який задовольняє умову:

$$\mu u(t, \cdot)|_{t=0} - \sum_{k=1}^m \mu_k u(t, \cdot)|_{t=t_k} = \psi, \quad \psi \in S, \quad (2)$$

(S – простір Л. Шварца швидко спадних на нескінченності функцій), $m \geq 2$, $\{\mu, \mu_1, \dots, \mu_m\} \subset (0, +\infty)$, $\{t_1, \dots, t_m\} \subset (0, T]$ – фіксовані числа, при цьому вважаємо, що $\mu > \sum_{k=1}^m \mu_k$, $t_1 < t_2 < \dots < t_m \leq T$. Класичний розв'язок $u \in C^1((0, T], S)$ задачі (1), (2) шукаємо за допомогою перетворення Бесселя. У результаті отримаємо, що розв'язок такої задачі, яку надалі називатимемо *нелокальною багатоточковою за часом задачею* для рівняння (1), зображається формулою

$$u(t, x) = \int_0^{T_x^\xi} G(t, x) \psi(\xi) \xi^{2\nu+1} d\xi \equiv G(t, x) * \psi(x),$$

де T_x^ξ – оператор узагальненого зсуву аргументу, що відповідає оператору Бесселя [5],

$$G(t, x) := F_{B_\nu}^{-1}[Q(t, \sigma)], \quad Q(t, \sigma) = \exp\{t\varphi(\sigma)\} \left(\mu - \sum_{k=1}^m \mu_k \exp\{t_k\varphi(\sigma)\} \right)^{-1}.$$

При фіксованому $t \in (0, T]$ функція $Q(t, \sigma)$ є елементом простору S ; $Q(t, \sigma)$, $t \in (0, T]$, як абстрактна функція параметра t із значеннями в просторі S , диференційовна по t , і в просторі S' – просторі, топологічно спряженому до S , справджується граничне співвідношення

Окно, отображающее результаты работы программы, изображено в соответствии с рисунком 2.

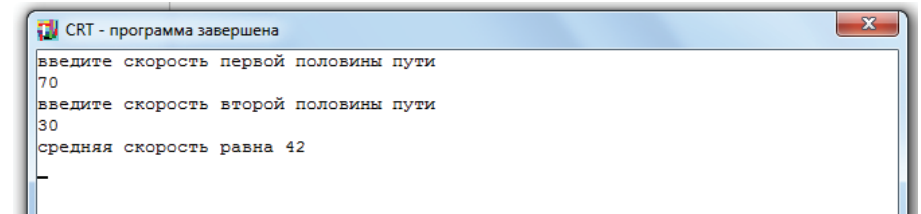


Рисунок 2. Окно результата работы программы.

Следуя решению данной задачи, можно предложить в качестве домашнего задания решить следующие задачи:

✓ Катер прошел первую половину пути со средней скоростью в 2 раза большей, чем вторую. Средняя *скорость* на всем пути составила 4 км/ч. Каковы скорости катера на первой и второй половинах пути?

✓ Автомобиль, двигаясь равномерно со скоростью $v_1 = 45$ км/ч, в течение времени $t_1 = 10$ с, прошел такой же путь, какой автобус, движущийся в том же направлении, за время $t_2 = 15$ с. Какова их относительная скорость?

Для решения физических задач на уроках информатики, так же существует возможность использования любого другого изучаемого в школе языка программирования.

Литература:

1. Физика. 9 класс. Учебник. *Фадеева А.А., Засов А.В., Киселев Д.Ф.* 2-е изд., доп. и перераб. – М.: 2009. – 224 с.
2. Петросян, В.Г., Перепеча, И.Р., Дымов, Р.М., Петросян, Л.В. Решение физических задач курса общей физики на ЭВМ [Текст] / В.Г.Петросян, И.Р. Перепеча, Р.М. Дымов, Л.В. Петросян // Тезисы докладов международной конференции ФССО – 95. – Петрозаводск, 1995. – С. 42 – 43. (0,2 п.л., авторских – 0,1 п.л. – 50 %).

рость при равномерном прямолинейном движении, равна отношению всего пройденного пути ко всему затраченному времени.

$$\langle v \rangle = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{S/2}{v_1} + \frac{S/2}{v_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}, \text{ т. е. } \langle v \rangle = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Подставляя значения скорости, в формулу средней скорости, имеем, что средняя скорость равна 42 км/ч.

$$\langle v \rangle = \frac{2 * 70 * 30}{70 + 30} = 42 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

После этого анализа можно приступать к написанию программы. Входными параметрами в программе будут являться значения скорости первой половины пути и второй половины пути, и здесь учащиеся должны догадаться, что нужно использовать две переменные. Третью переменную можно использовать по желанию: или поместить в неё результат расчета; или же поместить формулу расчета непосредственно в операторе writeln. Далее нужно реализовать интерфейс программы. Простейшим способом реализация интерфейса будет подсказка пользователю программы о том, что необходимо ввести значения параметров задачи. После получения программой всех необходимых данных следует перейти к расчетной формуле и организации вывода результата. Исходный код программы представлен в соответствии с рисунком 1.

```

Pascal ABC
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Помощь
•Program1.pas
Program skorost;
Uses crt;
Var
V1,V2:integer;
Med_speed:real;
Begin
  Clrscr;
  Writeln('введите скорость первой половины пути');
  Readln(V1);
  Writeln('введите скорость второй половины пути');
  Readln(V2);
  Med_speed:=2*(V1*V2)/(v1+v2);
  Writeln('средняя скорость равна ', med_speed);
  Readkey;
End.
    
```

Рисунок 1. Исходный код программы.

$$\mu \lim_{t \rightarrow +0} G(t, \cdot) - \sum_{k=1}^m \mu_k \lim_{t \rightarrow t_k} G(t, \cdot) = \delta$$

(тут δ – дельта-функція Дірака). Правильним є наступне твердження.

Лема. Нехай $\omega(t, x) = (\psi * G)(t, x)$, $\psi \in S'$. Тоді в просторі S' справджується граничне співвідношення

$$\mu \lim_{t \rightarrow +0} \omega(t, \cdot) - \sum_{k=1}^m \mu_k \lim_{t \rightarrow t_k} \omega(t, \cdot) = \psi$$

З леми випливає, що для рівняння (1) багатоточкову за часом задачу можна ставити так: знайти розв'язок $u \in C^1((0, T], S)$ рівняння (1), який задовольняє умову

$$\mu \lim_{t \rightarrow +0} u(t, \cdot) - \sum_{k=1}^m \mu_k \lim_{t \rightarrow t_k} u(t, \cdot) = \psi, \quad \psi \in S' \quad (3)$$

де $\mu, \mu_1, \dots, \mu_m > 0$, $\mu > \sum_{k=1}^m \mu_k$, $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m \leq T$ (границі розглядаються у просторі S').

Теорема. Задача (1), (3) є коректно розв'язною; розв'язок подається у вигляді згортки

$$u(t, x) = \psi * G(t, x), \quad \psi \in S',$$

при цьому $u(t, \cdot) \in S$, $t \in (0, T]$.

Література:

1. Крехивский В. В. Фундаментальные решение и задача Коши для линейных параболических систем с оператором Бесселя / В. В. Крехивский, М. И. Магийчук // Докл. АН СССР. – 1968. – Т.181, №6. – С. 1320-1323.
2. Городецкий В. В. Операторы Бесселя нескінченного порядка та їх застосування / В. В. Городецкий, О. В. Мартинюк // Доп. НАН України. – 2003. – №6. – С. 7-12.
3. Мартинюк О. В. Задача Коші для еволюційних рівнянь з оператором Бесселя нескінченного порядка / О. В. Мартинюк // Науковий вісник Чернівецького університету: зб. наук. праць. Вип. 134. Математика. – Чернівці: Рута, 2002. – С. 71-83.
4. Городецкий В. В. Задача Коші для еволюційних сингулярних рівнянь нескінченного порядку / В. В. Городецкий, С. С. Дрінь // Доп. НАН України. – 2003. – №11. – С. 12-17.
5. Левитан Б. И. Разложение по функциям Бесселя в ряды и интегралы Фурье / Б. И. Левитан // Успехи мат. наук. – 1951. – Т.6, Вып. 2. – С. 102-143.

К.ф.-м.н. Мартинюк О. В.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна

ПРО РОЗВ'ЯЗНІСТЬ НЕЛОКАЛЬНОЇ ЗА ЧАСОМ ДВОТЧКОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ З ОПЕРАТОРАМИ УЗАГАЛЬНЕНОГО ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

При дослідженні проблеми про класи єдиності та класи коректності задач Коші для рівнянь з частинними похідними використовуються простори типу S – простори S_α^β , $\{\alpha, \beta\} \subset (0, 1)$, введені І. М. Гельфандом та Г. Є. Шиловим в [1], а також простори типу W , введені Б. Л. Гуревичем [2] (див. також [3]), в яких для характеристики поведінки функцій на нескінченності замість степеневих використовуються опуклі функції. Топологія вказаних просторів відмінна від топології простору A_∞ однозначних і цілих в \mathbb{C} функцій (A_∞ не є нормованим простором, але в той же час A_∞ – простір Фреше), функції з таких просторів на дійсній осі разом з усіма своїми похідними при $|x| \rightarrow \infty$ спадають швидше, ніж $\exp\{-a|x|\}$, $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$.

У [4] досліджені простори $S_{l_k}^{m_n}$, які будуються за певними послідовностями $\{m_n, n \in \mathbb{Z}_+\}$ та $\{l_k, k \in \mathbb{Z}_+\}$ і котрі є узагальненнями просторів S_α^β , що будуються за послідовностями $m_n = n^{n\beta}$, $l_k = k^{k\alpha}$, $\beta > 0$, $\alpha > 0$, $\{n, k\} \subset \mathbb{Z}_+$ [5]. У цій роботі встановлюється розв'язність нелокальної за часом двотчкової задачі для еволюційних рівнянь з операторами узагальненого диференціювання в просторах $S_{l_k}^{m_n}$.

Нехай $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ – ціла функція, коефіцієнти $\{a_k, k \in \mathbb{Z}_+\}$ якої задовольняють умову

$$\exists \alpha > 0 \exists L > 1 \forall k \geq m: |a_k/a_{k+m}| \leq \alpha L^{k+m} \quad (m \in \mathbb{N} - \text{фіксоване}).$$

Визначимо оператор узагальненого диференціювання Гельфонда-Леонтєва в просторі $S_{m_k}^{m_n}$ за формулою $D^m(F, \varphi)(z) = \sum_{k=m}^{\infty} b_k \frac{a_{k-m}}{a_k} z^{k-m}$, де $z = x \in \mathbb{R}$, $\varphi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k x^k$ – довільна функція з простору $S_{m_k}^{m_n}$. Так визначений оператор $D^m(F, \cdot)$ для довільно фіксованого $m \in \mathbb{N}$ неперервно відображає простір $S_{m_k}^{m_n}$ в себе [4].

После завершения создания проекта мы можем использовать его на уроках физики, для изучения курса основные положения МКТ.

Благодеяя программе macromedia flash так же можно моделировать следующие явления:

- Второй закон Ньютона
- Превращение механической энергии
- Импульс тела
- Закон Квлона

Для создания компьютерной модели необходимо иметь простейшие умения и навыки работы в графических редакторах и принципы работы в программе macromedia flash.

Литература:

1. Физика. 7 класс. Учебник. Перышкин А.В., Гутник Е.М.
2. Информатика. 10 класс. Хлобыстов И. Ю., Цветков М. С.

Панчук И.А., Аманжолова А.Ж.

Северо-Казахстанский Государственный университетим. М.Козыбаева,
Казахстан

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ TURBO PASCAL.

В школьной программе к завершению 9 класса ученики имеют знания и навыки практически за весь базовый курс физики и информатики. Поэтому у учеников не должно вызывать особого труда составление простой программы на языке Паскаль для решения задачи из любого пройденного раздела физики. Решение задачи на ЭВМ включает в себя несколько этапов: постановка задачи, ее математическая формулировка, выбор метода решения, разработка алгоритма, составление программы, отладка и решение задачи.

Можно предложить ученикам решить следующую задачу: Первую половину пути автомобиль проехал со средней скоростью $v_1 = 70$ км/ч, а вторую – со средней скоростью $v_2 = 30$ км/ч. Определить среднюю скорость автомобиля на всем пути.

Прежде чем приступать к составлению программы для решения задачи, необходимо вначале решить эту задачи «классическим» способом, т.е. на бумаге. Начиная анализ решения задачи, необходимо обратить внимание на то, что первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 70 км/ч и затратил время равно $t_1 = \frac{S/2}{v_1}$, вторую половину пути автомобиль проехал со скоростью

30 км/ч и затратил время равно $t_2 = \frac{S/2}{v_2}$. По определению, средняя ско-

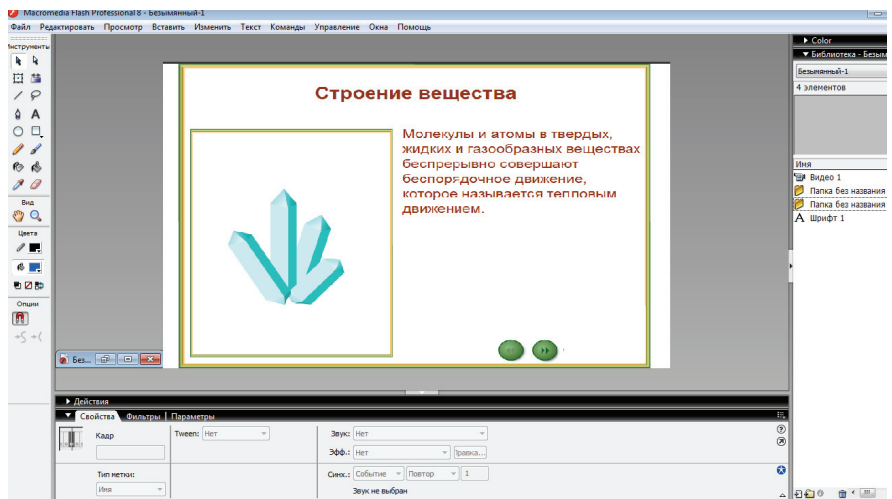


Рисунок 1. Рабочее окно программы macromedia flash

После создания листов проекта соединяем их между собой и прописываем свойство кнопок для навигации между листами. Для получения конечного продукта прописываем траекторию движения атомов и молекул в твердых телах, жидкостях и газах. После чего сохраняем проект в формате .SWF.

После запуска проекта мы можем наблюдать хаотичное движение частиц в соответствии с рисунком 2.



Рисунок 2. Лист проекта, строения газа.

Нехай $g(z) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m z^m$, $z \in \mathbb{C}$, – деяка ціла функція. Говоритимемо, що в просторі $S_{m_k}^{m_n}$ задано оператор узагальненого диференціювання Гельфонда-Леонтєва нескінченного порядку $g(D(F, \cdot)) \equiv \sum_{m=0}^{\infty} c_m D^m(F, \cdot)$, якщо для довільної основної функції $\varphi \in S_{m_k}^{m_n}$ ряд

$$g(D(F, \varphi))(x) := \sum_{m=0}^{\infty} c_m D^m(F, \varphi)(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

зображає деяку функцію з простору $S_{m_k}^{m_n}$.

Якщо ціла функція g задовольняє умову

$$\exists a, b, c > 0 \forall z = x + iy \in \mathbb{C}: |g(z)| \leq c \rho(ax) \rho(by),$$

де $\rho(\lambda) = \begin{cases} 1, & |\lambda| < 1, \\ \sup_{n \in \mathbb{Z}_+} \frac{|\lambda|^n}{m_n}, & |\lambda| \geq 1, \end{cases}$ то в просторі $S_{m_k}^{m_n}$ визначений оператор

$A_g := g(D(F, \cdot))$, який неперервно відображає $S_{m_k}^{m_n}$ в $S_{m_k}^{m_n}$ [4].

Символом B позначимо оператор узагальненого диференціювання Гельфонда-Леонтєва $D^p(F, \cdot)$, $p \geq 1$ – фіксоване. Для еволюційного рівняння

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Bu, \quad (t, x) \in [0, T] \times \mathbb{R} \equiv \Omega, \quad (1)$$

розглянемо нелокальну двоточкову за часом задачу

$$\mu_1 u(t, \cdot)|_{t=0} - \mu_2 u(t, \cdot)|_{t=T} = \varphi, \quad \varphi \in S_{m_k}^{m_n}, \quad (2)$$

де $T \in (0, +\infty)$, $\{\mu_1, \mu_2\} \subset (0, \infty)$ – фіксовані числа, $\mu_1 > \mu_2$.

Під розв'язком задачі (1), (2) розуміємо функцію $u(t, x)$, диференційовну по t , яка при кожному $t \in [0, T]$ належить простору $S_{m_k}^{m_n}$ і задовольняє рівняння

(1); умову (2) $u(t, \cdot)$ задовольняє в тому сенсі, що

$$\mu_1 \lim_{t \rightarrow +0} u(t, \cdot) - \mu_2 \lim_{t \rightarrow T-0} u(t, \cdot) = \varphi,$$

де границі розглядаються в просторі $S_{m_k}^{m_n}$; при цьому u неперервно залежить від φ .

