

Архипов Ю.В.(1), Аскарулы А.А.(1), Ашикбаева А.Б.(1), Буртебаев А.  
(1), Грушевская Е.А.(1), Дубовцев Д.Ю.(1), Лябухина К.О. (1), Нурсейтова М.(1),  
Сызганбаева С.А.(1), Х. Ара (2), Ю. Колома (2), Ткаченко И.М. (2)

*Казахский национальный университет им.Аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан.*

*[Yuriy.Arkipov@kaznu.kz](mailto:Yuriy.Arkipov@kaznu.kz) (1)*

*Валенсийский политехнический университет, г. Валенсия, Испания (2)*

## О КОЛЛЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССАХ В ПЛОТНОЙ КУЛОНОВСКОЙ ОДНО-КОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация.** Данная работа посвящена исследованию коллективных процессов в плотной однокомпонентной плазме (ОКП) с кулоновским потенциалом межчастичного взаимодействия. Для расчета динамических характеристик ОКП предложен метод моментов. Данный метод является непертурбативным и позволяет восстанавливать искомую величину по нескольким вычисленным четным частотным моментам с использованием правил сумм. В рамках метода моментов возрастает точность расчета динамических свойств ОКП по ее статическим характеристикам. В процессе нахождения динамических характеристик ОКП необходимо определить вид параметр-функции Неванлинны. В нашей работе предложена одна из моделей данной функции. Для исследования коллективных процессов в ОКП были использованы динамические структурные факторы (ДСФ). С использованием полученных ДСФ рассчитаны дисперсия и декремент затухания плазменных волн. Следует отметить, что проведенный анализ полученных результатов свидетельствует о возникновении аномальной дисперсии плазменных волн при возрастании параметра связи. При этом декремент затухания в широком интервале волновых чисел меньше частоты. Это может свидетельствовать о слабом затухании плазменных волн. На основании проведенного анализа сделано заключение о возможности существования собственных волн в ОКП в широком интервале параметров.

**Ключевые слова:** однокомпонентная плотная плазма, метод моментов, динамический структурный фактор, дисперсия плазменных волн.

С начала развития физики плазмы стало понятно, что наряду с компьютерными расчетами электродинамических характеристик, необходимо развивать теорию плотной плазмы, которая встречается как в астрофизических объектах, так и в лабораторных установках. Наиболее продвинутой современной теорией плотной плазмы считается приближение квазилокализованных зарядов [1]. Эта теория позволяет определять дисперсию плазменных волн при различных параметрах ОКП. К сожалению, основные предпосылки теории не позволяют проводить расчеты и оценки диссипации энергии волн, что вызывает трудности при определении характера волн, распространяющихся в плазме. Собственные, слабозатухающие волны оказывают существенно большее влияние на процессы в плазме, в отличие от несобственных, декремент затухания которых порядка или больше их частоты.

Одним из методов, позволяющих построить самосогласованную теорию ОКП, является метод моментов, ранее развитый в работах [2,3]. В данной статье показано, что в отличие от [3] расчеты могут быть проведены без привлечения дополнительных, реперных значений динамических характеристик ОКП в широком интервале параметров плазмы, в частности, для кулоновского потенциала.

В работе показано как из соотношений метода моментов рассчитываются динамические структурные факторы (ДСФ), используя которые можно найти дисперсию и затухание волн в ОКП. Сравнение полученных результатов с данными [4,5], полученными в рамках численного моделирования или использования предложенных подгоночных соотношений, показывает хорошее согласие.

**Теория метода**

Для апробации методики расчетов, воспользуемся моделью плотной однокомпонентной плазмы, для которой разработана методика получения выражения для диэлектрической функции с использованием формализма метода моментов (ММ).

Покажем, что метод моментов позволяет определять форму ДСФ для ОКП на основе знания статического структурного фактора (ССФ) плазмы. ССФ может быть вычислен из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении [5]. Зная ДСФ, можно полностью описать электродинамические и динамические характеристики плазмы.

Межчастичное взаимодействие будем описывать потенциалом Кулона:

$$\varphi(r) = \frac{(Ze)^2}{r}, \quad (1)$$

где  $Ze$  – заряд частиц.

Рассмотрим классическую однокомпонентную систему, которая характеризуется параметром связи:

$\Gamma = \beta(e)^2/a$ , где  $\beta = 1/k_B T$ ,  $a = (3/4\pi n)^{1/3}$  – радиус Вигнера-Зейца.

