

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН



ҚазҰТЗУ ХАБАРШЫСЫ _____

_____ **ВЕСТНИК КазНУТУ**

VESTNIK KazNRTU _____

№ 1 (131)

Ш. Оспанова, Ә. Жұмабаев, А. Нурмуханова, Б. Рахат, Б. Болосханқызы
(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан, Алматы)

ӘР ТҮРЛІ ДЕНЕЛЕРДЕГІ ЖЫЛУ ТАСЫМАЛЫ ПРОЦЕСІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЕСЕБІ

Аңдатпа. Компьютерлендіру және ғылымның жаһандануы саласында ғылыми-техникалық өрлеу мен жетістіктер ғасырында ғылым өркендеп, даму үстінде. Адамның зияткерлік көмекшісіне айналған техниканың дамуымен зерттеушілер техникалық физиканы, жылуфизикасы мен жану және жарылыс физикасы саласында отын қорын ұтымды тұтыну және алуан түрлі отын түрлерін жағу процестерінің экологиялық аспектілеріне байланысты заманауи мәселелерді шешуде айтарлықтай жетістіктерге жетті. Аталған мақалада әр түрлі денелер арқылы өтетін жылу тасымалы процесінің математикалық моделі қарастырылған. Әрбір денеге қатысты меншікті қозғалыс, жылу беру және тасымалдау теңдеулерінің түрлері келтірілген.

Түйін сөздер. Жылу тасымалы, жылу беру, стационар жылу ағыны, сфера, бет арқылы жылу алмасу.

Ғылыми-техникалық прогресс – ғылым мен техниканың бірегей, бір-бірімен сабақтаса, біртіндеп дамуы. Ол 16–18 ғасырлардағы мануфактуралық өндірістен, ғылыми-теориялық және техникалық қызметтер өзара жақындасып, тоғыса түскен кезден бастау алады. Бұған дейін материалдық өндіріс негізінен эмпирикалық тәжірибені, кәсіби құпияны қорландырып, машық-тәсілдерді жинақтау есебінен баяу дамып келді. Сонымен бірге табиғат туралы ғылымдық теориялық таным аясында да ілгерілеу ниеті байқалды, бірақ ол теологиялық-схоластикалық қасандыққа камалып, өндірістік амалшараларға ұдайы әрі тікелей ықпал ете алмады.

Есептеуіш техниканың пайда болуы, сандарды қосу операциясын машинаның көмегімен орындау идеясынан басталады. Бұл идеяны жүзеге асыруға тырысқаны туралы бізге жеткен алғашқы еңбек Леонардо до Винчиге тиесілі. Сонымен қатар, Еуропаның көптеген ғалымдары қосындылағыш машинаны жаңғыртуға тырысты. Немістің ғалымы, математик Готфрид Вильгельм Лейбниц 1673 жылы арифметикалық төрт амалды орындайтын механикалық машинаның бірінші нұсқасын, кейін оны жетілдіріп, 1694 жылы екінші рет, соңғы нұсқаны 1710 жылы ұсынды. Сөйтіп Лейбництің арифмометрі әлемдегі есептеу техникасының дамуына ықпал етті.

Қатты қызған денемен қызбаған дене жанасқанда, дененің ішкі энергиясының артатынына біз көптеген мысалдар келтіре аламыз. Осылай құтыдағы ауаны құтының сыртына ыстық су құю арқылы немесе оны шамның жалынына ұстап қыздыруға болады. Ыдысты ыстыққа қойып, ондағы суды қайнатуға болады. Ыстық шайға салынған қасық ысиды. Бөлмедегі ыстық су уақыт өткен сайын салқындайды. Жылудың берілуі деп аталатын ішкі энергия өзгеруінің мұндай тәсілінде энергия берілуі былайша жүзеге асады. Анағұрлым көбірек қыздырылған дененің бөлшектерінің кинетикалық энергиясы көп болғандықтан, ол азырақ қыздырылған денемен жанасқанда, оның бөлшектеріне энергияны тікелей береді [1-5].

