

Iiyassova G.B., Makhanova A.S.

**Using of system of computer mathematics for development of spatial representations**

The article is considered the possibilities of using systems of computer mathematics, which are an effective remedy for management of cognitive activity and formation of spatial concepts, for the development of spatial representations of students. Relevance of article is caused by search of ways of disposal of a formalism at development of fundamental knowledge by students, development of their logical thinking and spatial representations, formation of uniform concepts about value of geometrical objects, and also need of development of abilities of use of the mastered knowledge for non-standard situations.

**Keywords:** spatial representation system of computer mathematics, dynamic animation model.

УДК 615.015.3

**А.Қ. Тәжібек, А.А.Куйкабаева, Э.М. Зульбухарова, А.З. Нурмуханова**

(Өл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан Республикасы,

[tazhibek.abay@gmail.com](mailto:tazhibek.abay@gmail.com))

**РЕНТГЕНДІК КОМПЬЮТЕРЛІК ТОМОГРАФИЯ КЕЗІНДЕГІ СӘУЛЕЛЕНУ ДОЗАСЫН АНЫҚТАУ ӘДІСТЕРІН ТАЛДАУ**

**Аңдатпа.** Мақалада рентгендік компьютерлік томография (КТ) кезіндегі науқастарға радиациялық әсерді бақылау қарастырылды. КТ кезіндегі науқастарға әсер ететін сәулелену дозасын анықтаудың кең таралған әдістерін негізге ала отырып, КТ индекс дозасы шамасының қалыптасуына әсер ететін физикалық факторлар талданды. Ғылыми мақаланың нәтижесі ретінде осы әдістің кемшіліктері талданды және әдістің дәлдігін арттыру жолдары келтірілді.

**Кілт сөздер:** Компьютерлік томография, КТ доза индексі, сәулелену дозасы, дозиметрлік параметр, эффективті сәулелену дозасы.

Иондаушы сәулелену медицинада кеңінен қолданылады және оның диагностикаға, терапияға қосатын үлесі даусыз. Дегенмен, иондаушы сәулені қолдану, адам ағзасының радиациялық зақымдануына байланысты, қауіпті. Компьютерлік томография әдісі КТ сканерлеу кезіндегі деректерді сандық өңдеу негізінде компьютерлік анатомиялық визуализация идеясын жүзеге асыруға мүмкіндік береді. Бірақ КТ науқас үшін сәулелену дозасы жоғары әдіс болып табылады. Соңғы жылдары КТ зерттеулер саны өсуіне байланысты жеке және ұжымдық сәулелену дозасы артуда. Сондықтан КТ сканерлеу технологиясының өзгеруіне сәйкес жеке радиациялық доза көрсеткіштерін есептеу әдісін жетілдіру арқылы КТ кезіндегі дозалардың тиімді мониторингін қамтамасыз ету қажет.

**Дозиметрлік параметрдің эволюциясы.** КТ кезіндегі ағзада және теріде жұтылған доза мен эффективті дозаны бағалау үшін мынадай екі шама қолданылады: *CTDI* және *DLP*. *CTDI* шамасы алғашында бір өстік тілімді сканерлеу үшін 1981 жылы енгізілген және ол дененің өсі бойымен жұтылған дозаның орташа мәнін сипаттайды. Бұл шама осы периодтан бастап 1999 жылға дейін бірқатар өзгерістерге ұшырады, математикалық анықтамалар мен олардың сипаттамалары төмендегі кестеде келтірілген, бұл жерде:  $D(z) - Z$  өсі бойымен радиациялық доза профилі,  $N$  – томографиялық тілімдер саны,  $T$  – томографиялық тілімнің қалыңдығы [3].

