

ISSN 1563-034X
Индекс 75877; 25877

ӘЛ-ФАРАБИ атындағы ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚазҰУ ХАБАРШЫСЫ

Физика сериясы

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛЬ-ФАРАБИ

ВЕСТНИК КазНУ

Серия физическая

AL-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY

KazNU BULLETIN

Physics series

№3 (58)

Алматы
«Қазақ университеті»
2016



ХАБАРШЫ

ФИЗИКА СЕРИЯСЫ №3 (58)



25.11.1999 ж. Қазақстан Республикасының Мәдениет, ақпарат және қоғамдық келісім министрлігінде тіркелген

Куәлік №956-Ж.

Журнал жылына 4 рет жарыққа шығады

ЖАУАПТЫ ХАТШЫ

Иманбаева А.К. (Қазақстан)

Телефон: +7(727) 377-33-46

E-mail: akmaral@physics.kz

РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ:

Рамазанов Т.С., әл-Фараби атындағы ҚазҰУ – ғылыми редактор (Қазақстан)

Лаврищев О.А., ЭТФҒЗИ – ғылыми редактордың орынбасары (Қазақстан)

Әбишев М.Е., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Архипов Ю.В., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Асқарова Ә.С., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Буркова Н.А., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Boufendi L., Орлеан қ. университеті (Франция)

Ғабдуллин М.Т., Ашық түрдегі ұлттық нанотехнологиялық зертхана, әл-Фараби ат. ҚазҰУ (Қазақстан)

Давлетов А.Е., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Жұмағұлова Қ.Н., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Дробышев А.С., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Жаңабаев З.Ж., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Кукулин В.Л., М.В. Ломоносов ат. ММУ (Ресей)

Оскомов В.В., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Приходько О.Ю., әл-Фараби ат. ҚазҰУ, ЭТФҒЗИ (Қазақстан)

Rosenblum M., Потсдам университетінің Физика және астрофизика институты (Германия)



Ғылыми басылымдар бөлімінің басшысы

Гүлмира Шаккозова

Телефон: +77017242911

E-mail: Gulmira.Shakkozova@kaznu.kz

Компьютерде беттеген

Айгүл Алдашева

Жазылу мен таратуды үйлестіруші

Мөлдір Өміртайқызы

Телефон: +7(727)377-34-11

E-mail: Moldir.Omirtaikyzy@kaznu.kz

ИБ №10021

Басуға 01.09.2016 жылы қол қойылды.

Пішімі 60x84 ¹/₈. Көлемі 11.8 б.т. Офсетті қағаз.

Сандық басылыс. Тапсырыс №3893. Таралымы 500 дана.

Бағасы келісімді.

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

«Қазақ университеті» баспа үйі.

050040, Алматы қаласы, әл-Фараби даңғылы, 71.

«Қазақ университеті» баспа үйінің баспаханасында басылды.

Аскарова А.А.,
Болегенова С.А.,
Оспанова Ш.С., Зинеш А.Х.

**Компьютерное моделирование
влияния скорости впрыска
на процесс горения жидкого
топлива различного вида
при высоких давлениях**

Горение жидких топлив является сложной задачей, так как оно отличается рядом специфических особенностей, обусловленных протеканием химических реакций в условиях динамического и теплового взаимодействия реагентов, интенсивного массопереноса при фазовых превращениях, а также зависимостью параметров процесса, как от термодинамического состояния системы, так и от ее структурных характеристик. Поэтому для предсказания изучения поведения таких сложных систем может быть успешно использовано численное моделирование, которое получило большее распространение в теплофизике. В работе изложена математическая модель и основные уравнения, описывающие процесс горения жидких топлив при высокой турбулентности. Проведены вычислительные эксперименты по исследованию горения жидкого топлива в зависимости от скорости впрыска в камере сгорания при заданных начальных условиях в полном объеме. Построены профили скорости и давления в камере сгорания для двух видов жидкого топлива.

Ключевые слова: численное моделирование, октан, додекан, камера сгорания, давление, температура, масса, оптимальный режим.