Жылу берілудің үш түрі кездеседі. Оларға жылуөткізгіштік, конвекция және сәуле шығару жатады. Жылу берілудің әр түрінің өзіне тән ерекшеліктері бар, бірақ жылу берілу олардың әрқайсысында әрдайым бір бағытта: көбірек қыздырылған денеден азырақ қыздырылған денеге қарай жүреді. Мұнда көбірек қыздырылған дененің ішкі энергиясы азаяды, ал суығырақ дененің ішкі энергиясы артады.

Ішкі энергия тек қана тікелей бір денеден басқа денеге, мысалы, ыстық судан оған салынған суық қасыққа ғана емес, сонымен қатар аралық денелер арқылы да беріле алады. Мысалы, шәугімнің қабырғасы арқылы ішкі энергияның бір бөлігі ыстық электр пештен суға беріледі; жылу жүйесінің металл құбырлары арқылы жылу бөлмедегі ауаға беріледі және т.б. Ішкі энергия бір дененің көбірек қызған бөлігінен, оның азырақ қызған басқа бөлігіне де беріле алады.

Қатты дененің бөлшектері әрдайым тербелмелі қозғалыста болады, бірақ өзіндік тепе-теңдік күйін өзгертпейді. Денені қыздырғанда температураның артуына сай молекулалар күштірек тербеле бастайды, өйткені олардың потенциалдық және кинетикалық энергиясы артады. Артық энергияның бұл бөліктері біртіндеп бір бөлшектен екіншісіне, яғни дененің бір бөлігінен көрші бөліктерге береді. Қатты денелердің барлығы әр түрлі энергия береді. Жылуөткізгіштік дененің микробөлшектерінің жылулық қозғалысымен анықталады. Таза күйде жылуөткізгіштік қатты денелерде, қозғалыссыз газдарда және конвекциялық токтың туындауы болмайтын сұйықтарда кездеседі [6-8].

Ішкі энергия бір дененің көбірек қызған бөлігінен, оның аз қызған басқа бөлігіне де беріле алады. Ішкі энергияның дененің көбірек қыздырылған бөлігінен дененің басқа шамалы қыздырылған

• Физико-математические науки

бөлігіне тікелей байланысу арқылы немесе аралық денелермен көбірек қыздырылған денеден шамалы қыздырылған денеге берілу құбылысы жылу өткізгіштік дейді. Жылу өткізгіштік денедегі температураның әр түрлілігіне байланысты. Дененің әрбір нүктелердегі температурасының мағынасына қатысты, қазірде температуралық аймақ делінеді. Температуралық аймақтың жалпыламы теңдеуі былай беріледі:

$$t=f(x,y,z,\tau) \quad (1)$$

Мұндағы t -дене температурасы; x, y, z — нүктелік координаттар; τ -уақыт. Мұндай температураны стационар емес деп айтады. Егер дененің температурасы уақыт бойынша өзгермейтін болса, онда мұндай температураны стационар деп айтады. Сонда температура:

$$t=f(x,y,z), \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \quad (2)$$

түрінде жазылады.

Температура бір, екі және үш координаттың функциясы болуы мүмкін және оны бірөлшемді, екіөлшемді, үшөлшемді функция деп айтады. Қарапайым теңдеу ретінде бірөлшемді стационар температуралық аймақты қарастыруға болады:

$$t=f(x), \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0, \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Егер барлық нүктелерді біркелкі температурамен біріктірсек, онда температурасы бірдей изотермалық бет аламыз. Берілген уақытта дененің белгілі бір нүктесінде тек бір ғана температура бола алады. Температура өзгерісінің әртүрлі бағыттағы қарқындылығы $\frac{\partial t}{\partial s}$ формуласымен сипатталады. Изотермді беттерге бағытталған нормалда үлкен мағына қабылданған:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial s}\right)_{\max} = \frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad}t \quad (4)$$

$\text{grad}t$ векторы температураның градиенті деп аталады және изотермалық беттегі нормал бойынша температураның өзгерісінің қарқындылығының шамасы болып табылады. Бағыты температураның өсуіне қарай бағытталған. Біртекті жазық қабырға арқылы өтетін стационар жылу ағынын Фурье заңы көмегімен есептеу. Жылу беру теориясында ең қарапайым және көп таралған мәселесі ретінде қалыңдығы l беттен температуралары t_{1_1}, t_{1_2} тең жазық қабырға арқылы жылу ағынының тығыздығын анықтайық. Температура тек бір бағытта x координаты бойынша өзгереді. Мұндай есептер бірөлшемді деп аталады. Бірөлшемді жағдай үшін [9]:

$$\text{grad}t = \frac{dt}{dx} \quad (5)$$

Онда жазық қабырға үшін теңдеу:

$$q = -k \frac{dt}{dx} \quad (6)$$

осы өрнек Фурье заңын береді.