Доведемо, що функція, яка зображається рядом $\sum_{n=0}^{\infty} \mu^{-n} e^{nTB} \varphi := \psi$, є елементом простору $S_{m_k}^{m_n}$. Відомо, що $e^{nTB} \varphi \in S_{m_k}^{m_n}$ при кожному фіксованому $n \in \mathbb{Z}_+$ [4]; при цьому справджуються нерівності

$$|e^{nTB} \varphi(z)| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(nT)^k}{k!} |(B^k \varphi)(z)| = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(nT)^k}{k!} |D^{k+p}(F, \varphi)(z)| \leq$$

$$\leq c_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(nT)^k}{k!} \left(\frac{\beta_1}{\nu_{k+p}} \right)^{k+p} \gamma(a_1 x) \rho(b_1 y) \leq$$

$$\leq \tilde{c}_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(nT)^k}{k!} \left(\frac{\beta_1}{\nu_k} \right)^k \gamma(a_1 x) \rho(b_1 y), \quad z = x + iy \in \mathbb{C}, \gamma = 1/\rho,$$

де сталі $a_1, b_1, \beta_1 > 0$ не залежать від $k, p, \tilde{c}_0 = c_0 \left(\frac{\beta_1}{\nu_p} \right)^p$, послідовність

$\{\nu_k, k \in \mathbb{Z}_+\}$ монотонно зростає (ν_k – розв’язок рівняння $y\mu(y) = k, k \in \mathbb{N}, \mu(y) = \rho'(y)/\rho(y)$ [4]). Тоді

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(nT)^k}{k!} \left(\frac{\beta_1}{\nu_k} \right)^k \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(n\alpha)^k}{k!} = e^{n\alpha} = (e^\alpha)^n, \quad \alpha = \frac{\beta_1 T}{\nu_1}.$$

Отже,

$$|e^{nTB} \varphi(z)| \leq \tilde{c}_0 (e^\alpha)^n \gamma(a_1 x) \rho(b_1 y)$$

і

$$|\psi(z)| \leq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|e^{nTB} \varphi(z)|}{\mu^n} \leq \tilde{c}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^\alpha}{\mu} \right)^n \gamma(a_1 x) \rho(b_1 y).$$

За умови $\mu > e^\alpha$ правильною є нерівність

$$|\psi(z)| \leq c_1 \gamma(a_1 x) \rho(b_1 y), \quad c_1 = \tilde{c}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^\alpha}{\mu} \right)^n < \infty.$$

Звідси вже дістаємо, що $\psi(z) \in S_{m_k}^{m_n}(\mathbb{C})$. Отже, $\psi(x)$ є елементом простору $S_{m_k}^{m_n}$.

Із результатів, наведених у [4], випливає, що функція

$$u(t, x) = \mu_2^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \mu^{-(n+1)} e^{(t+nT)B} \varphi(x) = \mu_1^{-1} e^{tB} \psi(x)$$

задовольняє рівняння (1). Доведемо, що ця функція задовольняє також граничну умову (2) у вказаному розумінні.

Функція $[0, T] \ni t \rightarrow e^{tB} \psi, \psi \in S_{m_k}^{m_n}$, як абстрактна функція параметра t із значеннями в просторі $S_{m_k}^{m_n}$ диференційовна [4], а отже, і неперервна в кожній точці $t \in [0, T]$. Отже, граничні співвідношення $\lim_{t \rightarrow +0} e^{tB} \psi = \psi, \lim_{t \rightarrow T-0} e^{tB} \psi = e^{TB} \psi$ справджуються в просторі $S_{m_k}^{m_n}$. Тоді для $\mu_1 > \mu_2 e^\alpha$ мають місце співвідношення

$$\mu_1 \lim_{t \rightarrow +0} \mu_1^{-1} e^{tB} \psi - \mu_2 \lim_{t \rightarrow T-0} \mu_1^{-1} e^{tB} \psi = \psi - \frac{\mu_2}{\mu_1} e^{TB} \psi =$$

Рудницький В.Ф., Аманжолова А.Ж.

Северо-Казахстанский Государственный университет им. М. Козыбаева,
Казахстан

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКЕ

В школьной программе при представлении физических явлений возникает проблема наглядности, с помощью которой учащиеся более качественно усваивают учебный материал. Физические явления, которые нельзя представить в реальных условиях, можно заменить flash анимациями, поскольку при помощи программы macromedia flash как учитель, так и учащиеся могут воссоздать практически любой физической процесс. Для моделирования физических задач и явлений на ЭВМ необходимо: знать математическую формулировку задачи, выбрать способ решения задачи, знать характеристики моделируемого объекта.

При помощи flash анимации учащимся можно представить наглядное строение вещества, а так же что происходит с веществом при переходе из одного агрегатного состояния в другое.

Прежде всего необходимо сказать что молекулы и атомы в твердых, жидких и газообразных веществах совершают беспорядочное движение, которое называется тепловым движением. Так же что в твердых телах они совершают хаотические колебания вблизи положений равновесия в кристаллической решетке. В жидкости также колеблются около положений равновесия, но при этом они могут самопроизвольно перескакивать из одного положения равновесия в другое. А в газах расстояние между молекулами значительно больше размеров самих молекул. Между двумя соударениями друг с другом и со стенкой сосуда молекулы газа движутся по прямолинейной траектории.

Завершив анализ явления можно приступить к созданию компьютерной модели состояния вещества в программе macromedia flash. Проект будет разделен на 4 главы:

- Определение строения вещества
- Строение твердых тел
- Строение жидкостей
- Строение газа

Окно проекта в программе macromedia flash представлено в соответствии с рисунком 1.

4. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. – М.: «Мир», 2003. – 406 с.

5. Юденков А.В., Володченков А.М. Основные задачи теории упругости тел с прямолинейной анизотропией в стохастической теории потенциала // Ученые записки: электронный научный журнал Курского государственного университета. 2013. № 2 (26) [Сайт]. URL: <http://scientific-notes.ru/pdf/030-002.pdf>

Baktybayev K., Dalelkhankyzy A.

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

STEADILY STEAM-SHELL MODEL AND COLLECTIVE EXCITED SPHERICAL ISOTOPES OF Pd

It was recently proposed nucleon -pair of shell model [1, 2] with realistic nucleon pairs sd groups as building blocks models. To describe the low- energy collective states of nuclei through a spherical model of a shell had cut a giant space to simply sd – pair subspace. This idea prompted the success of interacting boson models (IBM), which has successfully described the low excitation states of nuclei as sd – bosons in them. It has been shown that the fermion -pair shell model can be made an exact diagonalization of the Hamiltonian in a truncated space without using the method of displaying half-phenomenological fermion operators in the boson.

In this paper, we applied the nucleon – a shell model steam to even spherical isotopes. At the same time we tried to take into account the effect of splitting the single-particle levels of nucleons. It is known that one-partial term in the Hamiltonian is displayed regardless of the nucleons in the mean field and it prevents the collectivization of nucleons in the nuclear structure.

Were calculated probabilities of electromagnetic spectrum and E2 transitions between states of nuclei^{102,104,106,108 Pd}. The values obtained are compared with experimental data and their analysis, thereby also given fermion IBM rationale for spherical nuclei average atomic mass.

References:

1. Y.A. Luo, I.Q. Chen // Shell model calculation in the S-D subspace. Phys. Rev. C58 (1998) P. 589-592.

2. Y.M. Zhao, N. Yoshinaga, S. Ysmaji, J.Q. Chen, A. Arima // Nucleon-pair approximation of the shell model: Unified formalism for both odd and even systems. Phys. Rev. C62, 014304 (2000).

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=0}^{\infty} \mu^{-n} e^{nTB} \varphi - \sum_{n=0}^{\infty} \mu^{-(n+1)} e^{(T+nT)B} \varphi = \\ &= (\varphi + \mu^{-1} e^{TB} \varphi + \mu^{-2} e^{2TB} \varphi + \dots) - (\mu^{-1} e^{TB} \varphi + \mu^{-2} e^{2TB} \varphi + \dots) = \varphi. \end{aligned}$$

Цим доведено, що функція $u(t, x) = \mu_1^{-1} e^{tB} \psi(x)$ задовольняє умову (2) у вказаному розумінні.

Отже, справедливе таке твердження.

Теорема. Якщо $\mu = \mu_1/\mu_2 > e^\alpha$, де $\alpha = \frac{\beta_1}{v_1} T$, то двоточкова задача (1), (2)

розв'язна в просторі $S_{m_k}^{m_n}$; розв'язок цієї задачі дається формулою

$$u(t, x) = \mu_2^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \mu^{-(n+1)} e^{(t+nT)B} \varphi(x) = \mu_2^{-1} e^{tB} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \mu^{-(n+1)} e^{nTB} \varphi(x) \right).$$

Література:

1. Гельфанд И. М. Пространства основных и обобщенных функций / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилев. – М.: Физматгиз, 1958. – 307 с.

2. Гуревич Б. Л. Некоторые пространства основных и обобщенных функций и проблема Коши для конечно-разностных схем / Б. Л. Гуревич // Докл. АН СССР. – 1954. – Т. 99, № 6. – С. 893-896.

3. Гельфанд И. М. Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилев. – М.: Физматгиз, 1958. – 274 с.

4. Мартинюк О. В. Двоточковая за часом задача для еволюційних рівнянь з операторами узагальненого диференціювання / О. В. Мартинюк // Диференціальні рівняння і суміжні питання аналізу. Зб. праць Інституту математики НАН України. – 2013. – Т. 10, №2. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2013. – С. 235-247.

5. Горбачук В. И. Граничные значения решений дифференциально-операторных уравнений / В. И. Горбачук, М. Л. Горбачук. – К.: Наук. думка, 1984. – 283 с.

Таттибеков К.С.

Таразский государственный педагогический институт, Казахстан

АЛГЕБРА ЛИ-БЭКЛУНДА УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Выявление симметрии нелинейных моделей вызывает особый интерес, поскольку служит одним из немногих способов исследования их точных свойств. Один из способов интегрирования связан с вычислением алгебры Ли-Бэклунда, включающий в себя множество высших симметрий уравнения. Этот подход позволяет систематически находить частные решения, причем высшие симмет-

рии связаны с решениями солитонного типа [1,2]. В этой работе построены группы симметрии уравнений OSP(2/1)-S3.

Так в работах [3,4] были построены Z_2 - градуированное суперобобщение нелинейного уравнения Шредингера OSP(2/1) – S3:

$$\begin{aligned} i q_t + q_{xx} - 2r^2 q^2 - 4q \beta \varepsilon - 4\varepsilon \varepsilon_x &= 0, \\ i r_t - r_{xx} + 2qr^2 + 4r\beta\varepsilon - 4\beta\beta_x &= 0, \\ i\varepsilon_t + 2\varepsilon_{xx} + 2q\beta_x + q_x\beta - \varepsilon r q &= 0, \\ i\beta_t - 2\beta_{xx} - 2r\varepsilon_x - r_x\varepsilon + \beta r q &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\alpha(q) = \alpha(r) = 0, \alpha(\beta) = \alpha(\varepsilon) = 1, \alpha$ – функция четности, т.е. $q(x, t), r(x, t)$ – коммутирующие, $\beta(x, t), \varepsilon(x, t)$ – антикоммутирующие искомые функции.

При групповом анализе произвольная эволюционная система

$$u_t = F(u, u_x, u_{xx}, \dots), \quad (2)$$

и ее различные дифференциальные следствия рассматриваются как бесконечное многообразие [F] в пространстве переменных

$$x, t, u, u_1 \equiv u_x, u_2 \equiv u_{xx}, \dots$$

Условие инвариантности многообразия [F] по отношению группы преобразований записывается в виде определяющего уравнения [34]

$$\frac{\partial G}{\partial t} = G \frac{\partial F}{\partial u} + D(G) \frac{\partial F}{\partial u_1} + \dots + D^m(G) \frac{\partial F}{\partial u_m}, \quad (3)$$

где $\frac{\partial}{\partial t}, D$ – операторы полного дифференцирования по t и x соответственно, $\frac{\partial}{\partial x} G$ – вычисляется с помощью уравнений (2). Решения определяющего уравнения (3) образуют алгебру Ли-Бэклунда допускаемой системой (2).

Определяющие уравнения для операторов Ли-Бэклунда

$$X = \varphi \frac{\partial}{\partial q} + \psi \frac{\partial}{\partial r} + \delta \frac{\partial}{\partial \varepsilon} + \gamma \frac{\partial}{\partial \beta} + \dots,$$

допускаемой системой OSP(2/1)-S3 (1) имеет вид (4):

$$\begin{aligned} (iD_t + D^2 - 4rq + 4\varepsilon\beta)\varphi - 2q^2\psi + (-4q\beta + 4\varepsilon_x - 4\varepsilon D)\delta + 4q\varepsilon\gamma &= 0, \\ (-iD_t + D^2 - 4qr + 4\varepsilon\beta)\psi - 2r^2\varphi + (4r\varepsilon - 4\beta_x + 4\beta D)\gamma + 4q\varepsilon\delta &= 0, \\ (iD_t + 2D^2 - rq)\delta + (2\beta_x + \beta D - \varepsilon r)\varphi + (2qD + q_x)\gamma - \varepsilon q\psi &= 0, \\ (-iD_t + 2D^2 - rq)\gamma + (2\varepsilon_x + \varepsilon D - \beta q)\psi + (2rD + r_x)\delta - \beta r\varphi &= 0. \end{aligned}$$

$$U_k(x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{m,n}^k \cdot x^m \cdot y^n \quad (18)$$

$$\text{Здесь } C_{m,n}^k = \left. \frac{\partial^{m+n} U_k}{\partial x^m \partial y^n} \right|_{x=0, y=0}$$

Условия (17) будут равносильны следующим условиям

$$\left. \frac{\partial^{m+n} U_k}{\partial x^m \partial y^n} \right|_{x=0, y=0} = 0, (0 \leq m+n \leq x_k) \quad (19)$$

или

$$\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n} \left(M \begin{pmatrix} c_k(z_{t_d}) \\ p_k(z_{t_d}) \end{pmatrix} \right) = 0 \quad (20)$$

Случай, когда индексы краевых коэффициентов имеют разные знаки можно исследовать аналогично.

Сформулируем итоговый результат.

Теорема. Стохастическая задача Гильберта для бианалитических функций на окружности сводится к решению двух стохастических задач Дирихле для определения регуляризирующих множителей и двух независимых стохастических задач Дирихле для определения искомых аналитических компонент.

Число линейно независимых решений однородной задачи l и число условий разрешимости неоднородной задачи ν связаны с индексами краевых коэффициентов соотношением

$$l - \nu = Jnd(a_1 - ib_1) + Jnd(a_2 - ib_2), \quad (21)$$

т.е. стохастическая задача Гильберта для бианалитических функций является нётеровой.

Схема решения стохастической задачи Гильберта для бианалитических функций не меняется, если область D , отображается на внутренность единичного круга рациональными функциями.

Литература:

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977, 640 с.
2. Дынкин Е.Б. Основание теории марковских процессов. – М. ФИЗМАТЛИТ, 1959, 226 с.
3. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1966, 511 с.

Здесь $C_k^* = c_k / p_k$ ($k=1,2$).

Искомые X-аналитические функции найдем по формулам

$$\varphi_1(z) = \frac{\Phi_1(z) - \Phi_2(z)}{2}, \quad (13)$$

$$\varphi_0'(z) = \Phi_1'(z) - \frac{1}{z} \varphi_1'(z) - \varphi_1(z)$$

Пусть теперь $x_k = \text{Jnd}(a_k + ib_k) > 0$. В этом случае аналитические функции $\frac{\Phi_k(z)}{\chi_k(z)}$ имеют в начале координат полюс порядка x_k . В этом случае

$$\Phi_k(z) = [S_k(z) + Q_k(z)] \chi_k(z) \quad (14)$$

Здесь $Q_k(z) = \sum_{k=1}^{x_k} (c_k z^k - \bar{c}_k z^{-k})$; c_1, \dots, c_{x_k} – произвольные комплексные постоянные.

Пусть $x_k < 0$. В этом случае стохастическая задача Гильберта для X-бианалитических функций безусловно разрешима в том, случае, если допустить, что искомые аналитические компоненты имеют в начале координат полюсы определенных порядков.

Разложим функцию $S_k(z)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$.

$$S_k(z) = S_k(0) + \frac{S_k'(0)}{1!} z + \dots + \frac{S_k^{(n)}(0)}{n!} z^n + \dots \quad (15)$$

Для разрешимости задачи Гильберта необходимо и достаточно выполнения условий

$$S_k(0) = 0, \quad S_k'(0) = 0, \quad S_k^{(x_k)}(0) = 0 \quad (16)$$

Положим

$$\begin{aligned} S_k^{(j)}(0) &= c_k^j + id_k^j, \\ c_k^j &= 0 \quad (j=1, \dots, x_k) \\ b_k^j &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Действительная часть функции $S_k(z)$ является гармонической функцией. Значит, она представима рядом Тейлора

Решение определяющего уравнения (3) вида $G(x, t, u, u_1, \dots, u_m)$ назовем решением m – порядка и обозначим через $G^{(m)}$. Мы будем рассматривать решение определяющих уравнений (2.6) явно независимых от x, t .

ЛЕММА. Решение порядка m уравнений (4) имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi^{(m)} &= a q_m + \varphi', & \psi^{(m)} &= b r_m + \psi', \\ \delta^{(m)} &= c \varepsilon_m + \delta', & \gamma^{(m)} &= d \beta_m + \gamma'. \end{aligned} \quad (5)$$

где a, b, c, d – постоянные числа, функций $\varphi', \psi', \delta', \gamma'$ – зависят от $(q, r, \varepsilon, \beta, \dots, q_{m-1}, r_{m-1}, \varepsilon_{m-1}, \beta_{m-1})$.