Askarova A.S.,
Bolegenova S.A.,
Ospanova Sh.S., Zinesh A.Kh.

**Computer modeling of the
effect of speed on the process of
injection combustion of liquid
fuels of various types at high
pressures**

Combustion liquid fuels is a complex task, as it characterized by a number of specific features, due to chemical reactions under conditions of dynamic and of thermal interaction between reagents, the intensive mass transfer during phase transformations, as well as the dependence of the process parameters, such as the thermodynamic state of the system and of its structural characteristics. So numerical simulation can be successfully used to predict and study the behavior of complex systems, which has received more widespread in thermal physics. The paper is presented the mathematical model and the basic equations describing the liquid fuel combustion process at high turbulence. There are conducted computational experiments on the combustion of liquid fuel according to the fuel injection velocity into the combustion chamber at the initial conditions. Velocity and pressure profiles in the combustion chamber for two liquid fuels are built.

Key words: numerical modeling, octane, dodecane, combustion chamber, pressure, temperature, mass optimum mode.

Асқарова Ә.С.,
Бөлегенова С.Ә.,
Оспанова Ш.С., Зинеш А.Х.

**Жоғарғы қысымда әртүрлі
сұйық отындардың
жану процесіне бұрқу
жылдамдығының әсерін
компьютерлік моделдеу**

Сұйық отындардың жануы күрделі мәселелердің бірі болып саналады, өйткені, реагенттердің динамикалық және жылулық өзара әсерлесу жағдайындағы химиялық реакциялардың өтуімен, фазалық ауысулар кезіндегі қарқынды масса тасымалымен, процестің параметрлерінің жүйенің термодинамикалық күйімен құрылымдық сипаттамаларына тәуелділігімен анықталатын бірқатар ерекшеліктері болады. Осындай күрделі жүйелердің қасиеттерін алдын ала болжау және зерттеу үшін жылу физикасында кең тараған сандық модельдеу қолданылатын болады. Жұмыста жоғары турбуленттіліктегі сұйық отындардың жануын сипаттайтын математикалық модельмен негізгі теңдеулер ұсынылған. Жану камерасындағы бұрқу жылдамдығына қатысты берілген шарттарға сәйкес сұйық отынның жануы бойынша толық көлемді есептеу тәжірибелері жүргізілген. Екі сұйық отын түрі үшін жылдамдықпен қысымның профильдері тұрғызылды.

Түйін сөздер: сандық модельдеу, октан, додекан, жану камерасы, температура, қысым, масса, тиімді режим.

**КОМПЬЮТЕРНОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ
ВПРЫСКА НА ПРОЦЕСС
ГОРЕНИЯ ЖИДКОГО
ТОПЛИВА
РАЗЛИЧНОГО ВИДА
ПРИ ВЫСОКИХ
ДАВЛЕНИЯХ**

Введение

В настоящее время, несмотря на прилагаемые усилия по освоению и использованию возобновляемых источников энергии, 85% всей энергии, потребляемой в мире, получают от сжигания ископаемых видов топлива. Как показывает статистика, 39% общего энергопотребления приходится на сжигание жидких топлив и 97% от этого общего производства энергии используется в транспортном секторе. В то время как мы продолжаем пользоваться жидкими топливами, как основным источником энергии, первостепенное значение имеет повышение эффективности и минимизация воздействия на окружающую среду устройств, деятельность которых направлена на сжигание этого вида топлив. Во многих странах мира в последнее время резко возросли требования к качеству топлив с точки зрения их экологической безопасности [1-2].

Горение жидких топлив отличается рядом специфических особенностей, обусловленных протеканием химических реакций в условиях динамического и теплового взаимодействия реагентов, интенсивного массопереноса при фазовых превращениях, а также зависимостью параметров процесса, как от термодинамического состояния системы, так и от ее структурных характеристик. Так как исследование горения невозможно без его детального изучения, то на первый план выходит проблема фундаментального исследования закономерностей процессов теплопереноса при сжигании различных видов топлив.