Практикалық есептердің көпшілігінде жылуөткізгіштік коэффициенті температураға байланыссыз деп алып, оның мәнін орта температураға сәйкес $t = 0.5(t_{1_1} + t_{1_2})$ табады, бұл жағдайда:

$$-\frac{q}{k} = \frac{dt}{dx} = \tan \varphi \quad (7)$$

Демек температура координатаға байланысты сызықты өзгереді:

$$q = \frac{k}{l} (t_{i_1} - t_{i_2}) \quad (8)$$

$$Q = qS = \frac{k}{l} (t_{i_1} - t_{i_2})S \quad (9)$$

Алынған формула жылу есептерінде кеңінен қолданылады. Егер жылу ағыны және қабырға беттерінің температурасы белгілі болса, онда формула көмегімен материалдық жылу өткізгіштік коэффициентін есептеуге болады. Осы жерден $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = I$ формуласына ұқсатып, $Q = \frac{(t_{i_1} - t_{i_2})}{\frac{l}{kS}}$ термиялық кедергі $R = \frac{l}{kS}$ коэффициентін анықтауға болады (1 сурет) [10-12].

Көп қабатты қабырғадан өткен стационар жылу ағынын есептеу. Ол үшін $Q = \frac{(t_{i_1} - t_{i_{n+1}})}{\frac{l}{kS}}$ ді әр қабат үшін жазып шығамыз:

$$t_{i_1} - t_{i_2} = \frac{Q l_1}{S k_1} \quad (10)$$

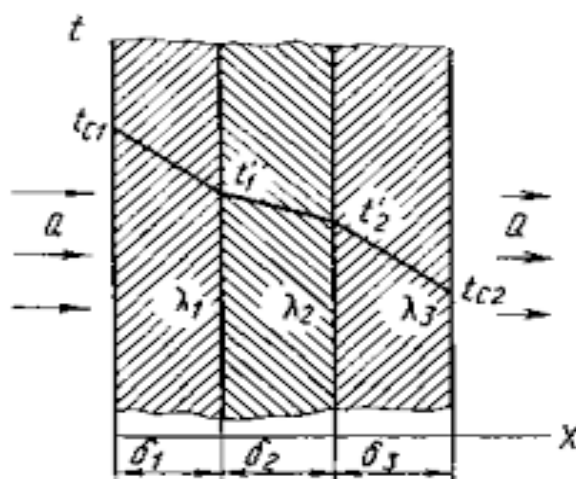
$$t_{i_2} - t_{i_3} = \frac{Q l_2}{S k_2} \quad (11)$$

$$t_{i_n} - t_{i_{n+1}} = \frac{Q l_n}{S k_n} \quad (12)$$

Бәрін қоссақ төмендегі формула шығады [13]:

$$t_{i_1} - t_{i_{n+1}} = \frac{Q}{S} \sum \frac{l_n}{k_n} \quad (13)$$

$$Q = \frac{S(t_{i_1} - t_{i_{n+1}})}{\sum \frac{l_n}{k_n}} \quad (14)$$

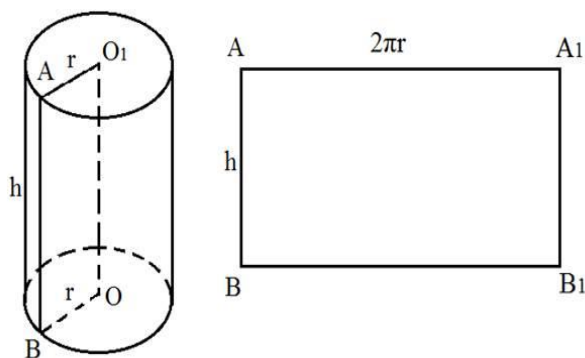


1-сурет. Тік қабырғадан өтетін стационар жылу ағынының $t(x)$ графигі

Цилиндр қабырғадан өтетін стационар жылу ағынын Фурье заңымен есептеп көрсек (2 сурет) [14]:

$$q = -k \frac{dt}{dr} \quad (15)$$

$$Q = qS \quad (16)$$



2-сурет. Цилиндр және оның көлденең қимасы

Мұндағы S цилиндрдің бүйір бетінің ауданы:

$$S = 2\pi r l \quad (17)$$

$$Q = -2\pi r l k \frac{dt}{dr}$$

$$dt = -\frac{Q}{2\pi r l k} \quad (18)$$

$$t = \frac{Q}{2\pi l k} \ln r + C_1 \quad (19)$$

Шекаралық шарт қояр болсақ, ішкі радиусі r_1 , сыртқы радиусы r_2 . Олай болса жылу ағынының тығыздығы [15]:

$$Q = \frac{(t_{l_1} - t_{l_2})}{\frac{1}{2\pi l k} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{(t_{l_1} - t_{l_2})}{R} \quad (20)$$

Кедергі коэффициенті мынаған тең болады:

$$R = \frac{1}{2\pi l k} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (21)$$

Көп қабырғалы цилиндр пішінді беттен өтетін жылу ағыны:

$$Q = 2\pi l \frac{(t_{l_1} - t_{l_2})}{\sum_{k_i} \frac{1}{\ln \frac{r_{n+1}}{r_n}}} = \frac{(t_{l_1} - t_{l_2})}{\sum R_i} \quad (22)$$

Шар формалы қабырғадан өтетін стационар жылу ағынын Фурье заңы көмегімен өрнектеу. Жылу ағынын стационар, материал біртекті деп есептейміз:

$$Q = kS \frac{dt}{dr} \quad (23)$$

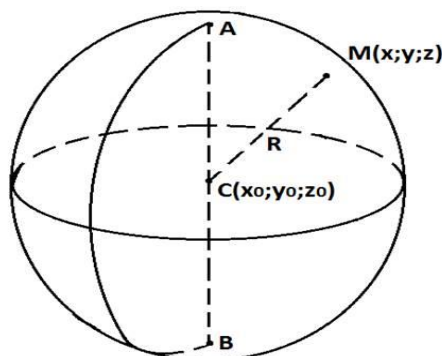
$$S = 4\pi r^2 \quad (24)$$

Сонда Фурье заңы шар формалы қабырға үшін былай жазылады:

$$dt = k4\pi r^2 \frac{dt}{dr} \quad (25)$$

Осы жерден $\int_{t_{l_1}}^{t_{l_2}} dt = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi k r^2} dr = - \frac{Q}{4\pi k} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr$

$$t_{l_1} - t_{l_2} = \frac{Q}{4\pi k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (26)$$



3-сурет. Сфера бетімен жылу алмасу

Мұндағы Q - сфералық қабаттан шығатын жылу ағыны:

$$Q = \frac{(t_{l_1} - t_{l_2})}{\frac{1}{2\pi k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{(t_{l_1} - t_{l_2})}{R} \quad (27)$$

мұндағы R - термиялық кедергі:

$$R = \frac{1}{2\pi k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (28)$$

(28) - жылу өткізгіштіктің жалпы дифференциалдық теңдеуі. Мұндағы жылуөткізгіштік коэффициенті физикалық параметр және жылу өткізу қабілетін сипаттайды. Жылуөткізгіштік коэффициенті мына теңдеумен анықталады:

$$\lambda = - \frac{d^2 Q_{\tau}}{\frac{\partial t}{\partial n} * dF * d\tau} \quad (29)$$

Жылуөткізгіштік коэффициенті өлшем бірлігі Вт/(м·К) бірлік уақытта, бірлік изотермиялық беттен $gradt=1$ шартын қанағаттандырған кездегі өткен жылуға тең. Жылуөткізгіштік коэффициентін әртүрлі заттар үшін экспериментке негізделген анықтамалық кестеден аламыз. Көптеген материалдардың жылуөткізгіштік коэффициенті температураға байланысты өзгеріп отырады [16].

Жуықтап алғанда жылуөткізгіштік коэффициентінің температураға тәуелділігінің сызықтық функциясы мына түрде болады:

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(t - t_0)], \quad (30)$$

λ_0 - температурасы $t_0 = 0$ 0С кезіндегі жылуөткізгіштік коэффициенті.