Доказательство. Подстановка функций $\varphi^{(m)}, \psi^{(m)}, \delta^{(m)}, \gamma^{(m)}$ зависящих от q, r, ε, β и их производных по x до m – го порядка включительно в первое уравнение (4) дает

$$\begin{aligned} (iD_x + D^2 - 4rq + 4\varepsilon\beta)\varphi^{(m)} - 2q^2\psi^{(m)} + (-4q\beta + 4\varepsilon_x - 4\varepsilon D)\delta^{(m)} + \\ + 4q\varepsilon\gamma^{(m)} = 2r_{m+2}\varphi_{r_m} + \varepsilon_{m+2}\varphi_{\varepsilon_m} - 3\beta_{m+2}\varphi_{\beta_m} + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

где многоточием отмечены слагаемые меньшего порядка. Отсюда следует, что должно быть

$$\varphi_{r_m} = 0, \quad \varphi_{\varepsilon_m} = 0, \quad \varphi_{\beta_m} = 0. \quad (7)$$

С учетом последнего, уравнение (6) переписывается так

$$\begin{aligned} (iD_x + D^2 - 4rq + 4\varepsilon\beta)\varphi^{(m)} - 2q^2\psi^{(m)} + (-4q\beta + 4\varepsilon_x - 4\varepsilon D)\delta^{(m)} + \\ + 4q\varepsilon\gamma^{(m)} = 2D\varphi_{q_m} q_{m+1} + h^{(m)}. \end{aligned}$$

Следовательно, $D\varphi_{q_m} = 0$, т.е. $\varphi_{q_m} = const$. (8)

Тогда, из (7),(8) следует справедливость первого равенства в (5).

Аналогично поступая со всеми остальными определяющими уравнениями (4), окончательно убеждаемся в справедливости леммы.

Используя указанную в доказательстве леммы схему найдем решения определяющих уравнений первых нескольких порядков;

$$0) \varphi^{(0)} = q, \quad \psi^{(0)} = -r, \quad \delta^{(0)} = \varepsilon/2, \quad \gamma^{(0)} = -\beta/2.$$

$$1) \varphi^{(1)} = q_x, \quad \psi^{(1)} = r_x, \quad \delta^{(1)} = \varepsilon_x, \quad \gamma^{(1)} = \beta_x$$

$$2) \varphi^{(2)} = q_{xx} - 2q^2 r - 4q\beta\varepsilon - 4\varepsilon\varepsilon_x,$$

$$\psi^{(2)} = -r_{xx} + 2r^2 q + 4r\beta\varepsilon - 4\beta\beta_x,$$

$$\delta^{(2)} = 2\varepsilon_{xx} + 2q\beta_x + q_x\beta - r q \varepsilon,$$

$$\gamma^{(2)} = -2\beta_{xx} - 2r\varepsilon_x - r_x\varepsilon + \beta r q, \text{ и т.д.}$$

Нетрудно показать, что по шаговое уточнение алгебры (2.7) для любого m приведет к справедливости следующих равенств

$$\varphi^{(m)} = q_m + \dots, \quad \psi^{(m)} = (-1)^{m-1} r_m + \dots,$$

$$\delta^{(m)} = \gamma^{m-1} \varepsilon_m + \dots, \quad \gamma^{(m)} = (-\gamma)^{m-1} \beta_m + \dots, m = 1, 2, \dots,$$

где многоточием отмечены слагаемые меньшего порядка, представляющие собой сумму однородных многочленов относительно q, r, β, ε и их производных по x до порядка $m - 1, m \geq 2$.

ТЕОРЕМА. Алгебра Ли – Бэклунда системы нелинейных уравнений OSP(2/1)-S3 коммутативна, ее элементы порядка $m \geq 1$ вычисляются по рекуррентным формулам

$$\begin{aligned} \varphi^{(k+1)} &= D\varphi^{(k)} - 2qD^{-1}(r\varphi^{(k)} + q\psi^{(k)} + 2\beta\delta^{(k)} + 2\gamma^{(k)}\varepsilon) - 4\varepsilon\delta^{(k)}, \\ \psi^{(k+1)} &= -D\psi^{(k)} - 2rD^{-1}(r\varphi^{(k)} + q\psi^{(k)} + 2\beta\delta^{(k)} + 2\gamma^{(k)}\varepsilon) - 4\beta\gamma^{(k)}, \\ \delta^{(k+1)} &= 2D\delta^{(k)} - \varepsilon D^{-1}(r\varphi^{(k)} + q\psi^{(k)} + 2\beta\delta^{(k)} + 2\gamma^{(k)}\varepsilon) + 2q\gamma^{(k)} + \\ &+ \beta\varphi^{(k)}, \\ \gamma^{(k+1)} &= -2D\gamma^{(k)} + \beta D^{-1}(r\varphi^{(k)} + q\psi^{(k)} + 2\beta\delta^{(k)} + 2\gamma^{(k)}\varepsilon) - 2r\delta^{(k)} - \\ &- \varepsilon\psi^{(k)}, \end{aligned}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, \text{ причём } \varphi^{(0)} = q, \psi^{(0)} = -r, \delta^{(0)} = \frac{\varepsilon}{2}, \gamma^{(0)} = -\frac{\beta}{\alpha}.$$

Доказательство. Умножение в алгебре Ли-Бэклунда определим по формуле $[x, y] = x \cdot y - (-1)^{\alpha(x)\alpha(y)} y \cdot x$, где $\alpha(x)$ - функция четности. Тогда доказательство коммутативности построенной алгебры сводится к установлению следующих равенств

$$\begin{aligned} X^{(k)}(\varphi^{(1)}) - X^{(1)}(\varphi^{(k)}) &= 0, & X^{(k)}(\psi^{(1)}) - X^{(1)}(\psi^{(k)}) &= 0, \\ X^{(k)}(\delta^{(1)}) - X^{(1)}(\delta^{(k)}) &= 0, & X^{(k)}(\gamma^{(1)}) - X^{(1)}(\gamma^{(k)}) &= 0, \end{aligned}$$

для операторов Ли-Бэклунда

$$X^{(k)} = \varphi^{(k)} \frac{\partial}{\partial q} + \psi^{(k)} \frac{\partial}{\partial r} + \delta^{(k)} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} + \gamma^{(k)} \frac{\partial}{\partial \beta} + \dots, \quad l, k = 0, 1, 2, \dots$$

Справедливость последних равенств устанавливается непосредственной проверкой.

Отметим, что в бозонном случае ($\varepsilon = \beta = 0$) полное описание алгебры Ли-Бэклунда проведено в [5].

Литература:

1. GurseesM., Qquz O. A super Soliton Connection /Lett.Math.Phys., 1986, v.11, №3, p.235-246.
2. Жибер А.В. Уравнения n – волн и система нелинейных уравнений Шредингера /ТМФ, 1982, т.52, №3, с.405-413.
3. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.:Наука, 1983.
4. Kulish P.P. Quantum OSP-invariant nonlinear Schrodinger equations /Lett. Math. Phys.,1985, v.10, p.87-93.
5. Олвер П. Приложение групп Ли к дифференциальным уравнениям. Пер.с англ. -М.:Мир, 1989, -639 с.

Второе условие (7) представляет собой стохастическую задачу Дирихле для аналитических (гармонических) функций. Существование и единственность регуляризирующего множителя обеспечивается единственностью и существованием решения стохастической задачи Дирихле для гармонических функций.

Перейдем к решению стохастической задачи Гильберта для бианалитических функций.

Воспользуемся тем, что на окружности выполняется условие

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \tag{8}$$

Введем вспомогательные аналитические функции

$$\Phi_1(z) = \varphi'_0(z) + z^{-1}\varphi'_1(z) + \varphi_1(z), \tag{9}$$

$$\Phi_2(z) = \varphi'_0(z) + z^{-1}\varphi'_1(z) - \varphi_1(z)$$

Перепишем краевые условия (6) в следующем виде

$$\text{Re}[(a_1 - ib_1)\Phi_1] = C_1(\sigma_{\tau_D}), \tag{10}$$

$$\text{Re}[(a_2 - ib_2)\Phi_2] = C_2(\sigma_{\tau_D}).$$

Пусть p_k – регуляризирующие множители функций $a_k - ib_k$. Преобразуем уравнение (10)

$$\text{Re} \left[\frac{\Phi_1(\sigma_{\tau_D})}{x_1(\sigma_{\tau_D})} \right] = \frac{c_1(\sigma_{\tau_D})}{p_1(\sigma_{\tau_D})}, \tag{11}$$

$$\text{Re} \left[\frac{\Phi_2(\sigma_{\tau_D})}{x_2(\sigma_{\tau_D})} \right] = \frac{c_2(\sigma_{\tau_D})}{p_2(\sigma_{\tau_D})}.$$

Краевые условия (11) представляют собой стохастические задачи Дирихле. Решение задач дается формулами [4].

$$\Phi_1(z) = \chi_1(z)(M(C^*_1(z_{\tau_D})) + i(\int_0^z -\frac{\partial M(C^*_1)}{\partial y} dx + \frac{\partial M(C^*_1)}{\partial x} dy))) = \chi_1(z)S_1(z), \tag{12}$$

$$\Phi_2(z) = \chi_2(z)(M(C^*_2(z_{\tau_D})) + i(\int_0^z -\frac{\partial M(C^*_2)}{\partial y} dx + \frac{\partial M(C^*_2)}{\partial x} dy))) = \chi_2(z)S_2(z).$$

Лемма 2. Пусть $g(\sigma)$ – ограниченная измеримая функция на границе Γ области D .

Тогда функция $U(x, y) = M[g(z_{\tau_D})]$, $z \in Z$ является гармонической.

Рассмотрим задачу Гильберта в стохастической постановке, ограничившись случаем круговой области.

Требуется найти X – бианалитическую функцию $F(z) = u(x, y) - iv(x, y)$ по краевому условию на единичной окружности L , ограничивающей круговую область D .

$$\begin{aligned} a_1(\sigma_{\tau_D}) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + b_1(\sigma_{\tau_D}) \frac{\partial v}{\partial x} &= c_1(\sigma_{\tau_D}), \\ a_2(\sigma_{\tau_D}) \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + b_2(\sigma_{\tau_D}) \frac{\partial v}{\partial y} &= c_2(\sigma_{\tau_D}). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь τ_D – первый момент выхода двумерного броуновского процесса из области D , $c_k(\sigma)$ ($k=1,2$) – действительные функции, заданные на контуре L , удовлетворяющие условиям Гильберта вместе со своими производными; a_k, b_k – действительные функции удовлетворяющие условию Гельдера вместе с производными до (3-к) порядка включительно.

Граничные условия (5) выполняются почти наверное.

Учитывая, что

$$F(z) = \varphi_0(z) + z\overline{\varphi_1(z)}$$

краевые условия (5) можно привести к следующему виду

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[(a_1(\sigma_{\tau_D}) - ib_2(\sigma_{\tau_D}))(\varphi'_0 + \overline{\sigma_{\tau_D}}\varphi'_1 + \varphi_1)] &= c_1(\sigma_{\tau_D}), \\ \operatorname{Re}[(a_2(\sigma_{\tau_D}) - ib_2(\sigma_{\tau_D}))(\varphi'_0 + \overline{\sigma_{\tau_D}}\varphi'_1 - \varphi_1)] &= c_2(\sigma_{\tau_D}). \end{aligned} \quad (6)$$

Сведем стохастическую задачу Гильберта для бианалитических функций к четырем стохастическим задачам Дирихле для X -аналитических функций.

Найдем регуляризирующие множители для задачи (6). Для этого решим следующую вспомогательную задачу

$$P_k = \frac{|\sigma_{\tau_D}|^{x_k} e^{-v_k}}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}}, \quad (7)$$

$$v_k = \operatorname{arctg} \frac{b_k}{a_k} - x_k \arg \sigma_{\tau_D},$$

где $x_k = \operatorname{Jnd}(a_k + ib_k)$.

PERSPEKTYWY INFORMACYJNYCH SYSTEMÓW

К.т.н. Коноплева И.А., к.э.н. Коноплева В.С., Чигина А.С.
Северный (Арктический) федеральный университет, Россия

ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

Динамичное ускоренное развитие промышленных предприятий страны требует расширения объема и состава информации, которую необходимо перерабатывать для поиска и принятия оптимальных управленческих решений. При этом возрастание объемов перерабатываемой информации ведет ко все большему усложнению руководства производством.

В промышленности информация охватывает четыре основные группы объектов: сведения о конечном продукте, его составе и качестве, данные о методах производства, расчетная (плановая) и фактическая информация о количестве конечных продуктов, т.е. объеме и номенклатуре продукции, сведения о планируемых и фактических затратах на производство. Существуют также и другие данные, к которым можно отнести сведения о бракованной продукции, поступлении материалов и отгрузке готовых изделий, запасах, об обеспеченности производства и о наличии заделов, рекламаций и т.д. Однако вся эта информация может быть по своему содержанию отнесена к указанным группам.

Данные по всем четырем группам проходят через каждый уровень управления предприятием. На каждом уровне аппарат управления передает нижестоящим работникам всю техническую и плановую информацию и оперативные распоряжения, получая обратно соответствующие отчетные данные и фактические сведения, на основании которых руководство предприятием вносит необходимые уточнения и корректировки в указания, передаваемые управляемой системе. Это относится и к процессу обмена информацией не только внутри предприятия, но и с внешней средой – партнерами по бизнесу, кредитной системой, государственными органами и т.д.

В зависимости от производственных условий требуется информация различной степени точности, подробности и периодичности получения. Например, в условиях массового и крупносерийного производства технологические процессы необходимо разрабатывать по каждой операции и переходу с установленным режимом обработки и расчетных норм времени. В единичном и мелкосерийном производстве достаточно маршрутной технологии с укрупненными нормами времени. Соответственно этому производство планируется и учитывается по показателям с различной степенью укрупнения. Для эффективного кон-

троля ходы производства руководителям оперативного уровня нужна информация о состоянии работ по каждой операции, руководителям среднего звена требуется в большинстве случаев подетальная информация, а руководителям предприятия необходимы более укрупненные сведения и данные о выпуске готовых изделий и узлов. Внешние же контрагенты должны получать общие сведения о предприятии, его финансовом состоянии и т.д.

При периодичности поступления информации должна иметься возможность оперативного вмешательства в ход производства каждым уровнем управления. При этом, путем последовательного анализа промежуточной и исходной информации должны быть убраны излишние данные и оставлены только те, которые действительно необходимы руководителям для выработки и принятия оптимальных управленческих решений. В настоящее время решение таких задач математически описаны и реализованы посредством организации современных информационных систем. Однако критерии эффективности сложных информационных систем до сих пор четко не разработаны. Отсутствуют также показатели, по которым должны производиться сопоставление различных вариантов обработки и определение величин, характеризующих эффективность исследуемых методов. В этих условиях весьма актуальным становится определение показателя, который бы отражал все стороны эффективности информационных систем.

Проведенные исследования показали, что наиболее характерные черты информационных систем выражаются совокупностью критериев, к которым можно отнести массовость, сложность алгоритма, взаимосвязи данных и т.д. На основе данных критериев может быть осуществлен выбор организации информационной технологии на конкретном экономическом объекте. Таким образом, исходя из указанных критериев, производится разработка принципов и методов оценки экономической эффективности информационных систем.

Необходимо отметить, что с внедрением автоматизированных информационных систем (АИС) в управление производственным предприятием экономические показатели работы фирмы значительно улучшаются. Прежде всего, в связи, например, с сокращением штатов, размеров помещения для обработки и хранения информации, снижена себестоимость единицы обрабатываемой информации. Если объем инженерно-управленческих работ увеличивается, то может возрасти и их общая стоимость, но в то же время себестоимость обработки единицы информации уменьшается. Кроме того, с внедрением АИС обеспечивается получение более точных и своевременных данных, значительно сокращаются сроки обработки информации. Кроме того, следует учитывать и тот факт, что руководителю приходится принимать управленческие решения в условиях неполноты и неопределенности информации. С внедрением информационных систем решения будут больше основываться на фактах, полученных в ходе автоматизированной обработки данных, а выработка окончательного решения всегда останется за менеджером.

постановки и методов решения задачи Гильберта таким образом, чтобы с ее помощью можно было определять случайные бианалитические функции.

В работе предлагается выразить решение задачи Гильберта для бианалитических функций в терминах броуновского движения. Этот подход соединяет теорию краевых задач для бианалитических функций с вероятностной теорией потенциала [2].

Сформулируем понятие X – бианалитических функций.

Определение 1. Функция $F(z) = U(x, y) + iV(x, y) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z)$ в области D ограниченной контуром Γ называется X- бианалитической, если для всех $z \in D$ и всех открытых множеств W, для которых $\bar{W} \in D$, аналитические компоненты $\varphi_0(z)$ и $\varphi_1(z)$ представимы в следующем виде

$$\varphi_k(z) = U_k(x, y) + iV_k(x, y) = M(U_k(Y_{\tau_w}, Y_{\tau_w})) + iM(V_k(X_{\tau_w}, Y_{\tau_w})) = M(\varphi_k(z_{\tau_w})), k=0,1 \quad (3)$$

Здесь $M(f)$ – математическое ожидание случайной функции, τ_w – момент первого выхода двумерного броуновского процесса из множества w. Функции U_k и V_k связаны между собой соотношения Коши-Римана.