Методы математического моделирования нашли широкое применение в различных областях науки и техники. Эти методы включают в себя разработку физических и математических моделей, численных методов и программного обеспечения, проведение численного эксперимента с привлечением средств вычислительной техники (его результаты анализируются и используются в практических целях). В науке и технике преимущества метода компьютерного моделирования очевидны: оптимизация проектирования, сокращение затрат на отработку, повышение качества продукции, уменьшение эксплуатационных расходов и т.д. Численное моделирование

существенно преобразует также сам характер научных исследований, устанавливая новые формы взаимосвязи между экспериментальными и математическими методами [3-4].

Применение математического моделирования в области исследований процессов тепломассопереноса в течениях с горением привело к появлению различных программно-ориентированных пакетов, с помощью которых более или менее успешно решаются как фундаментальные задачи, так и прикладные.

Внедрение новых технологий требует значительных затрат, в связи с чем к методам проектирования отработки оборудования предъявляются всевозрастающие требования. Таким образом, в настоящее время, особое внимание приобретает не только создание эффективных физических и математических моделей, но и разработка новых более совершенных методов численной реализации систем разностных уравнений, описывающих конвективный тепломассоперенос в камерах сгорания. Математическое моделирование горения жидких топлив является сложной задачей, так как требует учета большого количества сложных взаимосвязанных процессов и явлений: многоступенчатые цепные химические реакции, перенос импульса, тепла и массы путем конвекции, молекулярный перенос, излучение, турбулентность, испарение жидких капель.

Таким образом, исследование образования дисперсии и горения неизотермических впрысков жидких топлив в развитой турбулентности является актуальной задачей, которая может быть решена методами математического моделирования [5-6].

Математическая постановка задачи

Большинство течений по своей природе имеют турбулентный характер, и состояние турбулентности при движении потока сильно влияет на такие параметры течения, как перенос импульса, температуры и концентрации веществ в смеси. В этой работе приведена математическая модель, описывающая горение жидких топлив на основе уравнений сохранения массы (ρ), импульса ($\rho \vec{u}$), энергии (E) и концентрации (c).

Уравнение сохранения массы записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = S_{mass}, \quad (1)$$

где u – скорость жидкости. Источниковый член S_{mass} представляет локальное изменение плотности газа за счет испарения или конденсации.

Уравнение сохранения импульса газа имеет следующий вид:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho (\vec{u} \cdot \text{grad}) \vec{u} = \text{div} \vec{\xi} + \rho \vec{g} + S_{mom}. \quad (2)$$

Если рассматривается однофазное течение газа, то $S_{mom} = 0$; если течение двухфазное, то S_{mom} представляет собой локальную скорость изменения импульса в газовой фазе за счет движения капель.

Уравнение сохранения внутренней энергии:

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} = \vec{\tau} : \vec{D} - \rho \text{div} \vec{u} - \text{div} \vec{q} + S_{energy}, \quad (3)$$

где q – удельный тепловой поток, представляет собой закон Фурье о передаче тепла, выражение $\vec{\tau} : \vec{D}$ представляет скорость увеличения внутренней энергии за счет вязкой диссипации. Источниковый член S_{energy} обозначает вклад в изменение внутренней энергии за счет присутствия распыленной жидкой или твердой фазы.

Уравнение сохранения концентрации компоненты m имеет вид:

$$\frac{\partial (\rho c_m)}{\partial t} = - \frac{\partial (\rho c_m u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \cdot D_{c_m} \cdot \frac{\partial c_m}{\partial x_i} \right) + S_{mass}, \quad (4)$$

где ρ_m – массовая плотность компоненты m , ρ – полная массовая плотность.

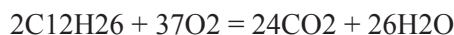
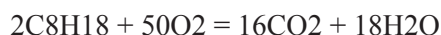
Более универсальными моделями в инженерных расчетах турбулентных потоков являются модели с двумя дифференциальными уравнениями. Наиболее часто в технических течениях используется модель с двумя дифференциальными уравнениями [7-9]. Это $k-\varepsilon$ модель, когда решаются два уравнения для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon, \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_j \varepsilon}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] = c_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon}{k} G - \left[\left(\frac{2}{3} c_{\varepsilon_2} - c_{\varepsilon_3} \right) \rho \varepsilon \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right] - c_{\varepsilon_2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (6)$$

Это стандартные $k - \varepsilon$ уравнения. Величины C_{ε_1} , C_{ε_2} , C_{ε_3} , σ_k , σ_ε являются модельными константами, которые определяются из эксперимента. Стандартные значения этих констант обычно используются в инженерных вычислениях и взяты из справочной литературы [10-12].