Жылуөткізгіштігі өте төмен заттарға газ жатады. Газдардың жылуөткізгіштік коэффициенті 0,006÷0,6 Вт/(м·К) интервал арасында жатады. Сұйықтар үшін жылуөткізгіштік коэффициенті $\lambda=0,07\div0,7$ Вт/(м·К). Жылуөткізгіш материалдарға негізінен металдарды $\lambda=20\div418$ Вт/(м·К) жатқызуға болады. Ең жылуөткізуі жақсы метал- күміс.

ӘДЕБИЕТТЕР

- [1] Михалев М.А., Михалева И.М. Основы теплопередачи. - М.: Энергия, 1977. - 342 с.
- [2] Быстрицкий Г.Ф. Основы энергетики: учебник. – М.: ИФРА-М, 2008. – 278 с.
- [3] Коган И.Ш. Основы техники. - Киров, КГПИ, 1993. - 231 с

- [4] Шорин С. Н. Теплопередача. – М.: Высшая школа, 1964. – 483 с.
- [5] Под общ. ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 632 с.
- [6] Себиси Т., Брэндшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. – М.: Мир, 1987. – 592 с.
- [7] Мухачев Г.А., Щукин В.К. Термодинамика и теплопередача: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1991. – 293 с.
- [8] Кудинов В.А., Карташов Э.М. Техническая термодинамика: учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2001. – 254 с.
- [9] Галин Н.М., Кириллов Л.П. Тепломассообмен. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 148 с.
- [10] Луканин В.Н., Шатров М.Т. Теплотехника: учебник. – М.: Высшая школа, 2000. – 374 с.
- [11] Вайнберг А.М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач. – Иерусалим, 2009. – 115 с.
- [12] Локуциевский О. В., Гавриков М.Б. Начало численного анализа. – М.: Янус, 1995. –186 с.
- [13] Гельфонд О. Исчисление конечных разностей. – М.: ГИФМЛ, 1980. – 250 с.
- [14] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 452 с.
- [15] Пиановский А.Б. Оптимальное управление случайными последовательностями в задачах с ограничениями. – М.: Научная книга, 1996. – 304 с
- [16] Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.

Оспанова Ш., Жұмбаев Ә., Нурмуханова А., Рахат Б., Болосханқызы Б.

Математическая задача процесса передачи тепла в различных телах

Резюме. В эпоху научно-технического прогресса и достижений в области компьютеризации и глобализации науки наука не стоит на месте и развивается. С появлением интеллектуального помощника человека техники исследователи добились значительного прогресса в решении современных проблем, связанных с экологическими аспектами процессов рационального потребления топлива в области технической физики, теплофизики, физики горения и взрыва и сжигания различных видов топлива. В этой статье рассматривается математическая модель процесса теплообмена в различных телах. Приведены уравнения удельного движения, теплопередачи и переноса.

Ключевые слова: теплоперенос, теплопередача, стационарный тепловой поток, сфера, передача тепла по поверхности.

УДК 658.7

A. Mamyrbekova., O. Volobueva

(Kazakh National University named after al-Farabi, Kazakhstan, Almaty
E-mail: salauat_aidana@inbox.ru)

LOGISTIC information CENTER AS AN object OF research

Abstract: In this article, the information logistics center (ILC) is presented as an object of research, and the main tasks of its study are presented. Presented by the ILLC for the management of logistics processes. The main problems in the field of logistics and ways of their solution are considered. Identifying the role of logistics in the domestic and foreign markets and ways to improve the interaction process.

Key words: logistics center, process, information, management of procedures, transportation, development, operation, object of research, control center, logistics system.

A.C. Мамырбекова, О.П. Волобуева

(Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан,)

ЛОГИСТИЧЕСКИЙ ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЦЕНТР КАК ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Аннотация. В данной статье представлен информационный логистический центр (ИЛЦ) как объект исследования, а также приведены основные задачи его исследования. Представлены ИЛЦ управления логистическими процессами; рассмотрены основные проблемы в сфере логистики и пути их решения; определены роли логистики на внутреннем и внешнем рынке и пути усовершенствования процесса взаимодействия.