Лемма 1. Пусть F – X- бианалитическая функция в области D плоскости комплексного переменного z, A – характеристический оператор, тогда

$$A^2 F = 0. \quad (4)$$

Обратно, если $F \in C^2(D)$ и $A^2 F = 0$ в D, то функция F является X- бианалитической.

Доказательство.

Применим дважды к функции $F(z) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z)$ характеристический оператор.

$$AF = \lim_{w \rightarrow z} \frac{M(F(z_{\tau_w})) - F(z)}{M(\tau_w)} = \varphi_1'(z)$$

$$A^2 F = \lim_{w \rightarrow z} \frac{M(\varphi_1'(z_{\tau_w})) - \varphi_1'(z)}{M(\tau_w)} = \Delta \varphi_1'(z) = 0$$

Для доказательства обратного утверждения воспользуемся формулой Дынкина.

$$M(F(z_{\tau_w})) = \varphi_0(z) + \lim_{k \rightarrow \infty} M \left(\int_0^{\tau_w \wedge k} (A\varphi_0)(z_s) ds \right) + \bar{z} \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} M \left(\int_0^{\tau_w \wedge k} (A\varphi_1)(z_s) ds + \varphi_1(z) \right) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z)$$

Для дальнейших исследований понадобится следующее утверждение (см [4] стр. 216).

FIZYKA

TEORETYCZNA FIZYKA

Д.ф.-м. н., профессор Юденков А.В.¹,к.ф.-м. н. Володченков А.М.²,к.ф.-м. н. Скородулина Е.Ю.²¹ ФГБОУ ВПО «Смоленская ГСХА», Россия² ФГБОУ ВПО «Смоленский филиал РГТЭУ», РоссияСТОХАСТИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ГИЛЬБЕРТА
ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Дадим классическую постановку краевой задачи Гильберта для бианалитических функций [1].

Пусть D односвязная область, ограниченная контуром Γ . Требуется найти бианалитическую в области D функцию

$$F(z) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z) \quad (1)$$

по краевым условиям

$$\operatorname{Re} \left[(a_k(\sigma) - ib_k(\sigma)) \frac{\partial F(\sigma)}{\partial x^{2-k} \partial y^{k-1}} \right] = C_k(\sigma), \quad \sigma \in \Gamma \quad (2)$$

Здесь $\varphi_k (k=1,2)$ – аналитические компоненты; a_k, b_k, c_k – заданные на контуре Γ действительные функции. Будем считать, что выполнены условия нормировки

$$a_k^2 + b_k^2 = 1$$

Классическая задача Гильберта для бианалитических функций была рассмотрена в работах В.С.Рогожина, М.П.Ганина, К.М. Расулова. Достаточно полно основные методы решения задачи (2) и ее обобщений приведены в работе [5].

Задача Гильберта для бианалитических функций (2) моделирует напряженное состояние упругого изотропного тела в случае, когда нагрузки, форма тела, упругие характеристики могут быть представлены детерминированными функциями [3]. Однако, во многих практических задачах указанные параметры носят случайный характер. Поэтому актуальной научной задачей является изменение

Важной задачей эффективного функционирования АИС является организация оптимальных потоков информации. Существует несколько видов таких потоков: информация обрабатывается без задержки – поточно; информация временно сохраняется и обрабатывается в заранее оговоренные сроки; информация накапливается, группируется, например, путем сортировки, и обрабатывается пакетно.

Выбранный способ обработки информационных потоков влияет на организацию информационной технологии на предприятии, выбор программного обеспечения и т.д. При организации АИС необходимо также учитывать объем затрат на получение и обработку информации. Некоторые виды затрат могут быть полностью отнесены к определенному проекту или к обработке информации в целом. Такие затраты сходны с прямыми материальными расходами и трудовыми издержками производства (амортизация оборудования, оплата помещения, расходы на снабжение и т.п.). Они определяются пропорционально прямым затратам.

В зависимости от содержания все совокупные показатели эффективности можно разделить на три основные группы: стоимостные, натуральные и качественные. При этом одни из них характеризуют экономию тех или иных затрат, получаемую в результате применения средств вычислительной техники и организации АИС, другие характеризуют положительное влияние АИС на производственно-финансовую деятельность предприятия, выражающееся в улучшении ряда показателей этой деятельности.

Стоимостные показатели эффективности АИС определяют полученные или рассчитанные суммы годовой экономии. Основным стоимостным показателем эффективности является общая сумма экономии, полученная от внедрения АИС. Сумма сокращения затрат на содержание управленческого персонала в расчете на одного работающего является производным показателем. На основании стоимостных показателей эффективности определяется коэффициент общей экономической эффективности капитальных вложений, срок окупаемости капитальных вложений и т.д.

Натуральные показатели эффективности АИС выражаются в основном количественными показателями. Они характеризуют: экономию рабочего времени, выраженную числом высвобожденных работников управления предприятием и их фондом оплаты труда, рост производительности труда определенных групп управленческого персонала и т.д.

Кроме того, в условиях современного динамичного производства сокращаются потери производства, к которым можно отнести прямые потери ресурсов (материалов, рабочего времени, непроизводственных затрат на содержание оборудования), потери от недоиспользования основных производственных фондов (простоя станков и оборудования, нерационального использования зданий и помещений), превышение нормативного уровня нормируемых обо-

ротных средств (завышение объема незавершенного производства, излишние запасы материалов и готовой продукции).

Качественные показатели эффективности АИС не поддаются точному определению ни в стоимостном, ни в натуральном выражении. К ним относятся: эстетика труда, применение средств вычислительной техники, программного обеспечения и экономико-математических методов для решения технико-экономических задач, совершенствование системы организации планирования и технической подготовки производства, снабжения и сбыта, обеспечение единства учета и его непрерывное совершенствование, а также его связь с планированием и нормативами, сокращение сроков обработки информации и повышение качества и достоверности формируемой отчетности и т.д.

Основным показателем экономической эффективности организации и внедрения АИС на промышленном предприятии является прирост прибыли, получаемой в результате снижения затрат на производство продукции и финансово-хозяйственную деятельность, увеличение объемов производства.

Экономическая эффективность АИС определяется годовым приростом прибыли, получаемым в результате функционирования автоматизированной системы управления предприятием, а также годовым экономическим эффектом и эффективностью затрат на ее организацию и внедрение.

Кроме того, в условиях функционирования АИС достигается:

- оптимизация технико-экономического и оперативно-производственного планирования, решений по загрузке оборудования, размеров партий и циклов запуска и выпуска деталей и сборочных соединений и узлов и на этой основе увеличение выпуска продукции на действующих производственных мощностях;
- улучшение оперативного регулирования производства на основе своевременного получения достоверной информации о его состоянии;
- повышение ритмичности производства и сбыта продукции;
- улучшение материально-технического обеспечения и установление оптимального уровня запасов материальных ресурсов;
- повышение производительности труда производственных рабочих и на этой основе сокращения трудоемкости выпускаемой продукции;
- повышение качества выпускаемой продукции и на этой основе сокращение потерь от брака и непроизводственных расходов;
- сокращение величины условно-постоянных расходов.

Наиболее точно и достоверно могут быть рассчитаны стоимостные показатели экономической эффективности. В них можно реально отразить все затраты, связанные с организацией и внедрением АИС. Остальные показатели дополняют первые и вместе с ними раскрывают преимущества применения средств вычислительной техники для обработки экономической информации в условиях функционирования АИС. Кроме того, некоторые из указанных пока-

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Если $x^* = |A|^s z$, $s > 0$,

$\|z\| \leq \rho$, $|A| = (A^* A)^{1/2}$, то справедливы оценки

$$m \leq 1 + \frac{s+1}{2k\alpha e} \left[\frac{\rho}{(b-1)(\delta + \|x^*\|\eta) - c_s \gamma_{1/2} \eta \rho} \right]^{(2k)/(s+1)} ;$$

$$\|x_{m(\delta, \eta)} - x^*\| \leq c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)} + [c_s \gamma_{1/2} \eta \rho + (b+1)(\delta + \|x^*\|\eta)]^{s/(s+1)} \rho^{1/(s+1)} +$$

$$+ 2k^{1/2} \alpha^{1/(2k)} \left\{ 1 + \frac{s+1}{2k\alpha e} \times \left[\frac{\rho}{(b-1)(\delta + \|x^*\|\eta) - c_s \gamma_{1/2} \eta \rho} \right]^{(2k)/(s+1)} \right\}^{1/(2k)} (\delta + \|x^*\|\eta). \quad (10)$$

Замечание 1. Порядок оценки (10) есть $O((\delta + \eta)^{s/(s+1)})$, и он оптимален в классе задач с истокорпредставимыми решениями. В оценке погрешности (10) $c_s = \text{const}$ ($c_s \leq 2$ для $0 < s \leq 1$).

Замечание 2. Знание порядка $s > 0$ и истокорпредставляющего элемента z , используемое в теореме 2, на практике не потребуется. При остановке по невязке (8) автоматически делается нужное число итераций для получения оптимального по порядку решения.

Зададим уровень останова $\varepsilon > 0$ и определим момент m останова итерационного процесса (3) условием

$$\left. \begin{aligned} \|A_{\eta}x_n(\delta, \eta) - y_{\delta}\| > \varepsilon, (n < m), \\ \|A_{\eta}x_m(\delta, \eta) - y_{\delta}\| \leq \varepsilon, \end{aligned} \right\} \varepsilon = b(\delta + \|x^*\|_{\eta}), b > 1. \quad (8)$$

Предположим, что при начальном приближении $x_{0(\delta, \eta)}$ невязка достаточно велика, больше уровня останова ε , т. е. $\|Ax_{0(\delta, \eta)} - y_{\delta}\| > \varepsilon$.

В случае несамосопряжённого оператора метод (3) примет вид

$$\begin{aligned} \left(E + \alpha(A_{\eta}^*A_{\eta})^k\right)x_{n+1} &= \left(E - \alpha(A_{\eta}^*A_{\eta})^k\right)x_n + \\ &+ 2\alpha(A_{\eta}^*A_{\eta})^{k-1}A_{\eta}^*y_{\delta}, \quad x_0 = 0, \quad k \in N. \end{aligned} \quad (9)$$

Покажем возможность применения правила останова по невязке (8) к методу итераций (9). Справедливы

Лемма 1. Пусть $A, A_{\eta} \in L(H, F)$, $\|A_{\eta} - A\| \leq \eta$, $\|A_{\eta}\|^2 \leq M$, $\alpha > 0$ и выполнено условие (5) с $s_0 > 1/2$. Тогда $n^{1/(2k)}\|A_{\eta}K_{m\eta}v\| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 0$, $\forall v \in \overline{R(A^*)}$, где $K_{m\eta} = E - A_{\eta}^*A_{\eta}g_n(A_{\eta}^*A_{\eta})$. Если $s_0 > 1$, то $n^{1/k}\|A_{\eta}^*A_{\eta}K_{m\eta}v\| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 0, \forall v \in \overline{R(A^*)}$.

Лемма 2. Пусть $A, A_{\eta} \in L(H, F)$, $\|A_{\eta} - A\| \leq \eta$, $\|A_{\eta}\|^2 \leq M$, $\alpha > 0$ и выполнены условия (5), (7). Если для некоторого $v_0 \in \overline{R(A^*)}$, $n_p \leq \bar{n} = \text{const}$ и $\eta_p \rightarrow 0$ имеем $A_{\eta_p}K_{n_p\eta_p}v_0 \rightarrow 0$ или $A_{\eta_p}^*A_{\eta_p}K_{n_p\eta_p}v_0 \rightarrow 0$ при $p \rightarrow \infty$, то $K_{n_p\eta_p}v_0 \rightarrow 0$.

Теорема 1. Пусть $A, A_{\eta} \in L(H, F)$, $\|A_{\eta} - A\| \leq \eta$, $\|A_{\eta}\|^2 \leq M$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$, $y \in R(A)$, $\|y - y_{\delta}\| \leq \delta$, $\alpha > 0$ и выполнены условия (5), (6) с $s_0 > 1/2$, $\gamma_0 = 1$. Пусть параметр $m(\delta, \eta)$ выбран по правилу (8). Тогда $(\delta + \eta)^2 m(\delta, \eta) \rightarrow 0$, $x_{m(\delta, \eta)} \rightarrow x^*$ при $\delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$.

зателей применяются для сопоставления уровней организации АИС и ее использования на однородных предприятиях.

Организация и внедрения АИС на предприятиях – достаточно дорогостоящий процесс, поэтому чрезвычайно важно, чтобы эти затраты достаточно быстро окупались за счет прироста прибыли (годовой экономии) предприятия. Именно оценка величины годового прироста прибыли предприятия в результате внедрения АИС является определяющим моментом всего расчета эффективности системы.

Литература

1. Коноплева И.А., Костин Б.А. Анализ реализации технологии бухгалтерского учета в современном программном обеспечении. В ж. Международный бухгалтерский учет, 2011, № 38.

2. Акперов И.Г., Сметанин А.В., Коноплева И.А. Информационные технологии в менеджменте. Учебник. Издательский дом ИНФРА-М, 2014.

TEORIA PRAWDOPODOBIECSTW I MATEMATYCZNA STATYSTYKIEM

Илипов М.М., к.ф.-м.н. Исакова А.С.

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Казахстан

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВЫБОРА ПРЕЦЕДЕНТА

Ранее в работе Прохорова М. Д. и Федунова Б.Е. [1] был введен алгоритм выбора прецедента при наблюдении ситуационного вектора с количественными координатами.

Пусть состояние ПрС/С описывается ситуационным вектором с координатами (x_1, \dots, x_n) и каждая координата x_i – лингвистическая переменная с множеством термов прецедентам (блок прецедента). Каждая строка матрицы представляет собой конкретный ситуационный вектор, при котором в прошлом успешно реализовался соответствующий прецедент.

Таблица 1

№ п/п	Координаты ситуационного вектора				Прецедент
	x_1	x_2	...	x_n	
1.1	a_1^{11}	a_2^{11}	...	a_n^{11}	d_1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
$1.k_1$	$a_1^{1k_1}$	$a_2^{1k_1}$...	$a_n^{1k_1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$m.1$	a_1^{m1}	a_2^{m1}	...	a_n^{m1}	d_m
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
$m.k_m$	$a_1^{mk_1}$	$a_2^{mk_1}$...	$a_n^{mk_1}$	

Перенумеруем строки блока прецедента d_j двумя индексами: первый индекс – номер прецедента (здесь он является номером блока), второй индекс – порядковый номер ситуационного вектора в этом блоке.

Полученную упорядоченную таким образом систему логических высказываний называют нечёткой матрицей знаний или просто – матрицей знаний.

На основе текущих измерений точка $(x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*)$ формируется с количественными значениями его координат. Только в этой фиксированной точке $(x_1^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*)$ в момент поступления замера и нужно определить значение функции принадлежности $\mu_{dij}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$.

большие возмущения решения уравнения. Предполагаем, что точное решение $x^* \in H$ уравнения (1) существует и является единственным. Будем искать его с помощью итерационного метода

$$(E + \alpha A^k)x_{n+1} = (E - \alpha A^k)x_n + 2\alpha A^{k-1}y, \quad x_0 = 0, \quad k \in N, \quad (2)$$

где E – тождественный оператор, α – итерационный шаг. Считаем, что оператор A и приближённая часть y уравнения (1) заданы приближённо, т. е. вместо y известно приближение y_δ , $\|y - y_\delta\| \leq \delta$, а вместо оператора A известен оператор A_η , $\|A_\eta - A\| \leq \eta$. Предполагаем, что $0 \in Sp(A_\eta)$ и $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$. Тогда приближения (2) примут вид

$$(E + \alpha A_\eta^k)x_{n+1} = (E - \alpha A_\eta^k)x_n + 2\alpha A_\eta^{k-1}y_\delta, \quad x_0 = 0, \quad k \in N. \quad (3)$$

Пусть $H = F$, $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$. Неявная итерационная процедура (3) запишется в виде $x_n = g_n(A_\eta)y_\delta$, где

$$g_n(\lambda) = \lambda^{-1} \left[1 - \left(\frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n \right]. \quad \text{При } \alpha > 0 \text{ для } g_n(\lambda) \text{ выполняются условия:}$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |g_n(\lambda)| \leq \gamma n^{1/k}, \quad \gamma = 2k\alpha^{1/k}, \quad (n > 0), \quad (4)$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda^s |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_s n^{-s/k}, \quad (n > 0), \quad 0 \leq s \leq s_0 < \infty, \quad \gamma_s = \left(\frac{s}{k\alpha e} \right)^{s/k}, \quad (5)$$

(здесь s – степень истокообразной представимости точного решения $x^* = A^s z$, $s > 0$, $\|z\| \leq \rho$),

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_0, \quad \gamma_0 = 1, \quad (n > 0), \quad (6)$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda |1 - \lambda g_n(\lambda)| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Докажем сходимость метода (3) в случае апостериорного выбора параметра регуляризации при решении уравнения (1) с несамосопряжённым приближённым оператором, получим оценку погрешности метода и оценку для апостериорного момента останова.

другой стороны, $B \rightarrow C, B' \rightarrow C'$, так что прямая BB' преобразуется в прямую CC' (рис.1). Прямые CC' и AA' преобразуются соответственно в прямые AA' и BB' .

4. Отсюда следует, что и точка P'' неподвижная и, значит, совпадает с P и с P' .