Плазма считается сильносвязанной, если  $\Gamma > 1$  и идеальной при  $\Gamma \ll 1$ . Верхний предел параметра связи определяется кристаллизацией Вигнера. Введем безразмерное волновое число  $q = ka$ , тогда фурье-образ для (1) приобретет следующий вид:

$$\varphi_\alpha(q) = \frac{4\pi(Zea)^2}{q^2}.$$

Важнейшей характеристикой плазмы в настоящей работе является ДСФ, положительная функция частоты, которая связана с диэлектрической функцией (флуктуационно-диссипативная теорема):

$$-\frac{\text{Im} \epsilon^{-1}(q, \omega)}{\omega} = \frac{(2\pi Zea)^2 \beta}{q^2} S(q, \omega) \quad (2)$$

Запишем четные частотные моменты ДСФ:

$$S_\nu(q) = \frac{1}{n} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^\nu S(q, \omega) d\omega, \quad \nu = 0, 2, 4, \dots,$$

которые являются хорошо известными правилами сумм:

$$\begin{aligned} S_0(q) &= S(q) \\ S_2(q) &= \omega_p^2 \left( \frac{q^2}{3\Gamma} \right) \\ S_4(q) &= \omega_p^2 S_2(q) \left( 1 + \frac{q^2}{\Gamma} + U(q) \right), \\ U(q) &= \frac{1}{12\pi} \int_0^\infty (S(p) - 1) f(p, q) p^2 dp, \\ f(p, q) &= \frac{2(3q^2 - p^2)}{q^2} + \frac{(q^2 - p^2)^2}{2q^3 p} \times \\ &\ln \left( \frac{(q+p)^2}{(q-p)^2} \right) - \frac{8}{3} \end{aligned} \quad (3)$$

Нечетные моменты обращаются в нуль вследствие симметрии ДСФ.

Формула Неванлинны классической задачи моментов Гамбургера устанавливает прямую связь между ДСФ и функцией - параметром Неванлинны (ФПН) [2,3], которая удовлетворяет условию

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{Q(q, z)}{z} = 0, \text{Re} z = \omega, \text{Im} z > 0, \quad (4)$$

$$\frac{\pi S(q, \omega)}{n S(q)} = \frac{\omega_1^2(q)(\omega_2^2(q) - \omega_1^2(q)) \text{Im} Q(q, \omega)}{(\omega(\omega^2 - \omega_2^2(q)) + Q(q, \omega)(\omega^2 - \omega_1^2(q)))^2}. \quad (5)$$

Здесь характеристические частоты определяются как отношения моментов:

$$\omega_1^2(q) = \frac{S_2(q)}{S_0(q)}, \quad \omega_2^2(q) = \frac{S_4(q)}{S_2(q)}. \quad (6)$$

В настоящей работе мы используем следующую модель ФПН:

$$Q(q, \omega) = i h_0(q), \quad (7)$$

где положительный параметр  $h_0(q)$ , в свою очередь, является функцией частот (6). Важно, что формула расчета ДСФ

$$\frac{\pi S(q, \omega)}{n S(q)} = \frac{\omega_1^2(q)(\omega_2^2(q) - \omega_1^2(q)) h_0}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2(q))^2 + h_0^2(\omega^2 - \omega_1^2(q))^2} \quad (8)$$

не имеет параметров, которые мы не могли бы вычислить теоретически. Другими словами, зная параметр  $\Gamma$ , мы можем предсказать форму ДСФ на основе ССФ. Как указано выше в (2), ДСФ и диэлектрическая

функция связаны простым соотношением. Исходя из (8) было получено выражение для ДФ, которое является основным результатом работы

$$\epsilon(q, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega + ih_0)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2(q)) + ih_0(\omega^2 - \omega_1^2(q))} \quad (9)$$

Выражение (9) может быть использовано для дальнейшего анализа динамических характеристик плотной однокомпонентной плазмы.

### Дисперсия и диссипация волн

С использованием вышеописанного формализма исследованы дисперсия и диссипация волн в плотной ОКП.

Пространственная дисперсия приводит к возможности распространения в плазме продольных электрических волн. Зависимость частоты от волнового вектора (закон дисперсии  $\epsilon_l(\omega, k) = 0$ ) для этих волн определяется решением уравнения

$$\omega(\omega^2 - (\omega_2(q))^2) + ih_0(\omega^2 - (\omega_1(q))^2) = 0 \quad (10)$$

Корни уравнения (10) оказываются комплексными ( $\omega = \omega' + i\omega''$ ). Реальная часть частоты есть дисперсия плазменных волн, а  $\omega'' < 0$ . Величина  $\omega''$  представляет собой декремент затухания волны. Только при условии, что декремент затухания мал по сравнению с частотой, можно говорить о распространяющейся волне.