Химическая кинетика процесса горения представлена в виде обобщенных химических реакций для двух видов топлива – октана и додекана:



в результате которых образуются следующие продукты горения: CO_2 и H_2O .

Физическая постановка задачи

Для проведения вычислительных экспериментов по численному моделированию процессов теплопереноса при горении жидкого топлива в реальных камерах сгорания, в работе использовался пакет компьютерных программ «KIVA-KOAL-IV» и модель цилиндрической камеры высотой $H=15$ см, радиусом $R=2$ см, в которой заданы следующие начальные условия: температура – 900К, давление – 32Бар. Жидкое топливо массой – 0,006 г, впрыскивается в камеру сгорания через круглое сопло, расположенное в центре нижней части камеры, как показано на рисунке 1. После процесса впрыска происходит быстрое испарение топлива, и сгорание его осуществляется в газовой фазе [10-14].

Выполненная работа: по полученным данным вычислительных экспериментов построены профили давления при 0,6 мси скорости газа в камере сгорания в различные моменты времени: $t_1=0,15$ мс, $t_2=0,6$ мси $t_3=1,8$ мс для двух видов жидкого топлива (октанидодекан).

Скорость впрыска жидкого топлива менялась от 150 м/с до 350 м/с. При данных скоростях

впрыска топливо сгорало без остатка. Ранее было установлено, что наиболее эффективно процес сгорания октана протекает при скорости впрыскивания топлива 350 м/с, в этом случае, температура в камере сгорания принимает максимальное значение.

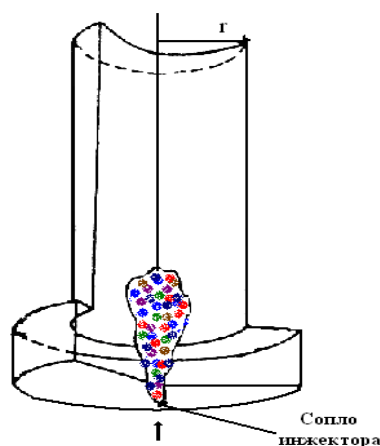


Рисунок 1 – Общий вид камеры сгорания

Вычислительный эксперимент проводился при начальной скорости инъекции октана равной 350 м/с. Газ в камере был не подвижен. После впрыска газ приобрел некоторую скорость. Анализ полученных данных показал, что максимальная скорость газа равна 8485 см/си наблюдается на оси камеры на расстоянии до 0,5 см вдоль ее радиуса в 0,6 мс (рис. 2). В момент времени 1,8 мс скорость газа уменьшается и становится равной 3600 см/с, а в 0,15 мс составляет минимальное значение 2584 см/с.

Ранее было доказано, что наиболее эффективно процес сгорания до декана протекает при скорости инъекции равной 350 м/с, когда процес протекает с большим выделением тепла. Поэтому профили скоростей для додекана были построены именно для этой скорости инъекции.

Капли додекана впрыскивались со скоростью 350 м/с в камеру, где газ был не подвижен.