Бұл периодқа дейін науқастың КТ кезіндегі алатын дозаларды бағалау әдістері тек бір ғана сканерлеу дозасын өлшеуге мүмкіндік берді. Атап айтқанда, сәулелену дозасын түтіктің тек бір ғана айналу шыңында және тек бірғана позицияда өлшеуге болатын еді, бұл өз кезегінде ересек науқастың жұтылған дозасы толық бағалауға кедергі келтірді. Толық бағалаудың себебі өлшеу кезінде шашыраңқы радиация мен жартылай көлеңкеден туындаған «Tails» дозаларды елемеу (сурет 1а). «Tails» бойлық өсі бойымен сканерлеу серияларынан жинақталған жалпы дозаны есептеу барысында маңызды рөл атқарады (сурет 1б). Теориялық тұрғыдан *CTDI* «Tails» дозасының профилдерінің қосатын үлесі өлшеу нәтижесіне енгізілуін талап етеді. Осы критерийді қанағаттандыру үшін қажет интегралдау шектері сәуле таралатын ортаға және сәулелену шоғырының еніне байланысты. *CTDI* өлшеуін стандарттау үшін интегралдау шектері  $\pm 7 T$  болатын *CTDI<sub>FDA</sub>* шамасы енгізілді, бұл жерде  $T$  тілімнің

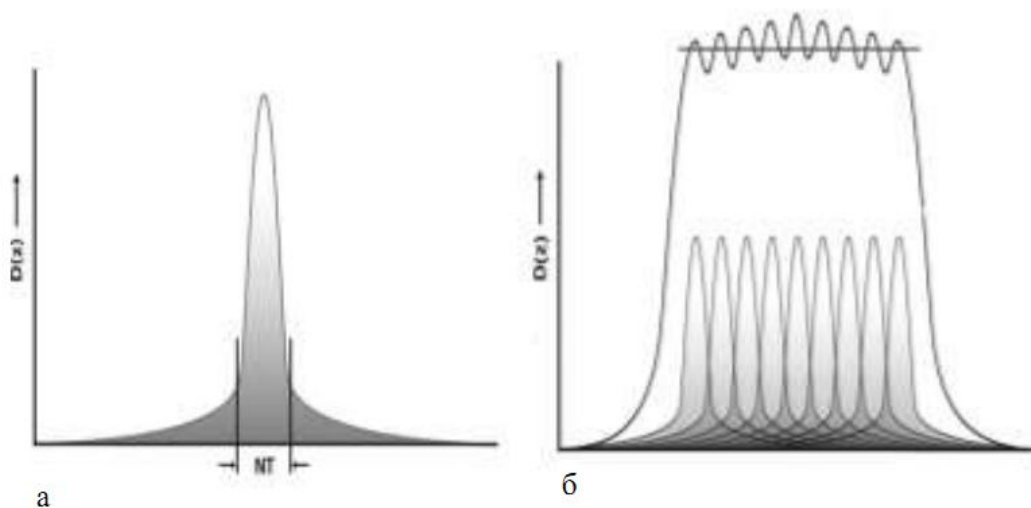
## • Физико-математические науки

номиналды ені. Алайда бұл технология 1984 жылы қол жетімді болды, бірақ КТ сканерлеу технологиясының жетілмегеніне байланысты  $N \cdot T$  интегралдау шектерін қолданудың қажеті болмады [8].

Спиральдік компьютерлік томографтардың пайда болуына байланысты  $CTDI_{100}$  шамасы енгізілді.  $CTDI_{100}$  иондаушы камераның ұзындығы 100 мм «карандаш» және екі стандартты акрилдік фантомдар көмегімен өлшенеді.  $CTDI_{FDA}$  сияқты  $CTDI_{100}$  бір өстік сканерлеу үшін дозаны интегралдауды талап етеді [3,8].

