МАССАЛАРЫ ӘРТҮРЛІ ҚАРҚЫНДА ИЗОТРОПТЫ ТҮРДЕ ӨЗГЕРЕТІН ҮШ ДЕНЕ МӘСЕЛЕСІ

Г.М. МАЕМЕРОВА

Накты аспан денелері бейстационар. Уакыт өте олардың массалары, өлшемдері, пішіндері және массаның таралу заңдылыктары өзгеріп отырады. Бұл үрдістер екілік және еселі жүйелерде жиі кездеседі. Сондыктан массалары әртүрлі каркында изотропты түрде өзгеретін үш дене мәселесі қарастырылады. Денелерді материалдык нүктелер деп есептейміз. Квазиконустык қима бойымен апериодтык қозғалыстың, сондай-ақ ұйытку теориясының негізінде [1] массалары айнымалы үш дене-нүкте мәселесінің ғасырлык ұйытқулары зерттелінеді.

Якоби координаталар жүйесінде [1,2] массалары айнымалы және әртүрлі қаркында изотропты түрде өзгеретін өзара гравитациялаушы үш дененің қозғалысын карастырайык.

$$m_i = m_i(t), \qquad \frac{\dot{m}_i}{m_i} \neq \frac{\dot{m}_j}{m_j}, \qquad i \neq j \tag{1}$$

$$\mu_1 \ddot{\vec{r}}_1 = grad_{\vec{r}_1} U, \qquad \mu_2 \ddot{\vec{r}}_2 = grad_{\vec{r}_2} U - \mu_2 (2\dot{\nu}_1 \dot{\vec{r}}_1 + \ddot{\nu}_1 \vec{r}_1), \tag{2}$$

мұндағы

$$\mu_1 = \frac{m_1 m_0}{m_0 + m_1} \neq const, \qquad \mu_2 = \frac{m_2(m_1 + m_0)}{m_0 + m_1 + m_2} \neq const, \tag{3}$$

$$U = f\left(\frac{m_0 m_1}{r_{01}} + \frac{m_0 m_2}{r_{02}} + \frac{m_1 m_2}{r_{12}}\right), \tag{4}$$

$$r_{01}^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = r_1^2, \qquad r_2^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2, \tag{5}$$

$$r_{02}^2 = (x_2 + \nu_1 x_1)^2 + (y_2 + \nu_1 y_1)^2 + (z_2 + \nu_1 z_1)^2, \tag{6}$$

$$r_{12}^2 = (x_2 - \nu_0 x_1)^2 + (y_2 - \nu_0 y_1)^2 + (z_2 - \nu_0 z_1)^2, \tag{7}$$

$$\nu_1 = \frac{m_1}{m_0 + m_1} \neq const, \qquad \nu_0 = \frac{m_0}{m_0 + m_1} \neq const. \tag{8}$$

Енді (2) қозғалыс теңдеуімен сипатталатын есепті зерттейік. Бұл мәселеде ұйытқыған қозғалыс теңдеулері мына түрде болады:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\Lambda}_i = \frac{\partial R_i^*}{\partial \lambda_i}, \quad \dot{\xi}_i = \frac{\partial R_i^*}{\partial \eta_i}, \quad \dot{p}_i = \frac{\partial R_i^*}{\partial q_i}, \\ &\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial R_i^*}{\partial \Lambda_i}, \quad \dot{\eta}_i = -\frac{\partial R_i^*}{\partial \xi_i}, \quad \dot{q}_i = -\frac{\partial R_i^*}{\partial p_i}, \quad i = 1,2. \end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

мұндағы R_{1sec}, R_{2sec}, - сәйкесінше келесі өрнектердің ғасырлық бөлігі.