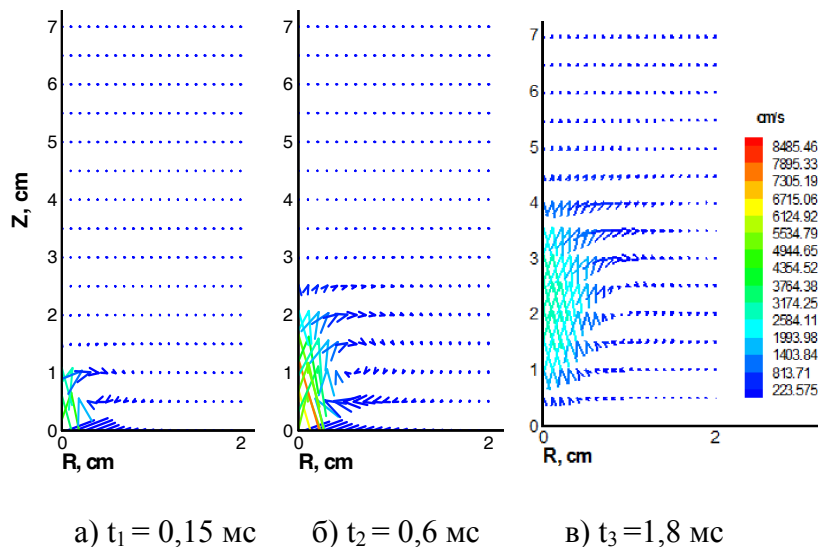


Рисунок 2 – Распределение скорости в камере сгорания при горении октана

После этого газ увлекся жидкими частицами и его скорость достигла 3691 см/с при $t_1=0,15$ мс (рис. 3). Газ приобрел максимальную скорость для данного вида топлива равную 10025 см/с

в момент времени 0,6 мс сосредоточился на расстоянии 1 см вдоль радиуса камеры. К моменту времени, равному 1,8 мс, скорость газа приняла значение 5802 см/с.

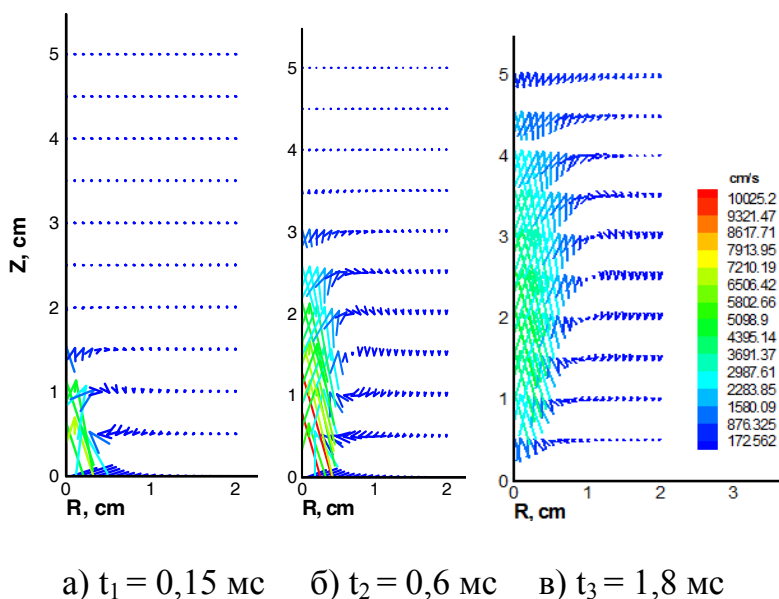


Рисунок 3 – Распределение скорости в камере сгорания при горении додекана

Профили давления в камере сгорания для обоих топлив были приведены в момент времени 0,6 мс, когда скорость газа достигла своего максимума (рисунок 4). В это время, как и спу-

стя 1 мс распределение давления внутри камеры практически не изменилось, и в целом составило 100 Бар для октана и 80 бар для додекана.

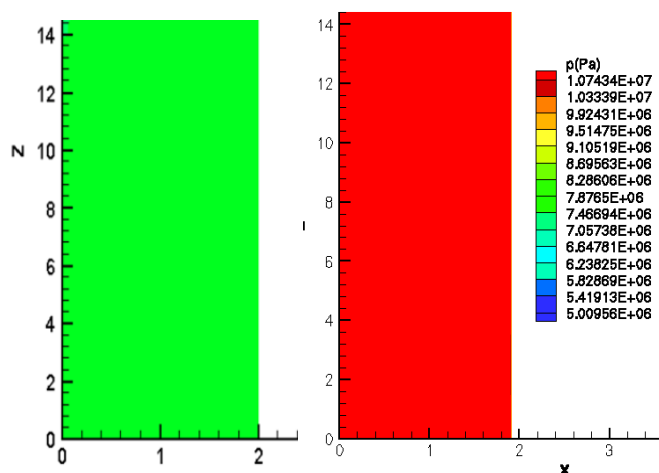


Рисунок 4 – Профили давления в камере сгорания в момент времени 0,6 мс

Заклучение

Результаты полученные при исследовании имеют фундаментальное и практическое значение и могут быть использованы для развития теории горения газовых и жидких топлив.