CTDI анықтамасының вариацияларының математикалық сипаттамасы

Доза индексі	Математикалық өрнегі	Сипаттамасы
$CTDI$	$CTDI = \frac{1}{N \cdot T} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} D(z) dz$	Бірнеше ТЛД (термолюми- -несценттік детекторлар) немесе бір иондаушы камера көмегімен өлшенеді
$CTDI_{FDA}$	$CTDI_{FDA} = \frac{1}{N \cdot T} \cdot \int_{-7}^7 D(z) dz$	Дұрыс интегралдау шектерін алу үшін ТЛД көмегімен өлшенеді
$CTDI_{100}$	$CTDI_{100} = \frac{1}{N \cdot T} \cdot \int_{-50}^{50} D(z) dz$	«Карандашты» иондаушы камера көмегімен өлшенеді
$CTDI_w$	$CTDI_w = \frac{1}{3} * CTDI_c + \frac{2}{3} * CTDI_p$	$CTDI_{100}$ өлшеуі қолданылады
$CTDI_{vol}$	$CTDI_{vol} = \frac{CTDI_w}{p}$	$CTDI_w$ өлшеуі қолданылады



**1-сурет.** а) Бір өсті сканерлеу жазықтығына перпендикуляр сызық бойымен сәулелену дозасының профилі.  
б) Сканерлеу өсіне перпендикуляр, көршілес тоғыз өстің сәулелену дозасының жалпы профилі

$CTDI$  әдетте дененің орталығына карағанда дененің үстінгі бетінде екі есе жоғары. Сондықтан келесі мән енгізіледі – өлшенген  $CTDI$  ( $CTDI_w$ ). Бұл индекс бір тілім шегіндегі келтірілген орташа дозаны анықтау үшін қолданылады, фантом орталығында  $CTDI_{100}$  үштен бір бөлігі, фантом шеттерінде  $CTDI_{100}$  үштен екі бөлігі ретінде анықталады [5]. Спиральдік сканерлер үшін  $CTDI_{vol}$  (көлемдік өлшенген  $CTDI$ ) дозиметрлік параметрі пичтти ескере отырып есептелінеді. Тілімдер арасындағы интервалсыз сканерлеу технологиясы қоладанылатын сканерлер үшін  $CTDI_{vol} = CTDI_{100}$  [3].

**Дозалар және олардың өлшем бірліктері.** Доза – сәулеленген затпен жұтылған иондаушы энергия.

Жұтылған доза ( $D$ ) – затқа берілген иондаушы сәулеленудің энергия мөлшері:

$$D = \frac{dE}{dm}$$

Бұл жерде:  $dE$  – иондаушы сәулелену көзімен затқа берілген орташа энергия,  $dm$  – заттың массасы.

СИ жүйесінде жұтылған дозаның өлшем бірлігі грей джоульдің килограммға қатынасы ( $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$ ), грейге дейін негізгі өлшем бірліктер жүйесіне жатпайтын рад = 100 эрг/г (0,01 Гр) өлшем бірлігі қолданылды.

Рад – негізгі өлшем бірліктер жүйесіне жатпайтын жұтылған дозаның өлшем бірлігі. Сәулелену 100 эрг энергиясының 1 грамм массаға қатынасы («Грейдің» жүзден бір бөлігі).

$$1 \text{ рад} = 100 \text{ эрг/г} = 0,01 \text{ Дж/кг} = 0,01 \text{ Гр} = 2,388 \cdot 10^{-6} \text{ кал/г}$$

Грей – СИ жүйесіндегі жұтылған дозаның өлшем бірлігі, 1 Дж сәулелену энергиясың 1кг массаға қатынасы.

Эквивалентті доза ( $D_{TR}$ ) – биологиялық объект үшін салмақтық коэффициентті ( $W_R$ ) ескере отырып есептелінетін жұтылған доза:

$$D_{TR} = D \cdot W_R$$

бұл жерде  $D_{TR}$  – орган немесе ұлпада ( $T$ ) жұтылған орташа доза,  $W_R$  –  $R$  сәулелену түрі үшін салмақтық коэффициент.