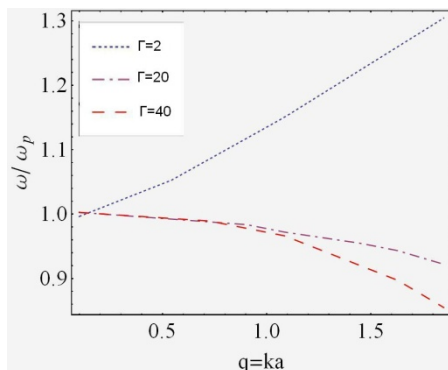


Рисунок 1 - Дисперсия плазмонов для ОКП при  $\Gamma=2, 20, 40$ , построенная из решения уравнения (10).

Из рисунка 1 видно, что с ростом параметра связи, дисперсия плазменных волн становится аномальной. Представляет интерес вывод о том, что в широком интервале волновых чисел декремент затухания меньше частоты, что может свидетельствовать о слабом затухании волн.

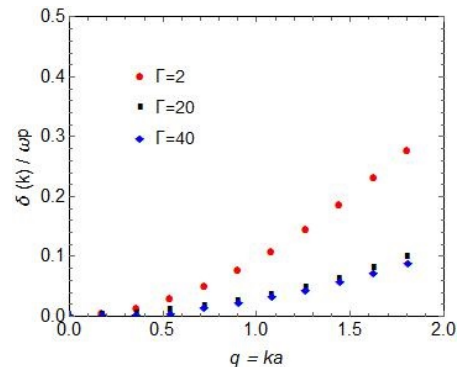


Рисунок 2 - Декремент затухания для волн в ОКП при  $\Gamma=2, 20, 40$ .

### Заключение

В настоящей работе с использованием метода моментов найдена дисперсия и диссипация плазмонов для плотной, однокомпонентной кулоновской плазмы при различных значениях параметра связи. Показано, что для больших значений параметра связи порядка 20, 40 дисперсия становится аномальной. Приведенные в статье данные о дисперсии и декременте затухания волн свидетельствуют о том, что в интервале значений  $q$  от 0 до 2 плазменные волны являются собственными, слабозатухающими. Полученные результаты не противоречат данным других авторов [4,5].

### Список литературы:

1. K.I. Golden and G.J. Kalman, Phys. Plasmas 7., 14(2000); *ibid*, 8, 5064 (2001).
2. S.V. Adamyan, T. Meyer, I.M. Tkachenko, Contr. Plasma Phys. 29, 373 (1989).
3. Yu.V. Arkhipov et al., Phys. Rev. E 81, 026402 (2010).
4. J.-P. Hansen, I. R. McDonald, E. L. Pollock, Phys. Rev. A, 11, 1025 (1975).
5. J.P. Mithen, J. Daligault, B.J.B. Crowley and G. Gregori, Phys. Rev. E, 84, 046401 (2011).

Принято к печати 25 апреля 2017 г.

Архипов Ю.В.(1), Аскарулы А.А.(1), Ашикбаева А.Б.(1), Буртебаев А.  
(1), Грушевская Е.А.(1), Дубовцев Д.Ю.(1), Лябухина К.О. (1), Нурсейтова М.(1), Сызганбаева С.А.(1), Х. Ара (2), Ю. Колома (2), Ткаченко И.М. (2)

*Казахский национальный университет им.Аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан.*

[Yuriy.Arhipov@kaznu.kz](mailto:Yuriy.Arhipov@kaznu.kz) (1)

*Валенсийский политехнический университет, г. Валенсия, Испания (2)*

## О КОЛЛЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССАХ В ПЛОТНОЙ КУЛОНОВСКОЙ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация.** Данная работа посвящена исследованию коллективных процессов в плотной однокомпонентной плазме (ОКП) с кулоновским потенциалом межчастичного взаимодействия. Для расчета динамических характеристик ОКП предложен метод моментов. Данный метод является непертурбативным и позволяет восстанавливать искомую величину по нескольким вычисленным четным частотным моментам с использованием правил сумм. В рамках метода моментов возрастает точность расчета динамических свойств ОКП по ее статическим характеристикам. В процессе нахождения динамических характеристик ОКП необходимо определить вид параметр-функции Неванлинны. В нашей работе предложена одна из моделей данной функции. Для исследования коллективных процессов в ОКП были использованы динамические структурные факторы (ДСФ). С использованием полученных ДСФ рассчитаны дисперсия и декремент затухания плазменных волн. Следует отметить, что проведенный анализ полученных результатов свидетельствует о возникновении аномальной дисперсии плазменных волн при возрастании параметра связи. При этом декремент затухания в широком интервале волновых чисел меньше частоты. Это может свидетельствовать о слабом затухании плазменных волн. На основании проведенного анализа сделано заключение о возможности существования собственных волн в ОКП в широком интервале параметров.

**Ключевые слова:** однокомпонентная плотная плазма, метод моментов, динамический структурный фактор, дисперсия плазменных волн.