Данное научное исследование имеют огромное прикладное значение, так как способствует достижению мирового уровня по приоритетно-

му направлению науки. Наблюдаемый технологический взрыв в мире обусловлен непрерывным ростом физико-механических и химических свойств веществ. Современные технологии 21 века, применяемые во всех отраслях промышленности, построены на принципе использования механических, термодинамических, электрофизических и других свойствах газообразного, твердого и жидкого топлива.

Литература

- 1 Askarova A., Bolegenova S., Bolegenova Symbat, Berezovskaya I., Ospanova Sh. et al. Numerical Simulation of the Oxidant's Temperature and Influence on the Liquid Fuel Combustion Processes at High Pressures // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2015. – Vol. 10, №4. – P. 90-95.
- 2 Bolegenova S.A., Askarova A.S., Gabitova Z., Bekmuhamet A., Ospanova Sh. Using 3d modeling technology for investigation of conventional combustion mode of bkz-420-140-7c combustion chamber // Journal of Engineering and Applied Sciences, 2014. – Vol. 9. – P. 24-28.
- 3 Askarova A.S., Bolegenova S., Maximov V. et al. Investigation of turbulence characteristics of burning process of the solid fuel in BKZ 420 combustion chamber // WSEAS Transactions on Heat & Mass Transfer, 2014. – P. 39-50.
- 4 Ustimenko A.B., Askarova A.S., Messerle V.E., Maximov V., Bolegenova S. Numerical simulation of the coal combustion process initiated by a plasma source // Journal of Thermophysics and Aeromechanics. – Vol. 21. – Issue 6, 2014. – P.747-754.
- 5 Askarova A.S., Loktionova I.V., Messerle V.E., Ustimenko A.B. 3D modeling of the two-stage combustion of Ekibastuz coal in the furnace chamber of a PK-39 boiler at the Ermakovo district power station // Journal of Thermal engineering, 2003. – Vol. 50, Issue 8. – P. 633-638.
- 6 Maksimov V.Yu., Bolegenova S.A., Askarova A.S., Bekmuhamet A., Ospanova Sh. Numerical research of aerodynamic characteristics of combustion chamber BKZ-75 mining thermal power station // Journal of Procedia Engineering, 2012. – Vol. 42, №389 (162). – P. 1250-1259.
- 7 Amsden A.A., O'Rourke P.J., Butler, T.D. KIVA-II: A computer program for chemically reactive flows with sprays. – Los Alamos, 1989. – 160 с.
- 8 Askarova A.S., Messerle V.E., Karpenko E.I., Ustimenko A.B. Plasma enhancement of coal dust combustion // 35-th EPS Conference on Plasma Physics. – Hersonissos, 2008. – ECA. – Vol. 32. – P. 148-152.
- 10 Askarova A.S., Gorokhovski M.A., Chtab-Desportes A., Voloshina I. Stochastic simulation of the spray formation assisted by a high pressure // 6-th International Symposium on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion. Book Series: AIP Conference Proceedings, 2010. – Vol. 1207. – P. 66-73.

11 Bekmukhamet A., Bolegenova S.A., Askarova A.S., Beketayeva M.T., Maximov V., Ospanova Sh.S., Gabitova Z.K. Numerical modeling of turbulence characteristics of burning process of the solid fuel in BKZ-420-140-7c combustion chamber // International Journal of Mechanics, 2014. – Vol.8. – P. 112-122.