Ескерту. Бұл формулаға дейін эквивалентті дозаны есептеу барсында «сәулеленудің сапа коэффициенті» және «салыстырмалы биологиялық эффективтілік» түзету коэффициенттері қолданылған. Олар биологиялық объектінің әр түрлі сәулелену түрлерінде бірдей жұтылған дозаның әсерін бағалау қызметін атқарған, қазір бұл коэффициенттер сәулеленудің жеке түрлеріндегі эквивалентті дозаны есептеудің салмақтық коэффициенті деп аталады. Салмақтық коэффициенті әр түрлі бірнеше сәулелену түрлері әсер еткенде эквиваленттік доза барлық эквиваленттік дозалардың қосындысына тең

$$D_T = \sum D_{T,R}$$

Эквивалентті дозаның өлшем бірлігі – зиверт (Зв).

Экспозиционды доза ( $D_E$ ) – ауаның иондалуы арқылы анықталатын рентгендік және гамма сәулеленудің сандық сипаттамасы.

Эффективті доза ( $D_{ET}$ ) – адам органдарының және ұлпаларының радиосезімталдығын ескере отырып бекітілетін ең оптимальды сәулелену дозасы. Эффективті доза эквивалентті дозалардың жалпы қосындысына тең:

$$D_{ET} = D_T \cdot \sum W_T$$

Эффективті дозаның өлшем бірлігі – зиверт (Зв).

Бэр – рентгеннің биологиялық эквивалентті (кейбір кітаптарда – рад). Негізгі өлшем бірліктер жүйесіне жатпайтын эквивалентті дозаның өлшем бірлігі. Жалпы жағдайда:

$$1 \text{ бэр} = 1 \text{ рад} \cdot K = 100 \text{ эрг/г} \cdot K = 0,01 \text{ Гр} \cdot K = 0,01 \text{ Дж/кг} \cdot K = 0,01 \text{ Зв}$$

Медициналық практика дозаны бағалаған кезде 1 рентген экспозиционды доза 1 рад жұтылған дозаға және 1 бэр эквивалентті дозаға тең ( $K=1$  болған жағдайда), өте аз қателікті ескермейтін болсақ 1 Р, 1 рад және 1 бэр тең деп есептеуге болады.

Сәулеленудің сапа коэффициенті  $K=1$  болған жағдайда 1 бэр 1 рад жұтылған дозаға тең [4].

**Эффективті дозаны есептеу.** КТ зерттеу барысында жұтылған дозаны анықтау үшін  $DLP$  дозиметрлік параметрі есептелінеді:

$$DLP = CTDI_{vol} \cdot L,$$

бұл жерде  $L$  – сканерлеу аймағының ұзындығы.

Эффективті дозаны  $E$  есептеу үшін мына формуланы қолданамыз:

$$E = DLP \cdot E_{DLP},$$

бұл жерде  $E_{DLP}$  – белгілі бір анатомиялық облысқа сәйкес келетін қайта есептеу коэффициенті.

**Есептеу әдісі.** Сәулелену дозасын анықтаудың екінші бір әдісі есептеу әдісі. Ол әдістің көмегімен келесідегідей кіріс ақпараттарын қолдана отырып дозаның таралуын есептеуге болады: КТ сканер маркасы және үлгісі, зерттеу ауданы және оның ұзындығы, зерттеу протоколының техникалық параметрлері. Науқас үшін арналған Монте – Карло есептеу әдісі арқылы алынған мәліметтерді қолданып бағдарлама автоматты түрде есептеу жүргізеді [7]. Өлшеу нәтижесінде КТ сканердің белгіленген параметрлері үшін  $CTDI$ ,  $DLP$  және эффективті доза мәндерін аламыз [1].