Метод решения задач с помощью аффинных преобразований:

- позволяет перейти от более сложной конфигурации к более простой для осуществления процесса решения;
- имеет широкую область применения, но чаще всего используется при решении задач на отношение площадей;
- осмысление и применение данного метода формирует конструктивный подход к решению задач и критичность мышления.

Литература:

1. Понарин, Я. П. Элементарная геометрия [текст]: В 2 т. – Т. 1/ Я.П.Понарин– М.: МЦНМО, 2004. – 312 с.
2. Ходот, Т. Г. Задачи по геометрии [текст] : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений/ Т. Г. Ходот, И. Д. Захарченко, А. Б. Михайлова. – М.: Издательский центр «Академия», 2006.- 256 с.
3. Четверухин, Н. Ф. Проективная геометрия [текст] : учеб. пособие – издание 6-е/ Н.Ф. Четверухин– М.: Государственное учебно – педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1953.

Матыськ О.В.

к.ф.-м.н., доцент

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина (Беларусь)

НЕЯВНЫЙ МЕТОД ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ С НЕСАМОСОПРЯЖЁННЫМ ПРИБЛИЖЁННЫМ ОПЕРАТОРОМ В СЛУЧАЕ АПОСТЕРИОРНОГО ВЫБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Пусть H и F – гильбертовы пространства, $A \in L(H, F)$, т. е. A – линейный непрерывный оператор, действующий из H в F . Предполагается, что нуль не является собственным значением оператора A , однако нуль принадлежит его спектру. Рассмотрим линейное операторное уравнение

$$Ax = y \tag{1}$$

Задача отыскания элемента $x \in H$ по элементу $y \in F$ является некорректной, так как сколь угодно малые возмущения в правой части y могут вызывать

Допустим, что имеем прецедент d_j , который может быть получен из следующих возможных ситуационных векторов $\mathbf{a}_{j,1} = (a_1^{j1}, a_2^{j1}, \dots, a_n^{j1})$, $\mathbf{a}_{j,2} = (a_1^{j2}, a_2^{j2}, \dots, a_n^{j2})$, ..., $\mathbf{a}_{j,k_j} = (a_1^{jk_j}, a_2^{jk_j}, \dots, a_n^{jk_j})$.

Очевидно, что ситуационный вектор принимающий значения из множества $\{\mathbf{a}_{j,1}, \mathbf{a}_{j,2}, \dots, \mathbf{a}_{j,k_j}\}$ является реализацией случайного вектора $\mathbf{A} = (A_1, A_2, \dots, A_n)$, и каждый элемент a_i^{jx} ($i=1, \dots, n$) ситуационного вектора $\mathbf{a}_{j,x}$ принимает значения из множества Ω объема N_i . Допустим, что вероятность того, что i -й элемент ($i=1, \dots, n$) принимает значение a_i^{jx} есть $p(a_i^{jx})$, причем $\sum_{\alpha=1}^{N_i} p(\omega_\alpha) = 1, (\omega_\alpha \in \Omega)$. Введем следующее обозначение

$$r_i(a_i^{jx}) = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i^{jx} = \omega_i, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

другими словами, имеем вектор $\mathbf{r}_i(a_i^{jx}) = \{r_1(a_i^{jx}), r_2(a_i^{jx}), \dots, r_{N_i}(a_i^{jx})\}$.

Теорема 1. Вероятность того, что прецедент D_j примет значение d_j определяется по формуле

$$P(D_j = d_j) = \sum_{x=1}^{k_j} \prod_{i=1}^n p(a_i^{jx}).$$

С использованием формул (см., например, [3-4]) комбинаторики и формулы (2) имеем справедливость представленной теоремы.

Тогда представленное распределение можно представить как

$$P(D_j = d_j) = \sum_{x=1}^{k_j} \prod_{i=1}^n N_i! \prod_{l=1}^{N_i} \frac{p^{r_l(a_i^{jx})}}{r_l(a_i^{jx})!}$$

На практике, как правило, вероятности $p(\omega_\alpha)$ ($\alpha=1, \dots, N_i, i=1, \dots, n$) не известны. Следовательно, формулы (3) и (3') не находят фактического применения.

Допустим, что имеются реализации s прецедентов d_1, d_2, \dots, d_s . Иначе говоря, ряд фактических данных $\mathbf{d} = \{d_1, d_2, \dots, d_s\}$ можно трактовать как реализацию выборки объема s , элементы которой подчиняются представленному распределению.

Пусть для каждого $j=1, \dots, \mu$, где $\mu = \prod_{i=1}^s k_i$, существует вектор $\mathbf{z}_j = (z_{1j}, \dots, z_{dj})$, определяемый как $\mathbf{z}_j = \sum_{i=1}^s \mathbf{r}_i^{jx}$, причем индексы в правой и левой части связаны между собой взаимно однозначным соответствием, которое не единственно.

Теорема 2. Элементы множества $W(d, \mathbf{z}) = \{W(d, \mathbf{z}_1), \dots, W(d, \mathbf{z}_\mu)\}$ являются несмещенными оценками для вероятности $P(D = d)$, которые при $j=1, \dots, \mu$ определяются как

$$W(d, z_j) = \sum_{x=1}^k \prod_{i=1}^n \prod_{l=1}^{N_i} \frac{\binom{z_{\omega_{ij}}}{r_i(a_i^{jx})}}{\binom{kN_i}{N_i}}$$

Приведенная теорема доказывается аналогично доказательству приведенной в работе [2].

Итак, имеем множество несмещенных оценок вероятности проявлений искажений. Наиболее подходящая несмещенная оценка $W(d, z_g)$ для вероятности оправдываемости метеорологического прогноза d $P(D=d)$ распределения (3) определяется из всего множества полученных несмещенных оценок $W(d, z) = \{W(d, z_1), \dots, W(d, z_\mu)\}$, согласно определению.

Определение 1. Решение z_g , основанное на наблюдении, является наиболее подходящим из множества $z = \{z_1, \dots, z_\mu\}$, если

$$\prod_{i=1}^s W(x_i, z_g) = \max_{j=1, \dots, \mu} \prod_{i=1}^s W(x_i, z_j), \tag{8}$$

где при $i=1, \dots, s$ элементы множества $W(x_i, z) = \{W(x_{i1}, z_1), \dots, W(x_{i\mu}, z_\mu)\}$ являются несмещенными оценками для вероятности $P(D=d)$ распределения (3), определенными в (7).

Определение 2. Несмещенная оценка $W(d, z_g)$ для вероятности $P(D=d)$ распределения (1) является наиболее подходящей из всего множества несмещенных $W(d, z) = \{W(d, z_1), \dots, W(d, z_\mu)\}$, определяемых в (7), если z_g – наиболее подходящее решение, основанное на наблюдении.

Теорема 3. Наиболее подходящая несмещенная оценка $W(u, z_g)$ для вероятности $P(U=u)$ модели является состоятельной, асимптотически нормальной и асимптотически эффективной.

Литература:

1. Прохоров М. Д. Федунев Б.Е. Вывод по прецеденту в базах знаний бортовых интеллектуальных систем, размещаемых на борту антропоцентрических объектов.
2. Исакова А.С. Определение наиболее подходящей несмещенной оценки вероятности оправдываемости прогноза в метеорологии. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002 г. Том V, 1(9). С.79-84.
3. Риордан Д. Введение в комбинаторный анализ. М. 1963. – 287 с.
4. Савельев Л.Я. Комбинаторика и вероятность. М.: Наука. 1975.– 424с.
5. Крамер Г. Методы математической статистики. – М. 1975. – 648 с.

- 4) задачи на пропорциональность отрезков;
- 5) задачи отношение площадей.

Суть метода аффинных преобразований состоит в следующем: предположим, что геометрическая задача сводится к некоторой конфигурации F . Если произведем аффинное преобразование плоскости чертежа, то конфигурация F перейдет в конфигурацию F' , которая может быть проще конфигурации F и построение которой может быть легко выполнено. Тогда решаем задачу в преобразованном виде в конфигурации F' и, произведя обратное преобразование чертежа, получаем искомое решение задачи. [2]. Таким образом, решение задач данным методом предполагает выполнение следующих действий:

- вместо данной фигуры рассматривают ей аффинно-эквивалентную, но более простой формы;
- решают задачу для этой более простой фигуры, используя её свойства;
- распространяют с помощью аффинного преобразования полученный результат на заданную фигуру.

Продемонстрируем алгоритм на примере решения задачи:

Точки A', B' и C' делят соответственные стороны BC, CA и AB треугольника ABC в одном и том же отношении. Доказать, что при этом точка P пересечения медиан треугольника ABC , точка P' пересечения медиан треугольника $A'B'C'$ и точка P'' пересечения медиан образованного прямыми AA', BB' и CC' , совпадают.

Доказательство. Любое аффинное преобразование, преобразующее один треугольник в другой, преобразует медианы одного треугольника, а с ними и точку их пересечения, соответственно в медианы и точку пересечения медиан другого треугольника.

2516674562516664322516654082516643842516633602516623362516592642516613122516602881. Зададим аффинное преобразование тремя точками A, B, C и их образами B, C, A . Тогда треугольник ABC преобразуется в треугольник BCA , а точка P пересечения медиан будет неподвижной точкой этого преобразования. При этом и треугольник $A'B'C'$ также преобразуется в себя так, что точки A', B', C' перейдут соответственно в точки B', C', A' , а точка пересечения медиан треугольника $A'B'C'$ – точка P' также перейдет в себя.

2. Данное преобразование не является родством так как прямая AB не параллельна прямой BC , а эти прямые соединяют точки, соответственные в данном преобразовании.

3. Значит, построенное нами аффинное преобразование не может иметь две различные неподвижные точки., а поэтому точки P и P' должны совпасть. С

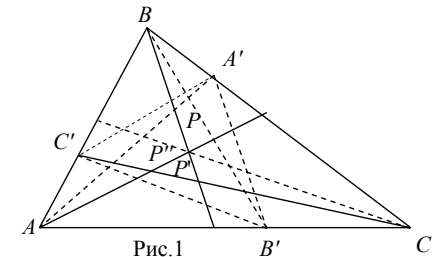


Рис.1

ских моментов и энтропии. При структурном подходе, например, на основе мозаики Вороного, строится множество многоугольников. Многоугольники с общими свойствами объединяют в области. Для исследования общих свойств часто используют признаки – моменты многоугольников. Кроме вышеописанных подходов к формированию признаков, существует еще целый ряд методов: дистанционное преобразование, вейвлет-анализ и мультисенсорные системы.

При большом разнообразии методов и алгоритмов обработки изображений один и тот же алгоритм может быть эффективен для одного класса изображений, и не удовлетворять заданным критериям для другого. Разработка новых алгоритмов сегментации изображений, предварительное определение критериев качества их работы и экспериментальные оценки являются обязательной составной частью процесса разработки автоматизированных производственных систем.

Литература

1. Колдаев В.Д. Эвристические алгоритмы контурной сегментации изображений [Текст] / В.Д. Колдаев // Научно-технический журнал «Известия высших учебных заведений. Электроника». – М.: МИЭТ, 2007. – №4. – С.71-75.
2. Колдаев В.Д. Предварительная обработка и фильтрация изображений методом масок [Текст] / В.Д. Колдаев // Оборонный комплекс – научно-техническому прогрессу России: Межотраслевой научно-технический журнал. – М.: ФГУП «ВИМИ», 2010. – Вып.4. – С.79-83.

Сагдатдинова А.Н.

ЛПИ – филиал СФУ, Лесосибирск

АФФИННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КАК МЕТОД РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Геометрия, изучаемая в школьном курсе, является геометрией группы подобий. Преобразования движения и подобия оставляют все существенные свойства геометрических фигур неизменными и применение их к решению задач достаточно подробно исследовано. Вместе с тем существуют геометрические задачи и теоремы, при решении и доказательстве которых достаточно учитывать лишь свойства, сохраняющиеся при аффинных преобразованиях.

Исходя из основных инвариантов аффинных преобразований, можно предположить следующую классификацию задач:

- 1) задачи на коллинеарность точек;
- 2) задачи на конкурентность прямых;
- 3) задачи на параллельность прямых;

STOSOWANA MATEMATYKA

К.ф.-м.н. доц. В.И. Евсеев¹

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия,
кафедра прикладной информатики*

МАТРИЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УНАРНЫХ ОПЕРАЦИЙ

§ 1. Структура простого суждения

В логике суждение является самой основной, первичной логической формой. Это простое предложение имеет свою типичную структуру, состоящую из четырёх основных частей.

Первая часть суждения отражает количественную характеристику рассматриваемых объектов и является служебным словом. Эта часть называется квантором и обозначается символом «к». В классической логике используется два вида кванторов:

квантор всеобщности, который обозначается символом \forall и читается «все...», «для всех...», «абсолютно все...»;

квантор существования, который обозначается символом \exists и читается «часть...», «некоторые...», «существуют...», «не все...».

Второй частью высказывания является главный термин, который называется субъектом и обозначается S, он играет роль подлежащего и определяет то, о чём говорится в предложении.

Третьей частью высказывания является служебное слово, которое устанавливает взаимосвязь между предметом мысли и его утверждаемым свойством. Этот служебное слово называется связкой или мостиком и обозначается символом m. Мостик отражает качественную характеристику высказывания. Различаются два вида мостиков:

негативный мостик, который характеризует отрицание предполагаемого свойства, и обозначается символом «-/-»,

позитивный мостик, который характеризует утверждение предполагаемого свойства, и обозначается символом «-«.

Последней частью суждения является свойство, которое утверждается или отвергается в данном предложении. Этот термин называется предикатом суждения и обозначается символом P.

Следовательно, в общем случае любое суждение можно представить в виде формализованного предложения, имеющего следующую структуру:

$$X = k S m P. \quad (1)$$

Эта формула ретроспективно называется основной формулой Канта для простого аналитического суждения.

Таким образом, при изменении кванторов и мостиков, получаем четыре частных случая суждений:

1) общеутвердительное (позитивное) суждение $A = \forall S - P$, которое читается: «все S обладают свойством P»;

2) общеотрицательное (негативное) суждение $B = \forall S -/- P$, которое читается: «все S не обладают свойством P»;

3) частноутвердительное (позитивное) суждение $C = \exists S - P$, которое читается: «некоторые S обладают свойством P»;

4) частноотрицательное (негативное) суждение $D = \exists S -/- P$, которое читается: «существует S не обладающее свойством P».

§ 2. Преобразование простых суждений

Простые суждения, имеющие одни и те же термины, называются однородными или унитерминальными. При изменении в таких суждениях видов кванторов и мостиков мы приходим к преобразованиям двух типов, в зависимости от расположения субъектов и предикатов в этих предложениях. В том случае, когда положение субъектов и предикатов не изменяется, преобразования называются репродукциями с указанием изменяемых служебных слов. Для репродукций мы находим три вида преобразований:

1а) репродукция квантора: $R_k(X) = {}^kX$.

Для этого преобразования получаем:

$$\begin{aligned} R_k(A) &= R_k(\forall S - P) = \exists S - P = C, \\ R_k(B) &= R_k(\forall S -/- P) = \exists S -/- P = D, \\ R_k(C) &= R_k(\exists S - P) = \forall S - P = A, \\ R_k(D) &= R_k(\exists S -/- P) = \forall S -/- P = B. \end{aligned} \tag{2}$$

2а) репродукция мостика: $R_m(X) = {}^mX$.

Для этого преобразования получаем:

$$\begin{aligned} R_m(A) &= R_m(\forall S - P) = \forall S -/- P = B, \\ R_m(B) &= R_m(\forall S -/- P) = \forall S - P = A, \\ R_m(C) &= R_m(\exists S - P) = \exists S -/- P = D, \\ R_m(D) &= R_m(\exists S -/- P) = \exists S - P = C. \end{aligned} \tag{3}$$

3а) Репродукция инверсии.

без приобретения качества). Изображение – это область, распределенная по пространственным координатам x , y и по длинам волн ν описывается функцией $c(x, y, \nu)$. Эта функция является неотрицательной; ее максимальное значение в изображающих системах ограничено предельной величиной светочувствительности регистрирующих сред: $0 < c(x, y, \nu) < A$, где A – максимальная яркость изображения. Структура нейронной сети, выполненной в виде многослойного персептрона, представлена на рис.2.

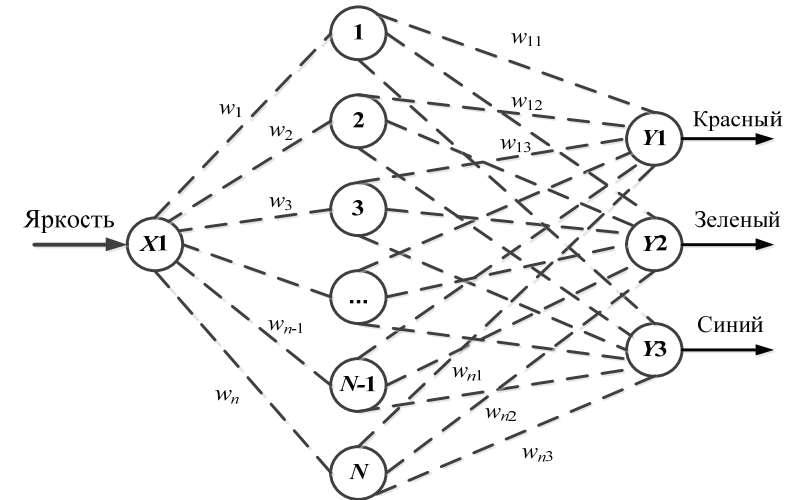


Рис.2. Структура нейронной сети

На вход нейронной сети подается яркость каждого пикселя монотонного участка полутонного изображения, на выходе получаем три составляющие цвета: R (красный), G (зеленый), B (синий). Перекрестное влияние друг на друга оказывают следующие параметры характеристики сети: число нейронов в скрытом слое, функция активации, способ обучения сети. Главным достоинством нейронных сетей является значительная степень параллельности вычислений, и, как следствие, значительная скорость обработки, которая не может быть достигнута при использовании других подходов. Недостатком является необходимость предварительного разделения на объект и фон, а также отсутствие инвариантности ко всем видам преобразований.