$$R_1 = \frac{1}{\gamma_1^2(t)} \cdot \frac{\beta_1^4}{2\mu_{10} L_1^2} + \frac{1}{\psi_1}\left[-\frac{b_1}{2}\gamma_1^2\rho_1^2 + f\left(\frac{m_0 m_2}{r_{02}} + \frac{m_1 m_2}{r_{12}} - \frac{m_2(m_0 + m_1)}{\gamma_2 \rho_2} \right) \right], \tag{10}$$

$$\begin{gathered} R_2 = \frac{1}{\gamma_2^2(t)} \cdot \frac{\beta_2^4}{2\mu_{20} L_2^2} + \frac{1}{\psi_2}\left[-\frac{b_2}{2}\gamma_2^2\rho_2^2 + f\left(\frac{m_0 m_2}{r_{02}} + \frac{m_1 m_2}{r_{12}} - \frac{m_2(m_0 + m_1)}{\gamma_2 \rho_2} \right) \right] - \\ - \frac{\mu_2}{\psi_2}\left[(2\dot{\nu}_1 \dot{x}_1 + \ddot{\nu}_1 x_1)x_2 + (2\dot{\nu}_1 \dot{y}_1 + \ddot{\nu}_1 y_1)y_2 + (2\dot{\nu}_1 \dot{z}_1 + \ddot{\nu}_1 z_1)z_2 \right], \end{gathered} \tag{11}$$

Егер (10)-(11) ұйытқушы функцияларды орташаласақ, онда $\dot{\Lambda}_1 = 0$, $\dot{\Lambda}_2 = 0$, ал Пуанкаре айнымалыларының екінші жүйесінің аналогтарындағы ғасырлық ұйытқу теңдеулері мына түрге келеді

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_i &= \frac{\partial R_{i\text{век}}}{\partial \eta_i}, \quad & \dot{p}_i &= \frac{\partial R_{i\text{век}}}{\partial q_i}, & \\ \dot{\eta}_i &= -\frac{\partial R_{i\text{век}}}{\partial \xi_i}, \quad & \dot{q}_i &= -\frac{\partial R_{i\text{век}}}{\partial p_i}, & (i = 1,2) \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

ал сәйкесінше ұйытқушы функцияның ғасырлық бөліктері мынадай

$$R_{1\text{век}} = \frac{1}{\gamma_1^2(t)} \cdot \frac{\beta_1^4}{2\mu_{10}\Lambda_1^2} + \frac{1}{\psi_1}\left[-\frac{b_1}{2}\gamma_1^2\rho_1^2 + f\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} \right) \right]_{\text{век}}, \tag{14}$$

$$\begin{gathered} R_{2\text{век}} = \frac{1}{\gamma_2^2(t)} \cdot \frac{\beta_2^4}{2\mu_{20}\Lambda_2^2} + \frac{1}{\psi_2}\left[-\frac{b_2}{2}\gamma_2^2\rho_2^2 + f\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} \right) \right]_{\text{век}} - \\ - \frac{\mu_2}{\psi_2}\left[(2\dot{\nu}_1 \dot{x}_1 + \ddot{\nu}_1 x_1)x_2 + (2\dot{\nu}_1 \dot{y}_1 + \ddot{\nu}_1 y_1)y_2 + (2\dot{\nu}_1 \dot{z}_1 + \ddot{\nu}_1 z_1)z_2 \right]_{\text{век}}, \end{gathered} \tag{15}$$

Денелердің массаларын шамалас, сондай-ақ массалардың өзгеру заңдылығын еркін, ал орбиталарының эксцентриситеттері мен көлбеуліктерін аз шамалар деп есептейміз. Аз шамаларға қатысты ұйытқушы функцияның өрнегінде екінші дәрежеге дейінгі мүшелер ғана ескерілген. Осындай жағдайда да керекті аналитикалық есептеулер өте үлкен. Осы жуықтауларға сәйкес Пуанкаре айнымалыларының екінші жүйесінің аналогтарында MATHEMATICA [3,4] аналитикалық есептеу жүйесінің көмегімен ұйытқушы функцияның өрнегі есептелінген.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Минглибаев М.Ж. Динамика нестационарных гравитирующих систем. – Алматы: Қазақ университеті, 2009. – 209 с.
2. Шарлье К. Небесная механика. - М., 1966. – 628 с.
3. Прокопеня А.Н. Решение физических задач с использованием системы MATHEMATICA. - Брест: Издательство БГТУ, 2005. – 260 с.
4. Minglibayev M., Mayemerova G. Secular perturbations in the three-body problem with variable masses // Computer algebra systems in teaching and research. – Siedlce: Wydawnictwo Collegium Mazovia, 2011. – 198 p.