ISSN 1563 – 0285
Индекс 75872; 25872

ӘЛ-ФАРАБИ атындағы ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚазҰУ ХАБАРШЫСЫ

Математика, механика, информатика сериясы

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛЬ-ФАРАБИ

ВЕСТНИК КазНУ

Серия математика, механика, информатика

AL-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY

KazNU BULLETIN

Mathematics, Mechanics, Computer Science Series

№ 2 (89)

Алматы
«Қазақ университеті»
2016

УДК 533.09.01

Машеева Р.У.[1] *, Джумагулова К.Н.[1],
Донко З.[2], Рамазанов Т.С. [1], Габдуллина Г.Л.[1]

[1]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Республика Казахстан, г. Алматы
[2]Институт физики твердого тела и оптики, Вигнеровский исследовательский центр Академии наук Венгрии, Венгрия, Будапешт
*E-mail:ranna_m@mail.ru

Компьютерное моделирование и исследование локализации пылевых частиц во внешнем магнитном поле

В данной работе представлены результаты по применению метода компьютерного моделирования для исследования влияния внешнего однородного магнитного поля на квазилокализацию частиц сильно связанной трехмерной пылевой системы. Детальное компьютерное моделирование и исследование физических свойств такой системы было проведено на основе Юкавской модели взаимодействия, учитывающей коллективные эффекты экранировки поля заряда пылинки окруженной плазмой буферного газа. В качестве метода компьютерного моделирования был использован метод молекулярной динамики, позволяющий проследить эволюцию системы взаимодействующих частиц во времени с помощью интегрирования уравнений движения. Для решения уравнения движения частиц был использован алгоритм Верле. Квазилокализация частиц количественно характеризуется кейгеновой корреляционной функцией, исследования которой были осуществлены для разных значении параметров системы. Также была проанализирована производная кейгеновой корреляционной функций и получены данные по временам декорреляции частиц. Авторами работы было выявлено, что магнитное поле $\vec{B}$ усиливает время удержания частиц. Компьютерное моделирование и исследование физических свойств пылевой системы было проведено в широком диапазоне изменения параметров характеризующих поведение системы:параметр экранировки κ, параметр связи Γ и параметр магнитного поля β.

Ключевые слова:пылевая плазма, компьютерное моделирование, алгоритм, Верле, кейгеновая функция, микроскопические свойства, молекулярная динамика.

Masheyeva R.U., Dzhumagulova K.N., Donkó Z., Ramazanov T.S., Gabdullina G.L.

Computer simulations and investigation of the localization of dust particles under the magnetic field

Paper presents the results of the computer simulations for investigation of the influence of uniform external magnetic field on the quasi-localization of the particles of the strongly coupled three-dimensional dusty system. Detailed computer simulation and investigation of the physical properties of such system, in which the particles interact with each other via Yukawa interaction potential that takes into account the collective screening effects of the field dust charges surrounded by a buffer gas. Molecular dynamics method was used as a computer simulations method, this method allows to follow the evolution of a system of interacting particles in time by integrating the equations of motion. The Verlet algorithm was used to solve the equation of motion of the particles. The quasi-localization of the particles quantitatively characterized by the cage correlation functions. Also, the derivative of the cage correlation functions were analyzed and the decorrelation time of the particles was derived. It was found that the decorrelation time of the particles increases with increasing of the magnetic field $\vec{B}$. The investigations have been performed in a wide range of the system parameters (screening parameter κ, coupling parameter Γ and strength of magnetic field β).

Key words: dusty plasma, computer simulations, Verlet algorithm, cage correlation function, microscopic properties, molecular dynamics.

Машеева Р.У., Жұмағұлова Қ.Н., Донко З., Рамазанов Т.С., Габдуллина Г.Л.

Сыртқы магнит өрісінің тозаңды бөлшектердің локализациясына әсерін зерттеу және компьютерлік модельдеу