Для описания и сегментации свойств изображений применяют **текстуальные методы**, делящиеся условно на две категории: статистические и структурные. Примером статистического подхода является использование матриц совпадений, формируемых из исходных изображений, с последующим подсчетом статистиче-

иерархические (древовидные) структуры. Главным недостатком структурных методов является необходимость четкого разделения изображения на объект и фон, что, очевидно, невозможно в условиях реального изображения.

Лингвистические признаки. За основу берутся геометрические примитивы, вычисляемые на изображении и составляющие словарь терминальных символов. Порождающая грамматика представляет собой математическую схему, которая используется для описания правил построения языковых конструкций или комбинации слов и предложений из отдельных символов. Процесс грамматического анализа или грамматического разбора заключается в определении возможности формирования цепочки символов в рамках данной грамматики. Недостатками этого метода являются процесс выбора типа непроеизводных элементов и трудоемкость операции поиска последних на реальных изображениях.

В основу **нейросистемных признаков** положен принцип действия нейронных клеток головного мозга человека. Нейрон имеет несколько входов, каждый из которых имеет свою весовую функцию, а также из одного выхода и блока суммирования [2].

Пусть N – количество пикселей, относящихся к объекту. Все множество пикселей $p(x,y)$, относящихся к объекту, обозначим Ω , тогда координаты центра масс объекта вычисляются как

$$x_c = \frac{1}{N} \sum_{p(x,y) \in \Omega} x, \quad y_c = \frac{1}{N} \sum_{p(x,y) \in \Omega} y.$$

Вычисляем несколько вспомогательных величин:

$$U_x = \frac{1}{12} + \frac{1}{N} \sum_{p(x,y) \in \Omega} (x - x_c)^2; \quad U_y = \frac{1}{12} + \frac{1}{N} \sum_{p(x,y) \in \Omega} (y_c - y)^2;$$

$$U_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{p(x,y) \in \Omega} (x - x_c) \cdot (y_c - y); \quad C = \sqrt{(U_x - U_y)^2 + 4 \cdot U_{xy}^2}.$$

Тогда длины максимальной и минимальной осей инерции вычисляются как: $A_{\max} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{U_x + U_y + C}$; $A_{\min} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{U_x + U_y - C}$.

Длины главных осей инерции используются для вычисления эксцентриситета и ориентации объекта. Эксцентриситет определяется с помощью соотношения: $E = \frac{2 \cdot \sqrt{(0,5 \cdot A_{\max})^2 - (0,5 \cdot A_{\min})^2}}{A_{\max}}$.

Многослойный перцептрон – частный случай перцептрона Розенблатта, в котором один алгоритм обратного распространения ошибки обучает все слои. Особенностью является наличие более чем одного обучаемого слоя (как правило – два или три; при применении большего числа теряется скорость обработки

Последовательное выполнение двух (или нескольких) преобразований называется их композицией. При композиции репродукций квантора и мостика мы получаем суждение, противоположное по логическому смыслу (и значению) исходному суждению, то есть, инверсию суждения. Таким образом, в классической логике определяется репродукция инверсии, которая оказывается композицией первичных репродукций. Репродукцию инверсии высказывания X обозначается двумя основными способами: \bar{X} или $\neg X$. Мы будем применять первый из этих символов (заметим, что второй из символов обычно применяется при переформулировке суждения для сохранения его семантического содержания). Значит, мы получаем формулу для выражения репродукции через первичные репродукции суждений:

$$R_i = R_{km}(X) = \bar{X}. \quad (4)$$

Для конкретных видов суждений из этой формулы находим:

$$\bar{A} = R_{km}(A) = R_{km}(\forall S - P) = \exists S - \neg P = D,$$

$$\bar{B} = R_{km}(B) = R_{km}(\forall S - \neg P) = \exists S - P = C,$$

$$\bar{C} = R_{km}(C) = R_{km}(\exists S - P) = \forall S - \neg P = B, \quad (5)$$

$$\bar{D} = R_{km}(D) = R_{km}(\exists S - \neg P) = \forall S - P = A.$$

Второй тип унитарных преобразований получается в том случае, когда субъект и предикат меняются в предложении местами. Такие преобразования называются трансформациями. Простейшим случаем трансформации является перестановка субъекта и предиката без изменения вида кванторов и мостиков, это преобразование называется обращением. Все возможные виды трансформаций обозначаются символом $\tilde{X} = T(X)$ с указанием символа изменяемых служебных слов.

Для обращения принят символ

$${}^0\tilde{X} = T_0(X). \quad (6)$$

Остальные виды трансформаций являются композициями обращения и соответствующих репродукций:

$$\begin{aligned} T_k(X) &= T_0 \circ R_k(X), \\ T_m(X) &= T_0 \circ R_m(X), \\ T_{km}(X) &= T_0 \circ R_{km}(X). \end{aligned} \quad (7)$$

При выполнении логических преобразований следует следить за сохранением смысла и точностью определения логического значения получаемых высказываний. Рассмотрим более подробно структуру универсума, что позволит конкретизировать возможности преобразования высказываний.

§ 3. О структуре традиционного Аристотелева Универсума

Восемь основных видов аналитических суждений, как показано в первой главе, распределяются на три блока, причём второй и третий блоки являются дополнительными и составляют полное покрытие универсума **W**, а первый блок частично принадлежит как одному, так и второму из них и по своей сути является лишь частичным дополнительным покрытием. Это более подробно будет показано при изучении бинарных операций в следующей главе.

Репродукции являются первым типом унарных преобразований. При репродукции мостика происходит переход от негативных суждений к позитивным и наоборот, при этом каждый блок универсума является инвариантом преобразования, точнее говоря, репродукции являются внутренними преобразованиями в этих блоках. Сначала нужно построить общий вид матрицы-столбца для всего универсума, а на его основе выделить вид этой матрицы в каждом блоке. Таким образом, получаем, что исходная матрица имеет вид

$$X = \begin{matrix} X_{B0} \\ X_{B1} \\ X_{D0} \\ X_{D1} \\ X_{C0} \\ X_{C1} \\ X_{A0} \\ X_{A1} \end{matrix}$$

Для каждого блока в этой матрице остаются только действующие внутри него элементы, которые и преобразуются с помощью репродукций.

Мы выделим каждый из этих видов, учитывая рабочие элементы блока.

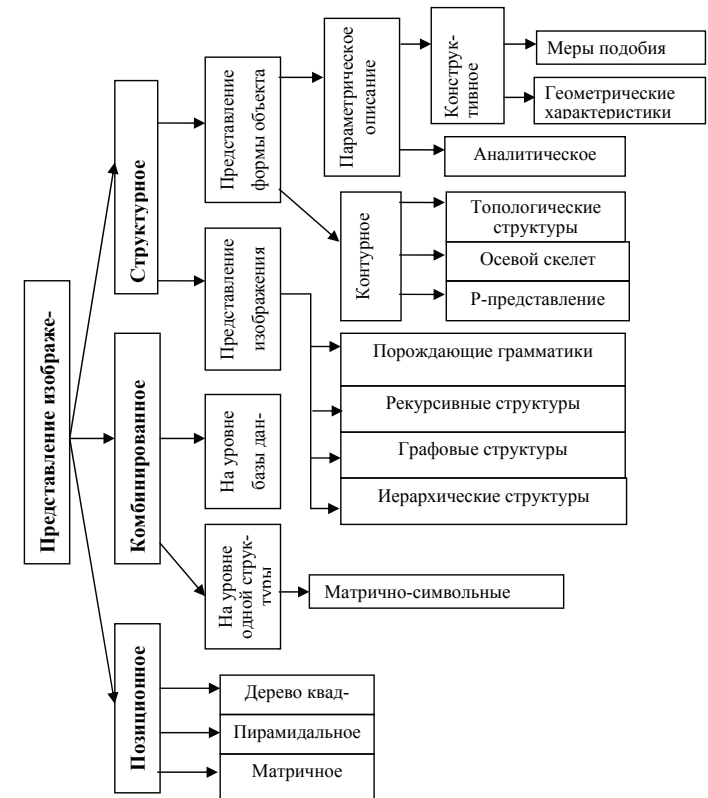


Рис.1. Способы представления изображений

Геометрические признаки делятся на простые и производные. К простым признакам относятся: периметр, площадь фигуры без дыр, площадь дыр, максимальное расстояние между внешними параллельными касательными и границами. К производным признакам относятся: средняя длина хорды, эксцентриситет, изрезанность контура, пористость, спиральность, периметр выпуклой наименьшей формы, описывающей объект.

Структурные признаки основаны на представлении, как всего изображения, так и изображения отдельного субъекта в виде совокупности некоторых примитивных геометрических элементов и их отношений между собой. Структурное представление изображения строится на базе геометрического подхода, включая в описание формы взаимное положение и отношения отдельных элементов. Типичным примером структурного описания изображения является

[4]. Божанов Е.Т., Отарбаев Ж.О., Буганбаева С.Н.»Механико-математическое моделирование нефтепроводов, транспортирующих вязкие нефти методом горячей перекачки», Труды международного форума «Наука и инженерное образование без границ», КазНТУ, том I, Труды международного форума и наука и инженерное образование без границ, Алматы, 2009г.

[5]. Божанов Е.Т., Джунисов А.Т., Акимжанова Ш.А.»Математическая модель движения нефтегазовой смеси по стволам траектории скважины под действием технологического критического давления в N-ом горизонте гомогенного пласта большой мощности», Труды II-международной научной конференции»Высшие технологии – залог устойчивого развития», КазНТУ, том II, Алматы, 2013г.

[6]. Божанов Е.Т., Ибраимкулов А.М., Койшыбаева Ж.Ж., Касымбекова М.Т.»Выпучивание симуляционной модели резервуара в зависимости от вида критической силы по форме критической деформации трапециевидной формы и гиперболические тонкостенные градири. , Materialy IX Mezinarodni Vedecko –Praktika Konference., Zpravy Vedecke IJEZE-2013, D/L 22, Praha, Publishing House «Education and Science», s.r.o.

К.т.н. Колдаев В.Д.

Национальный исследовательский университет МИЭТ, Россия

МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИЗНАКОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Анализ изображения рассматривается как процесс преобразования информации, во время которого осуществляется переход изображения из некоторого исходного (в котором субъект определяется массивом значений яркостей пикселей) в конечное представление. Процесс построения описаний называется *интерпретацией* изображений (рис.1).

Главное требование к признаку – это инвариантность к любым преобразованиям изображения: плоскопараллельному смещению, повороту вокруг оси объектива, масштабированию, перспективным преобразованиям, деформированию, плавному или произвольному изменению яркости, цвета, контраста [1].

Статистические признаки: коэффициент корреляции, моменты различных порядков, закон распределения, матрицы смежности. Недостатками этих признаков являются: значительные вычислительные затраты; неизвестность закона распределения; неоднозначность описания области изображения. Несмотря на это, для большинства реальных изображений признаки, полученные на основе статистического анализа, способны однозначно описывать области изображения.

Так, для первого блока W_1 получаем следующий вид матрицы-столбца:

$$X^1 = \begin{matrix} X_{B0} \\ \\ X_{D1} \\ \\ X_{C1} \\ X_{A0} \\ \\ \end{matrix}$$

Для упрощения записи здесь иногда пишут только рабочие блоки, хотя сразу надо сказать, что при этом появляется несоответствие между реальным видом матрицы преобразования и его внутренним блочным представлением, что будет показано в следующих параграфах этой главы.

Учитывая рабочие элементы второго блока W_2 , получим для него свой вид матрицы-столбца из этих элементов:

$$X^2 = \begin{matrix} \\ X_{B1} \\ \\ X_{D1} \\ X_{C0} \\ \\ X_{A0} \\ \\ \end{matrix}$$

Эти рабочие элементы и подвергаются преобразованиям во втором блоке. По аналогии строим матрицу-столбец для третьего блока W_3

$$X^3 = \begin{matrix} X_{B0} \\ \\ X_{D0} \\ \\ X_{C1} \\ \\ X_{A1} \\ \end{matrix}$$

При этом получаем естественное равенство:

$$X^2 + X^3 = X,$$

Что и является подтверждением правильности покрытия универсума аналитических суждений блоками второго и третьего типа.

§ 4. Анализ репродукции мостика.

При репродукции мостика $R_m(X) = {}^mX$ получаем переход от негативных суждений к позитивным и наоборот.

Так, для первого блока W_1 приходим к виду преобразования:

					1	
				1		
			1			
1						

X_{B0}
X_{D1}
X_{C1}
X_{A0}

=

X_{A0}
X_{C1}
X_{D1}
X_{B0}

Для второго блока W_2 получаем аналогичную картину преобразования:

					1	
				1		
			1			
		1				
1						

X_{B1}
X_{D1}
X_{C0}
X_{A0}

=

X_{A0}
X_{D1}
X_{C0}
X_{B1}

Резервуар можно представить в виде гиперболической градири при критической нагрузке, размноженной в ряд Фурье вдоль параллели как функцию напряжения, распределенной по толщине z поперечного сечения.

Прежде чем интегрировать основное уравнение многопластового слоя, необходимо оценить переменные коэффициенты, зависящие от физико-механических свойств и бесконечно малых величин теории приращения.

Схему интегрирования основного уравнения на основании метода упругих решений необходимо начать с составления модели дифференциального уравнения изогнутой оси поперечного сечения резервуара за пределами упругости.

Замечание №1. Если решение (3) при $\varepsilon(\xi) = \frac{D}{1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}} = \frac{2D}{(\xi - 1)^2 + 1}$, то из

первого уравнения (I) получим:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - \frac{N_1}{D} [(\xi - 1)^2 + 1] \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + \frac{K}{D} [(\xi - 1)^2 + 1] W = \frac{4N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \frac{1}{D} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2}\right) \left(\frac{h}{R}\right)^{\frac{5}{2}} P(t)$$

$$\frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} = - \frac{[(\xi - 1)^2 + 1]^2 - 4\xi(\xi - 1)}{2(\xi - 1)[(\xi - 1)^2 + 1]} \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}$$

Введем обозначения:

$N_1 [(\xi - 1)^2 + 1] = N_1^*$; $K [(\xi - 1)^2 + 1] = K^*$ - новые физико-механические характеристики материала

Тогда

$$D \left[\frac{2}{(\xi - 1)^2 + 1} \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} - 8 \frac{\xi - 1}{[(\xi - 1)^2 + 1]^2} \frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3} - \frac{4 \left(1 - \frac{4\xi(\xi - 1)}{[(\xi - 1)^2 + 1]^2}\right)}{(\xi - 1)^2 + 1} \right] - N_1 \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + K W =$$

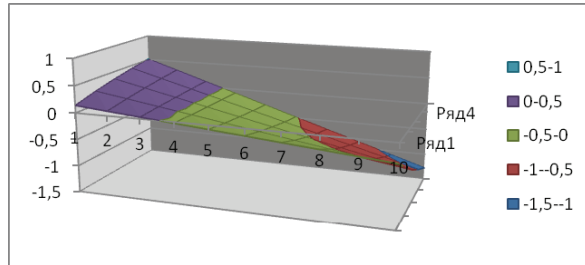
$$= \frac{4N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \left(\frac{h}{R}\right)^{\frac{5}{2}} P(t)$$

Литература:

[1]. Божанов Е.Т., Кусаинов А.А., и др. «Об устойчивости нефтегазопроводов при действии внутренних сил на стенки трубопровода трапециевидной эпюры», Вестник КазГАСА, №2(20), 2006.

[2]. Божанов Е.Т., Ибраимкулов А.М. и др. «Численные расчеты выпучивания заполнителя нефтепроводов, транспортирующих вязкие нефти методом горячей перекачки», Материалы международной конференции, КазНТУ, Алматы, 2009г.

[3]. Божанов Е.Т., Ибраимкулов А.М. и др. «Надежность технологического потока перекачки на основании математико-компьютерной модели», II-ая международная научно-практическая конференция, КазНТУ, том I, Алматы, 2011г.