Arkhipov Yu.V. (1), Askaruly AA (1), Ashikbaeva AB (1), Burttekbayev A. (1), Grushevskaya EA (1), Dubovtsev D.Yu. (1), Lyabukhina K.O. (1), Nursetova M. (1), Syzganbaeva SA (1), H. Ara (2), Yu. Koloma (2), Tkachenko I.M. (2)

*Kazakh National University named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.*

[Yuriy.Arhipov@kaznu.kz](mailto:Yuriy.Arhipov@kaznu.kz) (1)

*Valencia Polytechnic University, Valencia, Spain (2)*

## ON COLLECTIVE PROCESSES IN A DENSE ONE-COMPONENT PLASMA

**Abstract.** This scientific article is devoted to the investigation of collective processes in a dense one component plasma (OCP) with the Coulomb potential of interparticle interaction.

To calculate the dynamic characteristics of the OCP, the method of moments is proposed. This method is nonperturbative and allows you to restore the desired value for several calculated even frequency moments using the sum rules. In the framework of the method of moments, the accuracy of calculating the dynamic properties of OCP according to its static characteristics increases. In the process of finding the dynamic characteristics of the OCP, it is necessary to determine the form of the Nevanlinna parameter function. In our work, one of the models of this function is proposed. Dynamic structural factors (DSF) were used to investigate collective processes in the OCP. Using the obtained DSF, dispersion and damping decrement of plasma waves are calculated. It should be noted that the analysis of the obtained results indicates the occurrence of an anomalous dispersion of plasma waves with an increase in the coupling parameter. In this case, the damping decrement in a wide range of wave numbers is less than the frequency. This may indicate a weak attenuation of plasma waves. On the basis of the analysis carried out, a con-

clusion is made about the possibility of the existence of proper waves in the OCP in a wide range of parameters.

**Keywords:** one-component dense plasma, moment method, dynamic structure factor, dispersion of plasma waves.

**Архипов Ю.В.(1), Аскарулы А.А.(1), Ашикбаева А.Б.(1), Буртебаев А.  
(1), Грушевская Е.А.(1), Дубовцев Д.Ю.(1), Лябухина К.О. (1), Нурсейтова М.(1),  
Сызганбаева С.А.(1), Х. Ара (2), Ю. Колома (2), Ткаченко И.М. (2)**

*Әл-Фараби атындағы қазақ ұлттық университеті, Алматы қаласы, Қазақстан.*

*[Yuriy.Arkipov@kaznu.kz](mailto:Yuriy.Arkipov@kaznu.kz) (1)*

*Валенсия политехникалық университеті, Валенсия қаласы, Испания (2)*

## **ТЫҒЫЗКУЛОНДЫҚ БІРКОМПОНЕНТТІ ПЛАЗМАДАҒЫ ҰЖЫМДЫҚ ПРОЦЕСТЕР ТУРАЛЫ**

**Андатпа.** Бұл жұмыс кулондық потенциалы бар бөлшектердің өзара әсерлесуінің тығыз біркомпонентті плазмадағы (ТБП) ұжымдық процестерін зерттеуге арналған. ТБП динамикалық сипаттамасын есептеу үшін моменттер әдісі ұсынылған. Бұл әдіс суммалар ережесін қолданумен бірнеше анықталған жұп жиіліктегі моменттер арқылы ізделініп отырған шаманы қайта қалпына келтіруге мүмкіндік береді. Осы моменттер әдісі аясында оның статикалық сипаттамасы бойынша ТБП динамикалық қасиеттерін есептеудің дәлдігі жоғарылайды. ТБП динамикалық сипаттамаларын табу барысында Неванлинн функциясы параметрінің түрін анықтау қажет болады. Біздің жұмыста осы функцияның бір моделі ұсынылған. ТБП ұжымдық процесін зерттеу үшін динамикалық құрылымдық факторлар қолданылған (ДҚФ). Алынған ДҚФ көмегімен дисперсия және плазмалық толқындардың өшу декременті анықталды. Алынған нәтижелерге өткізілген анализ байланыс параметрінің жоғарылауы кезінде плазмалық толқындардың анамальді дисперсиясының пайда болуын куәландыратынын атап өткен жөн. Сонымен қоса толқындық сандардың кең интервалындағы өшу декременті жиіліктен аз. Бұл дегеніміз плазмалық толқындардың әлсіз өшуін сипаттайды. Өткізілген анализ негізінде параметрлердің кең интервалында ТБП-да меншікті толқындардың бар болу мүмкіндіктері туралы қорытынды жасалды.

**Кілт сөздер:** біркомпонентті тығыз плазма, моменттер әдісі, динамикалық құрылымдық фактор, плазмалық толқындардың дисперсиясы.