Мақалада тығыз байланысқан үш өлшемді тозаңды жүйенің квазилокализацияна сыртқы біртекті магнит өрісінің әсерін зерттеу үшін компьютерлік модельдеу әдістерін қолдану бойынша нәтижелер келтірілген. Мұндай жүйенің физикалық қасиеттерін зерттеу және компьютерлік модельдеу Юкава әсерлесу моделінің негізінде жүзеге асырылды. Юкава әсерлесу потенциалы буферлік газ плазмасымен қоршалған тозаңды зарядтардың өрісін ұжымдық экрандау эффектісін ескереді.Компьютерлік модельдеу әдісі ретінде әсерлесетін бөлшектер жүйесінің эволюциясын олардың уақыт бойынша қозғалыс теңдеуін интегралдау арқылы бақылауға болатын молекулалық динамика әдісі қолданылды. Бөлшектердің қозғалыс теңдеуін шешу үшін Верле алгоритмі қолданылды. Бөлшектердің квазилокализациясы санды түрде кейгендік корреляциялық функциясымен сипатталады. Бұл зерттеулер жүйені сипаттайтын параметрлердің әр түрлі мәндері үшін жүргізілді. Сонымен қатар, кейгендік корреляциялық функция туынысы сарапталды және бөлшектердің декорреляциялық уақыты бойынша нәтижелер алынды. Жұмыстың авторлары магнит өрісінің $\vec{B}$ бөлшектердің ұсталу уақытын ұлғайтатындығын анықтады. Тозаңды бөлшектердің физикалық қасиеттерін зерттеу және компьютерлік модельдеу жүйенің қасиеттерін сипаттайтын келесі параметрлердің өзгерісінің кең аумағында жүзеге асырылды: экрандалу параметрі κ, байланыс параметрі Г, магнит өрісінің параметрі β.

Түйін сөздер: тозаңды плазма, компьютерлік модельдеу, Верле алгоритмі, кейгендік функция, микроскопиялық қасиеттері, молекулалық динамика.

1 Введение

Для моделирования ансамбля заряженных частиц под действием внешнего однородного магнитного поля был использован метод молекулярной динамики. Компьютерное моделирование является мощным средством изучения свойств и поведения много частичных систем, особенно в том случае, когда использование других теоретических подходов затруднительно. Сильно неидеальная плазма является как раз такой системой, в которой из-за отсутствия малого параметра нельзя использовать методы, основанные на разложении по малому параметру. Такая система довольно широко распространена в природе, также часто встречается в различных лабораторных установках [1]. Широкое разнообразие физических явлений, происходящих в такой системе делает их очень интересным объектом для исследования [2-4]. Сильно связанная плазма используется во многих отраслях науки и техники, которая постоянно расширяется, и исследования выполняются как экспериментальными [5, 6], так и теоретическими методами [7-13]. Одним из характерных особенностей неидеальной сильно связанной плазмы является квазилокализация частиц: частицы проводят достоточное количество времени в локальных минимумах медленно менящейся потенциальной поверхности. В то же время, время локализации частиц ограничивается из-за преобразования потенциальной поверхности за счет диффузии частиц. Локализация отдельных частиц и изменение их окружения могут быть количественно определены с помощью корреляционного метода, введенного в работах [14,15]. Метод был использован для исследования времени локализации частиц сильно связанной Кулоновской и Юкава системы с помощью метода молекулярной динамики [16,17]. Результаты исследования подтверждают, что время локализации сильно связанной жидкости охватывает несколько периодов плазменных колебаний. Целью данной работы является компьютерное моделирование системы пылевых частиц,

взаимодействующих с помощью потенциала Юкава, во внешнем магнитном поле и исследование влияния магнитного поля на локализацию частиц, которая вычисляется с помощью кейгеновой корреляционной функции. Во второй части работы описаны методы и модель компьютерного моделирования. В третьей части представлены анализ полученных результатов.

2 Математическая модель и метод компьютерного моделирования

Взаимодействие пылинок описывалось на основе экранированного потенциала Кулона, часто упонимаемом в литературе как потенциал Дебая-Хюккеля или потенциал Юкава:

$$\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\exp(-r/\lambda_{\mathrm{D}})}{r}, \tag{1}$$

где Q - заряд частиц и λ_{D} - Дебаевская длина экранировки. Соотношение межчастичной потенциальной энергий и тепловой энергий выражается через параметр связи:

$$\Gamma = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a k_{\mathrm{B}} T}, \tag{2}$$

здесь T-температура, $a = [3/(4\pi n)]^{1/3}$ - трехмерный радиус Вигнера-Зейтца и n - плотность частиц.