**Өлшеу нәтижелерін талдау.**  $CTDI_{vol}$  және сонымен байланысты барлық шамалар нақты сканерлеу әдістері кезінде КТ зерттеу сапасын қадағалау және шығыс параметрлерін жеілдіру үшін кеңінен қолданылады. Сондықтан науқастың жұтылған дозаларын тікелей өлшеуге болмайды, бұл дозалар стандартталған дозалар болып табылады.  $CTDI$  сканерден шығатын сәулеленің жақсы өлшемі, алайда оның өз кемшіліктері бар.  $CTDI$  екі стандартты акрилдік фантомдардың, өлшемі, формасы және сәулеленудің әлсәреу дәрежесі адам денесінің биофизикалық және анатомиялық құрылымдарына сәйкес келмейтін, көмегімен өлшенеді. Соңғы жылдары Монте – Карло әдісіне негізделі отырып көптеген бағдарламалық пакеттер жасалғанымен, олар науқастың геометриялық параметрлерін ескермейді және «стандартты» дененің математикалық моделін қолданамыз. Осының бәрі балалар мен арық денелі науқастар үшін орташа дозаның төмендеуіне және толық денелі науқастар үшін орташа доза жоғарылауына алып келеді. Сонымен қатар, ұзындық бойынша интегралдау шектері 100 мм шартын сәулеленің номиналды ені бірнеше сантиметр болатын «Tails» дозаларын есептеу үшін пайдалануға болады. Дегенмен деректер енінің үлкеюі, коллимацияның дамуы және компьютерлік томографтарда конустық сәулелердің енуіне байланысты  $CTDI$  әдісінің дәлдігі төмендеді. 1999 жылдан бері бұл шама өзгеріске ұшырамады, 2001 – 2002 жылдардан бастап көптілімді томографтар кеңінен тарала бастады.

КТ кезіндегі дозаларды есептеуге КТ сканерлеудің мәліметтерін қолдануға кеңес беріледі. Адам денесі күрделі гетерогендік құрылым. Науқастың анатомиялық КТ деректерін қолдана отырып,  $CTDI$  параметріне түзетулер енгізуге болады. Бұндай тәсіл адамның жеке органдарына және ағсанына түсетін индивидуалдық дозаларды дәл анықтауға болады.

Дозаны анықтаудың екі негізгі әдісі қарастырылды. Олар:  $CTDI$  және компьютерлік моделдеуді қолдана отырып дозаларды есептеу. Бірінші әдіс фантомдық КТ – дозиметрияға негізделген.  $CTDI$  шамасын өлшеуге кезінде стандартты дозиметрлік акрилдік фантомдар қолданылады. Бұл кезде эффективті дозаны анықтау үшін  $DLP$  шамасын эмпирикалық жолмен анықталған қайта есептеу коэффициентіне көбейтеміз. Екінші әдіс: стандартты фантомда дозаның таралуын моделдеу арқылы және программа автоматты түрде жүргізген есептеулер нәтижесінде  $CTDI$ ,  $DLP$  және эффективті доза мәндері анықталады. Алайда бұл екі әдістеде эффективті дозаны есептеуге арналған жалпылама және біріңғай әдіс қолданылады, сол себепті әр науқас үшін индивидуалды дозаны есептеу мүмкін емес.

Жасалған жұмыста КТ зерттеу кезінде сәулелену дозаларын анықтаудың кең тараған әдістері қаралды. Бұл әдістер 1981 жылдан бері аса қатты өзгеріске ұшырамаған.  $CTDI$  шамасының интерпретациясы мен эволюциясы және осы әдістің кемшіліктері келтірілді.

КТ зерттеу кезіндегі алдыңғы әдістердің кемшіліктерін ескере отырып және томографтардың барлық түрлеріне сай келетін сәулелену дозасын есептеудің жаңа әдісін жасау ұсынылады. Жасалатын әдіс адам денесінің геометриялық ерекшеліктеріне, әр орган үшін сәулелену дозасын теориялық есептеуге және сканерлеу уақытына негізделеді.