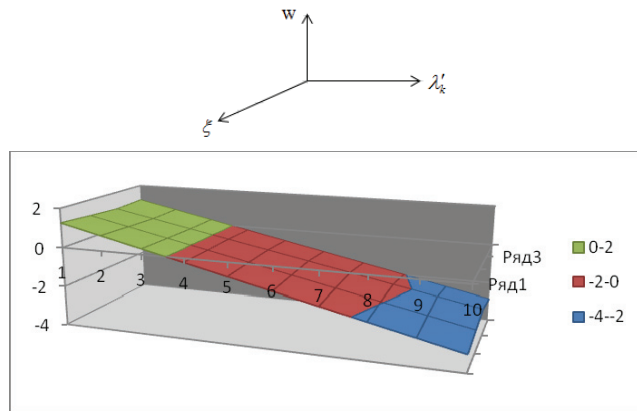


Построить график функции $w = w(\xi, \lambda'_k)$ из уравнений (19) – (24) при следующих данных:

$$w = w(\xi, \lambda'_k): \frac{N}{Q} = 0,5; \quad k = 3; \quad \gamma^2 = 0,3; \quad \alpha = \sqrt[4]{3}; \quad \beta = \arctg \sqrt{3\sqrt{3}-1}; \quad \lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{4N}{Q} \right) \right\}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}L$$

$$L = \{1; 10; 100; 1000\}; \quad L = 1$$



Построить график функции $t = f(c = \varepsilon_{крит})$ из уравнения (16) при следующих данных:

$$k = 9,9; \quad \eta = 3,3; \quad c = \{0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3\}$$

Выводы:

Резервуар должен иметь плавно изменяющую непрерывную поверхность, однако в местах резкого изменения формы поперечного сечения или скачкообразного изменения критического пластового давления невозможно избежать резкой разницы деформации в месте сопряжения.

Таким же образом строится это преобразование и для третьего блока W_3 :

						1
				1		
1						

X_{B0}
X_{D0}
X_{C1}
X_{A1}

 $=$

X_{A1}
X_{C1}
X_{D0}
X_{B0}

Итак, мы получили конкретные формулы преобразований репродукции мостика, которые следует научиться правильно использовать. Большого труда это не составляет, так как здесь работает довольно простой алгоритм:

- а) сначала определяем расположение заданного суждения в универсуме, то есть, содержащий его блок,
- б) затем по виду суждения строим его репродукцию,
- в) по результатам построения находим уровень адекватности суждения.

Позволим себе некоторые типичные примеры.

Пусть исходное суждение имеет вид: $X = \langle \text{В реальности некоторые рыбы являются хищниками} \rangle$. Так как существуют и нехищные рыбы, делаем вывод, что суждение X принадлежит первому блоку, по строению относится к виду X_{C1} , значит, его репродукция мостика $R_m(X) = {}^m X$ имеет вид X_{D1} , то есть, оно формулируется в виде $\langle \text{В реальности некоторые рыбы не являются хищниками} \rangle$.

§ 5. Анализ репродукции квантора

При этой репродукции происходит переход от общих суждений к частным и наоборот, следовательно, здесь особенно внимательно следует контролировать сохранение смысла суждения до и после преобразования. Увлечение только формальными матричными формулами приводит к нарушению самих семантических построений.

Для первого блока W_1 получаем вид преобразования

						1
1						

X_{B0}
X_{D1}
X_{C1}
X_{A0}

 $=$

X_{D1}
X_{B0}
X_{A0}
X_{C1}

Аналогично, для второго блока W_2 преобразование имеет вид:

		1			
	1				
					1
			1		

$$=$$

X_{B1}
X_{D1}
X_{C0}
X_{A0}

$$=$$

X_{D1}
X_{B1}
X_{A0}
X_{C0}

Теперь укажем вид этого преобразования для третьего блока W_3 .

		1			
1					
					1
			1		

$$=$$

X_{B0}
X_{D0}
X_{C1}
X_{A1}

$$=$$

X_{D0}
X_{B0}
X_{A1}
X_{C1}

В таких преобразованиях особенно внимательным нужно быть к тем случаям, когда частное сильно адекватное суждение превращается в общее сильно адекватное суждение – этот результат в большинстве случаев оказывается неверен.

§ 6. Анализ репродукции инверсии

Инверсия является репродукцией, отражающей композицию репродукций квантора и мостика. Запишем выражения этих преобразований по блокам. Так, для первого блока W_1 получаем:

				1	
					1
1					
		1			

$$=$$

X_{B0}
X_{D1}
X_{C1}
X_{A0}

$$=$$

X_{C1}
X_{A0}
X_{B0}
X_{D1}

При предположении:

$$C_3 e^{\sqrt{\alpha-\beta}} + C_4 e^{-\sqrt{\alpha-\beta}} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{q_k}{K} = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2 K}; \lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{4N}{Q}\right) \right\} \quad (23)$$

$$\frac{N}{Q} = \{0,7; 1; 3\}; \gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}; \alpha = \sqrt[4]{3}; \beta = \arctg \sqrt{3\sqrt{3}-1}$$

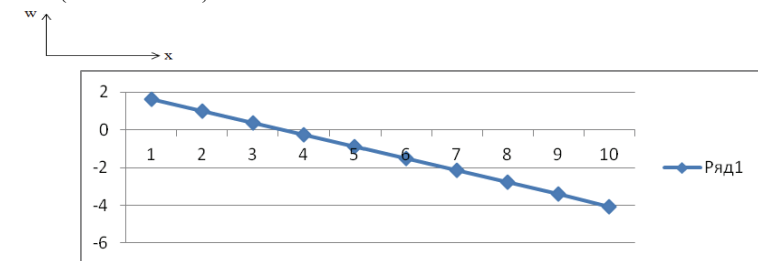
$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}; L = \{1; 10; 100; 1000\}; \text{взять } L=1. \quad (24)$$

Построить график функции из формул (19) – (24) при следующих данных:

$$w = w(\xi): \frac{N}{Q} = 0,5; k = 3; \gamma^2 = 0,4; \lambda'_k = \frac{1}{3}; \alpha = \sqrt[4]{3}; \beta = \arctg \sqrt{3\sqrt{3}-1}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}L$$

$$L = \{1; 10; 100; 1000\}; L=1$$

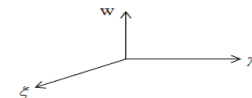


Построить график функции $w = w(\xi, \gamma^2)$ из уравнений (19) – (24) при следующих данных:

$$w = w(\xi, \gamma^2): \frac{N}{Q} = 1,5; k = 27; \lambda'_k = 1; \alpha = \sqrt[4]{3}; \beta = \arctg \sqrt{3\sqrt{3}-1}; \gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}L$$

$$L = \{1; 10; 100; 1000\}; L=1$$



При граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\xi^2} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad W \Big|_{\xi=0} = 0 - \text{шарнирный} \\ \frac{d^2 W}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = 0, \quad W \Big|_{\xi=1} = 0 - \text{шарнирный} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Решение: Корни характеристического уравнения

$$N_1^2 - 4KD > 0; \quad \lambda^2 = \frac{N}{2D} \pm \frac{\sqrt{4KD - N_1^2}}{2D} i; \quad \lambda_{1,2} = \sqrt{r} \left(\cos \frac{\alpha}{2} \pm i \sin \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$\lambda_{3,4} = \sqrt{r} \left(-\cos \frac{\alpha}{2} \pm i \sin \frac{\alpha}{2} \right); \quad r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}; \quad \alpha = \arctg \frac{\beta}{\alpha};$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{K}{D}}; \quad \beta = \sqrt{\frac{4KD}{N_1^2 - 1}}.$$

В нашем случае $\alpha = \sqrt[4]{3}$; $\beta = \arctg \sqrt{3\sqrt{3}-1}$

Тогда общее решение:

$$W(\xi) = C_1 e^{\sqrt{\alpha+\beta}\xi} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha+\beta}\xi} + C_3 e^{\sqrt{\alpha-\beta}\xi} + C_4 e^{-\sqrt{\alpha-\beta}\xi} + \frac{1}{K} \frac{4B}{(\alpha-\beta)(\alpha^2-\beta^2)} \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \quad (18)$$

На основании (17) и (18) получим:

$$W(\xi) = \left[e^{\sqrt{\alpha+\beta}\xi} - 2e^{-\sqrt{\alpha+\beta}\xi} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha+\beta} \xi + \frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha-\beta} e^{\sqrt{\alpha-\beta}\xi} \operatorname{sh} \sqrt{\alpha-\beta} \xi - \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} e^{\sqrt{\alpha-\beta}\xi} + \frac{2\beta}{\alpha-\beta} \right] \cdot \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \quad (19)$$

При предположении

$$C_2 e^{\sqrt{\alpha+\beta}\xi} + C_4 e^{-\sqrt{\alpha-\beta}\xi} = \frac{4B}{(\alpha-\beta)} \frac{1}{K} \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \quad (20)$$

$$W(\xi) = \frac{2q_k}{K} \frac{1}{\alpha-\beta} \frac{1}{\operatorname{sh} \sqrt{\alpha-\beta}} \left[(\alpha-\beta) \operatorname{sh} \sqrt{\alpha-\beta} - \xi - 2\beta \operatorname{sh} \sqrt{\alpha-\beta} \xi + (\alpha+\beta) \operatorname{sh} \sqrt{\alpha-\beta} (1-\xi) \right] + \frac{2}{K} \frac{2\beta}{\alpha-\beta} \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \quad (21)$$

Аналогично, для второго блока W_2 приходим к преобразованию подобного

			1			
					1	
1						
			1			

X_{B1}	
X_{D1}	
X_{C0}	
X_{A0}	

 $=$

X_{C0}	
X_{A0}	
X_{B1}	
X_{D1}	

И, наконец, для третьего блока W_3 репродукция инверсии задается матрицей

				1		
						1
1						
			1			

X_{B0}	
X_{D0}	
X_{C1}	
X_{A1}	

 $=$

X_{C1}	
X_{A1}	
X_{B0}	
X_{D0}	

Как уже было сказано раньше, традиционное отрицание является частным случаем репродукции инверсии, поэтому здесь можно пользоваться привычными представлениями о преобразовании. Мы позволим себе не останавливаться на примерах.

§ 7. Анализ преобразования обращения и трансформации

Обращение мы будем рассматривать как своеобразное бинарное преобразование, при котором исходный универсум W преобразуется в универсум \hat{W} , в котором субъект и предикат меняются местами. Он, также как и исходный, подразделяется на три блока, которые также составляют отмеченные ранее покрытия универсума и при всех внутренних преобразованиях, в том числе и при обращении являются инвариантными.

По известным условиям простого обращения получаем:

а) общепозитивное суждение **типа А** преобразуется в частнопозитивное суждение **типа \hat{C}** ,

б) частнопозитивное суждение типа С преобразуется в частнопозитивное суждение типа \hat{C} ,

в) общенегативное суждение типа В преобразуется в общенегативное суждение типа \hat{B} ,

г) частнонегативное суждение типа D будем считать преобразующимся в общепозитивное суждение типа \hat{A} , для первого и второго блоков универсума, а для третьего – в частнопозитивное суждение типа \hat{C} , эта особенность преобразования согласно общим положениям, выдвинутым ещё Аристотелем, и заставляла логиков отказываться от его применения, хотя, как мы покажем в этом параграфе, при таком определении простого обращения оно в реальности выполняется простым способом и позволяет построить все виды трансформаций как преобразования, являющихся композициями простого обращения и репродукций.

Теперь мы можем записать вид этого преобразования для каждого из блоков рассматриваемого универсума для случая преобразования обращения.

В результате обращения первый блок исходного универсума становится третьим блоком преобразованного универсума, поэтому для первого блока получаем матричное выражение:

1							
							1
				1			
				1			

X_{B0}
X_{D1}
X_{C1}
X_{A0}

 $=$

\hat{X}_{B0}
\hat{X}_{A1}
\hat{X}_{C1}
\hat{X}_{C1}

Второй блок является инвариантом простого обращения, поэтому

	1						
							1
				1			
							1

X_{B1}
X_{D1}
X_{C0}
X_{A0}

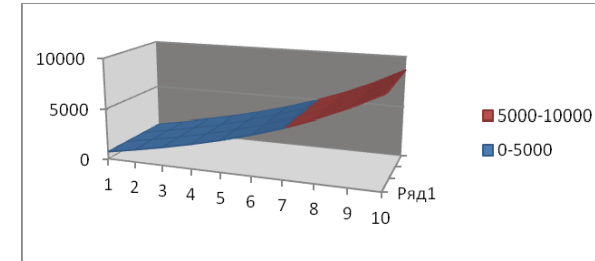
 $=$

\hat{X}_{B1}
\hat{X}_{A0}
\hat{X}_{C0}
\hat{X}_{C0}

$$\lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3}; \left(1 - \frac{4N}{Q} \right) \right\}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}$$

$$L = \{1; 10; 100; 1000\}, \text{ взять } L = 1.$$



Построить график функции $t = f(C = \xi_{спум})$ из уравнения (10) при следующих данных:

$$K = 10,9; \eta = 3,6; C = \{0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3\}.$$

Замечание. Резервуар, в котором расположена нефтяная смесь, должен иметь плавно изменяющую непрерывную поверхность, однако, в местах резкого изменения формы поперечного сечения при движении нефтегазовой смеси по трубам от одной насосной станции к другой трем зонам должен быть плавно изменяющиеся, однако из-за критического пластового давления невозможно избежать резкой разницы деформации в месте сопряжения. [5],[6]

Тогда, прежде чем решить основное уравнение изогнутой оси (I) поперечного сечения необходимо оценить переменные коэффициенты, зависящие от физико-геологических характеристик и бесконечно малых величин теории приращения. Следовательно, схему решения системы. (I) необходимо начать с метода упругих решений. С этой целью

3. Рассмотрим первое уравнение системы (I) в случае С):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^4 W}{d\xi^4} - \frac{N_1}{D} \frac{d^2 W}{d\xi^2} + \frac{K}{D} W &= \frac{1}{D} \frac{4B}{(\alpha - \beta)(\alpha^2 - \beta^2)} \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \\ C e^{\frac{K}{\eta} t} - \frac{\omega}{\eta} \frac{1}{\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega^2} \cos \omega t + \left[\frac{K}{\eta^2} \frac{1}{\left(\frac{K}{\eta} \right)^2 + \omega^2} - 1 \right] \sin \omega t &= 0 \end{aligned} \right. \quad (16)$$

$$\frac{q_k}{K} = \frac{2N}{3Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2 K}; \quad \lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{4N}{Q} \right) \right\} \quad (14)$$

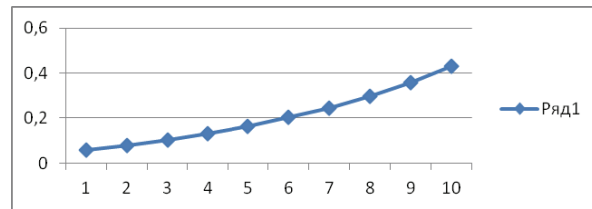
$$\frac{N}{Q} = \{0,7; 1; 3\}; \quad \gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}; \quad \alpha = 2; \quad \beta = \sqrt{3} \quad (15)$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}; \quad L = \{1; 10; 100; 1000\}$$

Построить график функции из формул (13) и (15) при следующих данных:

$$W = W(\xi); \quad \frac{N}{Q} = 0,5; \quad K = 3; \quad \gamma^2 = 0,3; \quad \lambda'_k = \frac{1}{3}; \quad \alpha = 2; \quad \beta = \sqrt{3};$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\} \quad L = 1.$$



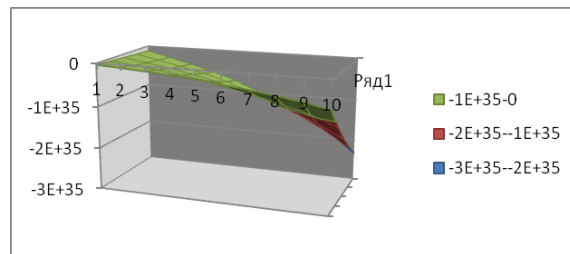
Построить график функции $w(\xi, \gamma^2)$ из уравнения (13) и (15) при следующих данных:

$$\frac{N}{Q} = 1,5; \quad K = 27; \quad \lambda'_k = 1; \quad \alpha = 2; \quad \beta = \sqrt{3}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}$$

$$\gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}$$

$$L = \{1; 10; 100; 1000\}, \text{ взять } L = 1.$$



Построить график функции $w = w(\xi, \lambda'_k)$ из уравнения (13)-(15) при следующих данных:

$$\frac{N}{Q} = 0,5; \quad K = 3; \quad \gamma^2 = 0,3; \quad \alpha = 2; \quad \beta = \sqrt{3}$$

Третий блок в результате простого обращения переходит в первый блок преобразованного универсума

1							
				1			
					1		
						1	

X_{B0}
X_{D0}
X_{C1}
X_{A1}

 $=$

\hat{X}_{B0}
\hat{X}_{C1}
\hat{X}_{C1}
\hat{X}_{C1}

Трансформации рассматриваются как композиции простого обращения с репродукциями. Они расширяют возможности унарных преобразований и позволяют построить полную их теорию. Мы построим табличные представления всех трансформаций в каждом блоке, так что методика их применения становится совершенно прозрачной.

Для каждого блока сначала строятся простые обращения, затем репродукции уже преобразованных суждений, и, как результат, сами формулы трансформаций – соответственно, квантора, мостика, а также инверсии.

Приведем таблицу трансформаций первого блока и рассмотрим для уточнения представления несколько примеров. При этом следует учитывать, что преобразованный в результате простого обращения первый блок оказывается изоморфен третьему, не преобразованному, блоку.