Для реализации метода молекулярной динамики все пространство разбивается на равные ячейки (куб), т.е. частицы двигаются в пространстве (x, y, z) и предполагается, что магнитное поле однородно и направлено вдоль оси z, то есть $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Одна из ячеек считается базовой, остальные – копии (реплики). Конфигурации частиц базовой ячейки повторяются во всех остальных ячейках. На базовую ячейку и на реплики были наложены периодические граничные условия. Начальное распределение компонент координат и скоростей частиц берется случайным, однако компоненты скоростей должны быть распределены по гауссовскому закону с заданной температурой. На первом этапе моделирования система должна перейти в равновесное состояние, что происходит достаточно быстро. Так как моделирование проводится для канонического ансамбля, используется термостат для поддержания постоянной температуры. После того, как в системе достигается равновесие, начинается сбор данных о скоростях и координатах частиц, эти данные необходимы для дальнейших вычислений.

Параметр магнитного поля выражается следующим образом:

$$\beta = \frac{\omega_{\mathrm{c}}}{\omega_{\mathrm{p}}}, \tag{3}$$

где $\omega_{\mathrm{c}} = QB/m$ - циклотронная и $\omega_{\mathrm{p}} = \sqrt{nQ^2/\varepsilon_0 m}$ - 3D плазменная частота.

Время берется в единицах, обратных плазменной частоте пылевых частиц, а скорость в единицах тепловой скорости частиц

$$\nu_{T_d} = (k_B T_d/m_d)^{-1/2}, \tag{4}$$

Поведение системы описывается параметрами магнитного поля β, связи Γ и экранировки κ.

Для проведения расчетов мы выбрали численный алгоритм, который был предложен в работе [18], для вычисления координат и скоростей в момент времени $t + \triangle t$ через данные в момент времени t:

$$r_x(t+\triangle t) = r_x(t) + \frac{1}{\omega_c}\left[v_x(t)\sin(\omega_c\triangle t) - v_y(t)C(\omega_c\triangle t)\right] + \\ + \frac{1}{\omega_c^2}\left[-a_x^C(t)C(\omega_c\triangle t) - a_y^C(t)S(\omega_c\triangle t)\right] + O((\triangle t)^3), \tag{5}$$

$$r_y(t+\triangle t) = r_y(t) + \frac{1}{\omega_c}\left[v_y(t)\sin(\omega_c\triangle t) + v_x(t)C(\omega_c\triangle t)\right] + \\ + \frac{1}{\omega_c^2}\left[-a_y^C(t)C(\omega_c\triangle t) + a_x^C(t)S(\omega_c\triangle t)\right] + O((\triangle t)^3), \tag{6}$$

$$r_z(t+\triangle t) = r_z(t) + \triangle t v_z(t) + \frac{1}{2}(\triangle t)^2 a_z^C(t) + O((\triangle t)^3), \tag{7}$$

где

$$S(\omega_c\triangle t) \equiv \sin(\omega_c\triangle t) - \omega_c\triangle t, \tag{8}$$

$$C(\omega_c\triangle t) \equiv \cos(\omega_c\triangle t) - 1. \tag{9}$$

Для скоростей:

$$v_x(t+\triangle t) = v_x(t)\cos(\omega_c\triangle t) + v_y(t)\sin(\omega_c\triangle t) + \frac{1}{\omega_c}\left[-a_y^C(t)C(\omega_c\triangle t) + a_x^C(t)\sin(\omega_c\triangle t)\right] + \\ + \frac{1}{\omega_c^2}\left[-\frac{a_x^C(t+\triangle t) - a_x^C(t)}{\triangle t}C(\omega_c\triangle t) - \frac{a_y^C(t+\triangle t) - a_y^C(t)}{\triangle t}S(\omega_c\triangle t)\right] + O((\triangle t)^3), \tag{10}$$

$$v_y(t+\triangle t) = v_y(t)\cos(\omega_c\triangle t) - v_x(t)\sin(\omega_c\triangle t) + \frac{1}{\omega_c}\left[a_x^C(t)C(\omega_c\triangle t) + a_y^C(t)\sin(\omega_c\triangle t)\right] + \\ + \frac{1}{\omega_c^2}\left[-\frac{a_y^C(t+\triangle t) - a_y^C(t)}{\triangle t}C(\omega_c\triangle t) + \frac{a_x^C(t+\triangle t) - a_x^C(t)}{\triangle t}S(\omega_c\triangle t)\right] + O((\triangle t)^3), \tag{11}$$

$$v_z(t+\triangle t) = v_z(t) + \frac{1}{2}\triangle t\left[a_z^C(t) + a_z^C(t+\triangle t)\right] + O((\triangle t)^3). \tag{12}$$