ӘДЕБИЕТТЕР

- [1] Дозовые нагрузки при компьютерно-томографических исследованиях / С.А. Хоружик, Г.В. Чиж, Е.В. Богушевич, Г.В. Гацкевич, Д.С. Кандыбович, С.А. Мацкевич, С.А. Уголькова, Ж.В. Бичан, С.В. Семенов // Известия НАН Беларуси. Серия медицинских наук. – 2009. – № 1. – С. 14-22.
- [2] Marcus Suderberg Image Quality Optimisation and Dose Management in CT, SPECT/CT, and PET/CT. – Lund University. – 2012. – P. 19-22.
- [3] The Measurement, Reporting, and Management of Radiation Dose in CT // Report of AAPM Task Group 23: CT Dosimetry. – 2008. – P. 6-11.
- [4] CT Dose Index and Patient Dose: They Are Not the Same Thing / H. McCollough Cynthia, Leng Shuai, Yu Lifeng, D. Cody Dianna, M. Boone John, F. McNitt-Gray Michael. – Radiology. – 2011. – 259. – № 2. – P. 311-316.
- [5] Size-Specific Dose Estimates in Pediatric and Adult Body CT Examinations // Report of AAPM Task Group 204. – 2011. – P. 2-7.
- [6] Ioannis A Tsalafoutas Patient dose considerations in computed tomography examinations / A Tsalafoutas Ioannis, V Koukourakis Georgios // World Journal of Radiology. – 2010. – 2. – № 7. – P. 262-268.
- [7] Comprehensive Methodology for the Evaluation of Radiation Dose in X-Ray Computed Tomography // Report of AAPM Task Group 111. – 2010. – P. 11-17.
- [8] Lifeng Yu Radiation dose reduction in computed tomography: techniques and future perspective / Yu Lifeng, Liu Xin, Leng Shuai, M Kofler James, C Ramirez-Giraldo Juan, Qu Mingliang, Christner Jodie, G Fletcher Joel, H McCollough Cynthia // Imaging Med. – 2009. – №1 (1). – P. 65-84.

Тәжібек А.Қ., Куйкабаева А.А., Зулбухарова Э.М., Нурмуханова А.З.

**Анализ методик определения дозы облучения в рентгеновской компьютерной томографии**

**Резюме:** Рассмотрены методики определения доз облучения при КТ и проявлены недостатки, эволюция КТ и способы улучшения.

**Ключевые слова:** компьютерная томография, индекс дозы КТ, доза облучения, эффективная доза, дозиметрический параметр.

Tazhibek A., Kuikabaeva A.A., Zulfukharova E.M., Nurmukhanova A.Z.

**Analysis techniques in determining exposure dose in X-ray computed tomographs**

**Summary:** Consideration of the methodology for determining the radiation doses in CT and identified weaknesses, the evolution of CT and ways to improve.

**Key words:** computed tomography, dose index CT, the radiation dose, dosimetric parameters, effective dose.

УДК 621.74:51.001.57.1

**О.В. Жирнова, А.А. Тилеубаева, А. Жаханов, С.Жумабек**

(Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан, г. e-mail: [oxana\\_fedoseyeva@mail.ru](mailto:oxana_fedoseyeva@mail.ru))

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ СЖИГАНИЯ БИОГАЗА С ДИСКРЕТНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА ПРОГРАММ МАТНЛАВ**

**Аннотация.** Разработана математическая модель информационно-управляющих систем с дискретным регулированием балластной нагрузки. Приведены результаты численных расчетов вектор-матрицы напряжений, токов и потокосцеплений генератора, матрицы нагрузки, матрицы активных и индуктивных сопротивлений эквивалентной нагрузки и генератора, тормозного момента генератора и вращающего момента турбины, момента инерции вращающихся частей электроустановки, энергии водотока. Определено время изменения величины балластной нагрузки. Выведены переходные процессы внезапного изменения нагрузки в очистных сооружениях с частотной системой стабилизации.

**Ключевые слова.** Гидротурбина, синхронный генератор, цифровой регулятор частоты, частотно-регулируемый автобалласт, балластная нагрузка, автономная электроустановка.

Машинно-вентильные системы генерирования и стабилизации параметров электроэнергии полученной при сжигании биогаза подразделяются на системы стабилизации частоты выходного