Трансформации, 1 блок \mathcal{W}_1

$T_{10}(X_{B0}) = \hat{X}_{B0}$	$T_{10}(X_{D1}) = \hat{X}_{A1}$	$T_{10}(X_{C1}) = \hat{X}_{C1}$	$T_{10}(X_{A0}) = \hat{X}_{C1}$
$R_{1k}(\hat{X}_{B0}) = \hat{X}_{D0}$	$R_{1k}(\hat{X}_{A1}) = \hat{X}_{C1}$	$R_{1k}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{A1}$	$R_{1k}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{A1}$
$T_{1k}(X_{B0}) = \hat{X}_{D0}$	$T_{1k}(X_{D1}) = \hat{X}_{C1}$	$T_{1k}(X_{C1}) = \hat{X}_{A1}$	$T_{1k}(X_{A0}) = \hat{X}_{A1}$
$R_{1m}(\hat{X}_{B0}) = \hat{X}_{A1}$	$R_{1m}(\hat{X}_{A1}) = \hat{X}_{B0}$	$R_{1m}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{D0}$	$R_{1m}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{D0}$
$T_{1m}(X_{B0}) = \hat{X}_{A1}$	$T_{1m}(X_{D1}) = \hat{X}_{B0}$	$T_{1m}(X_{C1}) = \hat{X}_{D0}$	$T_{1m}(X_{A0}) = \hat{X}_{D0}$
$R_{1i}(\hat{X}_{B0}) = \hat{X}_{C1}$	$R_{1i}(\hat{X}_{A1}) = \hat{X}_{D0}$	$R_{1i}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{B0}$	$R_{1i}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{B0}$
$T_{1i}(X_{B0}) = \hat{X}_{C1}$	$T_{1i}(X_{D1}) = \hat{X}_{D0}$	$T_{1i}(X_{C1}) = \hat{X}_{B0}$	$T_{1i}(X_{A0}) = \hat{X}_{B0}$

Для трансформаций второго блока получаем следующую структурную матрицу:

Трансформации, 2 блок W_2

$T_{20}(X_{B1}) = \hat{X}_{B1}$	$T_{20}(X_{D1}) = \hat{X}_{A0}$	$T_{20}(X_{C0}) = \hat{X}_{C0}$	$T_{20}(X_{A0}) = \hat{X}_{C0}$
$R_{2k}(\hat{X}_{B1}) = \hat{X}_{D1}$	$R_{2k}(\hat{X}_{A0}) = \hat{X}_{C0}$	$R_{2k}(\hat{X}_{C0}) = \hat{X}_{A0}$	$R_{2k}(\hat{X}_{C0}) = \hat{X}_{A0}$
$T_{2k}(X_{B1}) = \hat{X}_{D1}$	$T_{2k}(X_{D1}) = \hat{X}_{C0}$	$T_{2k}(X_{C0}) = \hat{X}_{A0}$	$T_{2k}(X_{A0}) = \hat{X}_{A0}$
$R_{2m}(\hat{X}_{B1}) = \hat{X}_{A0}$	$R_{2m}(\hat{X}_{A0}) = \hat{X}_{B1}$	$R_{2m}(\hat{X}_{C0}) = \hat{X}_{D1}$	$R_{2m}(\hat{X}_{C0}) = \hat{X}_{D1}$
$T_{2m}(X_{B1}) = \hat{X}_{A0}$	$T_{21m}(X_{D1}) = \hat{X}_{B1}$	$T_{2m}(X_{C0}) = \hat{X}_{D1}$	$T_{2m}(X_{A0}) = \hat{X}_{D1}$
$R_{2i}(\hat{X}_{B1}) = \hat{X}_{C0}$	$R_{2i}(\hat{X}_{A0}) = \hat{X}_{D1}$	$R_{2i}(\hat{X}_{C0}) = \hat{X}_{B1}$	$R_{2i}(\hat{X}_{C0}) = \hat{X}_{B1}$
$T_{2i}(X_{B1}) = \hat{X}_{C0}$	$T_{2i}(X_{D1}) = \hat{X}_{D1}$	$T_{2i}(X_{C0}) = \hat{X}_{B1}$	$T_{2i}(X_{A0}) = \hat{X}_{B1}$

Аналогичная матрица получается и для трансформаций третьего блока.

Трансформации, 3 блок W_3

$T_{30}(X_{B0}) = \hat{X}_{B0}$	$T_{30}(X_{D0}) = \hat{X}_{C1}$	$T_{30}(X_{C1}) = \hat{X}_{C1}$	$T_{30}(X_{A1}) = \hat{X}_{C1}$
$R_{3k}(\hat{X}_{B0}) = \hat{X}_{D1}$	$R_{3k}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{A0}$	$R_{3k}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{A0}$	$R_{3k}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{A0}$
$T_{3k}(X_{B0}) = \hat{X}_{D1}$	$T_{3k}(X_{D0}) = \hat{X}_{A0}$	$T_{3k}(X_{C1}) = \hat{X}_{A0}$	$T_{3k}(X_{A1}) = \hat{X}_{A0}$
$R_{3m}(\hat{X}_{B0}) = \hat{X}_{A0}$	$R_{3m}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{D1}$	$R_{3m}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{D1}$	$R_{3m}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{D1}$
$T_{3m}(X_{B0}) = \hat{X}_{A0}$	$T_{3m}(X_{D0}) = \hat{X}_{D1}$	$T_{3m}(X_{C1}) = \hat{X}_{D1}$	$T_{3m}(X_{A1}) = \hat{X}_{D1}$
$R_{3i}(\hat{X}_{B0}) = \hat{X}_{C1}$	$R_{3i}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{B0}$	$R_{3i}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{B0}$	$R_{3i}(\hat{X}_{C1}) = \hat{X}_{B0}$
$T_{3i}(X_{B0}) = \hat{X}_{C1}$	$T_{3i}(X_{D0}) = \hat{X}_{B0}$	$T_{3i}(X_{C1}) = \hat{X}_{B0}$	$T_{3i}(X_{A1}) = \hat{X}_{B0}$

Итак, мы рассмотрели основные виды унарных операций традиционного Аристотелева семантического универсума.

2. Рассмотрим первое уравнение системы (I) с учетом на бесконечности В случае В)

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 w}{d\xi^4} - \frac{N_1}{D} \frac{d^2 w}{d\xi^2} + \frac{k}{D} w = \frac{4}{3} \frac{1}{D} \left(1 - \xi + \frac{\xi^2}{2} \right) \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right) \frac{5}{2} \\ c e^{-\frac{k}{\eta} \xi} - \frac{\omega}{\eta} \frac{1}{\left(\frac{k}{D} \right)^2 + \omega^2} \cos \omega t + \left[\frac{k}{\eta^2} \frac{1}{\left(\frac{k}{\eta} \right)^2 + \omega^2} - 1 \right] \sin \omega t = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

При граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \quad w|_{\xi=0} = 0 \text{ скользящий} \\ \frac{d^2 w}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = 0; \quad \frac{d^3 w}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} = 0 \text{ свободный} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Общее решение:

Корни характеристического уравнения

$$N_1^2 - 4kD > 0; \lambda_{1,3} = \pm \sqrt{\alpha - \beta}; \alpha = 2; \beta = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} W(\xi) = C_1 e^{\sqrt{\alpha + \beta} \xi} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha + \beta} \xi} + C_3 e^{\sqrt{\alpha - \beta} \xi} + C_4 e^{-\sqrt{\alpha - \beta} \xi} + \\ + \frac{1}{K} \left[\frac{2}{3} \xi^2 - \frac{4}{3} \xi + \frac{4}{3} \left(1 + \frac{N}{K} \right) \right] \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right) \frac{5}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

На основании 11 из 12 получим:

$$\begin{aligned} W(\xi) = \frac{q_k}{K} \frac{1}{6\Delta} \{ 4[(7 - 4\sqrt{3})(\beta - sh\beta) - (2 - \sqrt{3})ch\beta + 3(2 - \sqrt{3})\beta sh\beta] sh\alpha\xi - 12(7 - 4\sqrt{3})(2 - \alpha sh\beta) ch\alpha\xi - \\ - 4(2 + \sqrt{3}) ch(\alpha\xi - \alpha) - 2(\alpha + \beta) sh[\alpha\xi - (\alpha - \beta)] + 12(3 - \sqrt{3}) ch[\alpha\xi - (\alpha - \beta)] + 2(\alpha - \beta) sh[\alpha\xi - (\alpha + \beta)] + \\ + 12(\sqrt{3} - 1) ch[\alpha\xi - (\alpha + \beta)] + 4[(7 + 4\sqrt{3})(\alpha - sha) - (2 + \sqrt{3})cha + 3(2 + \sqrt{3})asha] sh\beta\xi - 12(7 + 4\sqrt{3})(2 - \\ - \beta sh\alpha) ch\beta\xi - 4(2 - \sqrt{3}) ch(\beta\xi - \beta) - 2(\alpha + \beta) sh[\beta\xi + (\alpha - \beta)] + 12(3 + \sqrt{3}) ch[\beta\xi + (\alpha - \beta)] - 2(\alpha - \beta) sh[\beta\xi - \\ - (\alpha + \beta)] - 12(1 + \sqrt{3}) ch[\beta\xi - (\alpha + \beta)] \} + \frac{4}{3} \frac{1}{K} \left(\frac{1}{2} \xi^2 - \xi + 3 \right) \cdot \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda_k' \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right) \frac{5}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь:

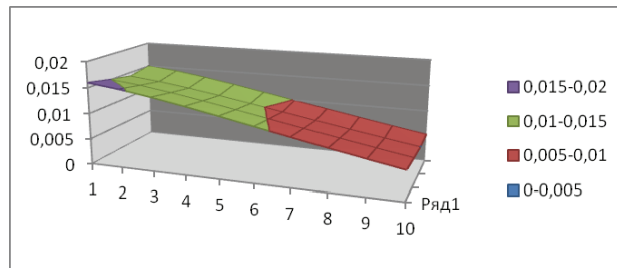
$$\Delta = 14 + ch(\alpha + \beta) - 3ch(\alpha - \beta)$$

Построить график функции $w = w(\xi, \lambda'_k)$ из формулы (7) – (9) при следующих данных:

$$w = w(\xi, \lambda'_k): \frac{N}{Q} = 0,5; k = 3; \gamma^2 = 0,2; \lambda'_k = 1; \alpha = \sqrt{2\sqrt{3}}$$

$$\lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{4N}{Q} \right) \right\}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\} L; L = \{1; 10; 100; 1000\}; L = 1.$$

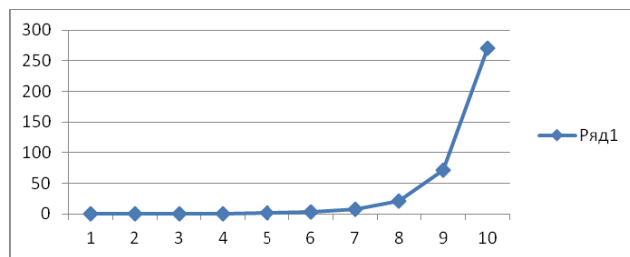


Построить график функции $t = f(c = \xi_{крит})$ из уравнения (4) при следующих данных:

$$\eta = 3,6; k = 10,9; c = \{0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3\}$$

Построить график изменения плотности поперечного сечения резервуара на отрезке $0 \leq x \leq 1$ при следующих данных:

$$\rho(\xi) = \frac{\rho_2}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}}, \text{ где } a = 0,75; \sigma = 0,2; \rho_2 = \rho(0,3) = const$$



Из данных конкретного месторождения

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\} L; L = \{1; 10; 100; 1000\}; L = 1.$$

Литература:

1. Schneider M. (и др.) Automatic construction of FCMs// Fussy Sets and Systems, 1998, V.93, (161 – 172).
2. Евсеев В.И., Вафин Ф.Ф. Моделирование логических форм// «Инициатива – 03», Казань, 2003, (80 – 83)
3. Евсеев В.И. Моделирование семантических структур // Информационные технологии в системе социально-экономической безопасности России и ее регионов, Казань, 2009, (139 – 146).

**Божанов Е.Т., Сатыбалдиев О.С., Касымбекова М.Т.,
Сахабаева А.Р., Койшыбаева Ж.Ж.,
Токбергенов Ж.Б.**
Казахский национальный технический университет им. К.И. Сатпаева
Алматинский технологический университет

ДВИЖЕНИЕ НЕФТЕГАЗОВОЙ СМЕСИ ПО НЕФТЕГАЗОВЫМ ТРУБАМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ $-N_{кр}$, КОГДА ФОРМА ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ТРАПЕЦИЕВИДНОГО ТИПА

Пусть математико-гидродинамическое моделирование резервуара, лежащего на основании типа Винклера под действием критической силы $-N_{кр}$ приводит к дифференциальному уравнению изогнутой оси поперечного сечения резервуара [1]-[4] к виду $\frac{d^2}{d\xi^2} \left[\varepsilon(\xi) \frac{d^2}{d\xi^2} \right] - N_1 \frac{d^2 w}{d\xi^2} + kw = \lambda_k \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1 + \lambda'_k \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2}$

$$ce^{-k/\eta'} - \frac{\omega}{\eta \left(\frac{k}{\eta} \right)^2 + \omega^2} \cos \omega t + \left[\frac{k}{\eta^2} \frac{1}{\left(\frac{k}{\eta} \right)^2 + \omega} - 1 \right] \sin \omega t = 0 \quad (1)$$

нагрузка упруго – вязкой среды со стороны нефтяной смеси представим в виде модели Фохта

$$P(t) = \eta \frac{dw}{dt} + kw \quad (1)$$

Изменение плотности поперечного сечения резервуара на отрезке $0 \leq x \leq L$

$$P(\xi) = \frac{\rho}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

При предположениях:

$$2\varepsilon'(\xi)\frac{d^3w}{d\xi^3} + \varepsilon''(\xi)\frac{d^2w}{d\xi^2} = 0 \quad (3)$$

$$w(t) = \frac{1}{\eta\left(\frac{k}{\eta}\right)^2 + \omega^2} + \left[\frac{k}{\eta} \sin \omega t - \omega \cos \omega t \right] = ce^{-\frac{k_i}{\eta}}$$

В следующих случаях:

А) –случай $\frac{N_1^2}{4kD} = 1; \frac{k}{D} = 12; \alpha = \sqrt{2\sqrt{3}}$

В) – случай $\frac{N_1^2}{4kD} = 1; \frac{k}{D} = 12; \alpha = \sqrt{3}$

С--случай $\frac{N_1^2}{4kD} = 1; \frac{k}{D} = 12; \alpha = \sqrt[4]{3};$

1.Рассмотрим первое уравнение системы (I) с учетом на бесконечности
Случай А)

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4w}{d\xi^4} - \frac{N_{\text{крит}}}{D} \frac{d^2w}{d\xi^2} + \frac{k}{D} = \frac{1}{D} (1-\xi) 2/3 \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda'_k \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \\ ce^{-k/n} - \frac{\omega}{\eta\left(\frac{k}{\eta}\right)^2 + \omega^2} \cos \omega t + \left[\frac{k}{\eta^2} \frac{1}{\left(\frac{k}{\eta}\right)^2 + \omega} - 1 \right] \sin \omega t = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \quad w \Big|_{\xi=0} = 0 \text{ скользящий} \\ \frac{d^2w}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = 0; \quad \frac{d^3w}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} = 0 \text{ свободный} \\ \lim_{\xi \rightarrow \infty} e^{\alpha\xi} = \infty; \quad \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{k}{L} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$w(x) = c_1 e^{\alpha\xi} + c_2 e^{-\alpha\xi} + c_3 \xi e^{\alpha\xi} + c_4 \xi e^{-\alpha\xi} + \frac{1}{k} (1-\xi) \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda'_k \gamma^2} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2} \quad (6)$$

На основании граничных условий (5), решая аналогичным образом (4) получим:

$$w(x) = \frac{q_k}{k} \frac{\alpha}{2\Delta} \left\{ (1+2\alpha)e^{-\alpha\xi} - \alpha[(1+\alpha) - (2+\alpha)(4-\alpha)]\xi e^{-\alpha\xi} + 2(1-\xi) \right\} \quad (7)$$

Здесь $\Delta = \alpha[4 + (4\alpha^2 - 2\alpha + 1)e^{-2\alpha}]$ (8)

$$\frac{q_k}{k} = \frac{2}{3} \frac{N}{Q} \gamma^2 \frac{1}{1+\lambda'_k \gamma^2} \frac{1}{k}; \quad \lambda'_k = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{4N}{Q} \right) \right\} \quad (9)$$

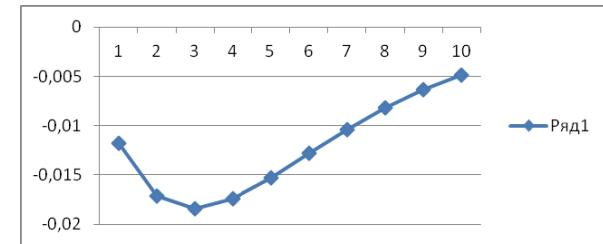
$$\frac{N}{Q} = \{0,7; 1; 3\}; \quad \gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}; \quad \alpha = \sqrt{2\sqrt{3}}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}; \quad L = \{1; 10; 100; 1000\}$$

Построить график функции из формулы (7)-(9) при следующих данных:

$$w = w(\xi): \frac{N}{Q} = 0,5; k = 3; \gamma^2 = 0,2; \lambda'_k = 1/3$$

$$\alpha = \sqrt{2\sqrt{3}}; \xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0\}; \quad L = \{1; 10; 100; 1000\} \quad L = 1$$



Построить график функции $w = w(\xi, \gamma^2)$ из формулы (7) – (9) при следующих данных:

$$w = w(\xi, \gamma^2): \frac{N}{Q} = 1,5; k = 27; \gamma^2 = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}; \lambda'_k = 1; \alpha = \sqrt{2\sqrt{3}}$$

$$\xi = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}; \quad L = \{1; 10; 100; 1000\}; \quad L = 1.$$