12 Askarova A., Bolegenova S., Bolegenova Symbat, Berezovskaya I., Ospanova Sh., Shortanbayeva Zh., Maksutkhanova A., Mukasheva G. and Ergalieva A. Numerical Simulation of the Oxidant's Temperature and Influence on the Liquid Fuel Combustion Processes at High Pressures // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2015. – Vol. 10, №4. – P. 90-95.

13 Askarova, S. Bolegenova, V. Maximov, A. Bekmuhamet, Sh. Ospanova, M. Beketaeva Investigation of formation of burning harmful emissions at methane // Proceedings of 3rd International conference on mathematical models for engineering science «Recent Advances in Systems Science and Mathematical Modelling». – Paris, 2012. – P. 276-279

14 Askarova A.S., Bolegenova S.A., Berezovskaya I.E., Ryspayeva M.Zh., Maximov V.Yu., Ospanova Sh.S. Numerical simulation of the influence of the atomization velocity on the liquid hydrocarbon fuel's combustion // Proc. of the 2013 Intern. Conf. on Applied Mathematics and Computational Methods in Engineering (AMCME 2013). – Rhodes Island, 2013. – P. 155-158.

References

1 A. Askarova, S. Bolegenova, Symbat Bolegenova, I. Berezovskaya, Sh. Ospanova, et al., Journal of Engineering and Applied Sciences, 10(4), 90-95, (2015).

2 S.A. Bolegenova, A.S. Askarova, Z. Gabitova, A. Bekmuhamet, Sh. Ospanova, Journal of Engineering and Applied Sciences, 9, 24-28, (2014).

3 A.S. Askarova, S. Bolegenova, V. Maximov, et al., WSEAS Transactions on Heat & Mass Transfer, 39-50, (2014).

4 A.B. Ustimenko, A.S. Askarova, V.E. Messerle, V. Maximov, S. Bolegenova, Journal of Thermophysics and Aeromechanics, 21 (6), 747-754, (2014).

5 A.S. Askarova, I.V. Loktionova, V.E. Messerle, A.B. Ustimenko, Journal of Thermal engineering, 50(8), 633-638, (2003).

6 V.Yu. Maksimov, S.A. Bolegenova, A.S. Askarova, A. Bekmuhamet, Sh. Ospanova, Journal of Procedia Engineering, 42, 389(162), 1250-1259, (2012).

7 A.A. Amsden, P.J. O'Rourke, T.D. Butler, KIVA-II: A computer program for chemically reactive flows with sprays. Los Alamos, 1989, pp 160.

8 A.S. Askarova, V.E. Messerle, E.I. Karpenko, A.B. Ustimenko Plasma enhancement of coal dust combustion, 35-th EPS Conference on Plasma Physics, Hersonissos, 32, 148-152, (2008).

10 A.S. Askarova, M.A. Gorokhovski, A. Chtab-Desportes, I. Voloshina, Stochastic simulation of the spray formation assisted by a high pressure, 6-th International Symposium on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion. Book Series: AIP Conference Proceedings, 1207, 66-73, (2010).

11 A. Bekmukhamet, S.A. Bolegenova, A.S. Askarova, M.T. Beketayeva, V. Maximov, Sh.S. Ospanova, Z.K. Gabitova, International Journal of Mechanics, 8, 112-122, (2014).

12 A. Askarova, S. Bolegenova, Symbat Bolegenova, I. Berezovskaya, Sh. Ospanova, Zh. Shortanbayeva, A. Maksutkhanova, G. Mukasheva. and A. Ergalieva, Journal of Engineering and Applied Sciences, 10(4), 90-95, (2015).

13 A. Askarova, S. Bolegenova, V. Maximov, A. Bekmuhamet, Sh. Ospanova, M. Beketaeva, Proc. of 3rd Intern. Conf. on mathematical models for engineering science «Recent Advances in Systems Science and Mathematical Modelling», Paris, 2012, 276-279.

14 A.S. Askarova, S.A. Bolegenova, I.E. Berezovskaya, M.Zh. Ryspayeva, V.Yu. Maximov, Sh.S. Ospanova, Proc. of the 2013 Intern. Conf. on Applied Mathematics and Computational Methods in Engineering (AMCME 2013), Rhodes Island, 2013, 155-158.