Разностная схема (10)–(12) является алгоритмом второго порядка. В данном методе магнитное поле включено в уравнение движения таким образом, чтобы выбор шага по времени $\triangle t$ не зависел от Ларморовской частоты и определялся только внутренними физическими свойствами рассматриваемой системы. Для исследования локализации частиц изменение окружения отдельной частицы отслеживается с помощью корреляционного метода, изложенного в работе [14, 15]. Следуя формализму [14, 15] список соседей ℓ_i частицы i определяется следующим образом:

$$\ell_i = \{f(r_{i,1}), f(r_{i,2}), ..., f(r_{i,N})\} \tag{13}$$

где $f(r_{i,j}) = \Theta(r_c - r_{i,j})$, $r_{i,j} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ и Θ - функция Хевисайда (т.е. если $f = 1$ $r_{i,j} \leq r_c$ и $f = 0$ в противном случае). Здесь r_c - радиус обрезания («сферы»), и условие $r_{ij} \leq r_c$ означает, что частицы близко расположены друг к другу. В данном случае радиус обрезания равен $r_c = 2.42$, который приблизительно равен расстоянию первого минимума парной корреляционной функции $g(r)$ при больших значениях параметра связи. Выбор данного значения означает, что соседние частицы расположены в первой координатной оболочке. Наши вычисления $\int_0^{r_c} g(r)$ координационного числа привели к значениям приближенным к значению 14, которое является суммой ближайших и вторых ближайших соседей, как в ОЦК так и в ГЦК решетках. В жидкой фазе эти частицы образуют общую неразрешимую оболочку вокруг пробной частицы. Взаимодействие между окружением частицы в момент времени $t = 0$ и t вычисляется с помощью функции «списка», которая определяется через скалярное произведение соседних векторов списка:

$$C_\ell(t) = \frac{\langle \ell_i(t)\ell_i(0)\rangle}{\langle \ell_i(0)^2\rangle}, \tag{14}$$

где $\langle ...\rangle$ усреднение по всем частицам и по начальным временам. Число частиц, покинувших начальную клетку частицы i в момент времени t, определяется следующим образом:

$$n_i^{\text{out}}(t) = |\ell_i(0)^2| - \ell_i(0) \cdot \ell_i(t). \tag{15}$$

Первая часть данного уравнения определяет число частиц, окружающих частицу i в момент времени $t = 0$, а вторая часть определяет число частиц, которые остались после некоторого момента времени t. Кейгеновая корреляционная функция C_{cage}, которая характеризует распад первичной группы частиц в клетке, вычисляется как ансамбль и среднее время функции $\Theta(c - n_i^{\text{out}})$ для разного числа частиц, покинувших клетку (окружение пробной частицы):

$$C_{cage}^c(t) = \langle \Theta(c - n_i^{\text{out}}(0,t))\rangle. \tag{16}$$

Кейгеновая корреляционная функция может быть вычислена для разного числа значения c, обычно $c = 7$, то есть, количество частиц, покинувших клетку равно половине числа частиц, которые находились в первой координатной оболочке (в жидкой фазе). Когда $C_{cage}^7(t)$ функция опускается до 0.1 то первичная группа частиц считается уже некоррелированной.

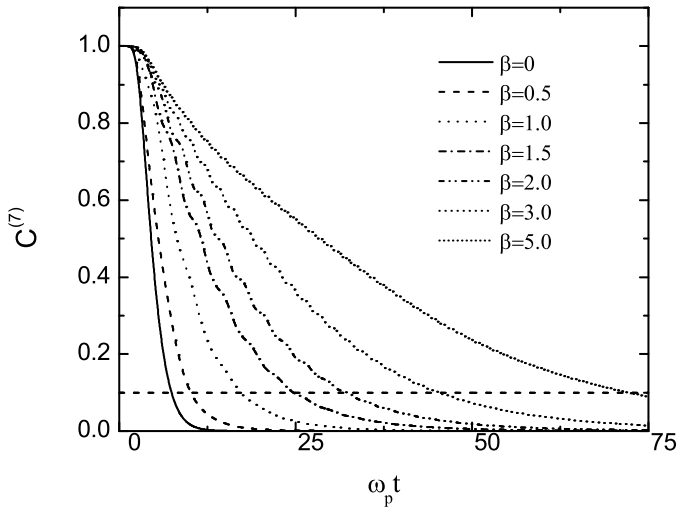


Рисунок 1 - Кейгеновая корреляционная функция для разных значений параметра магнитного поля β при $\kappa = 1$. Там же построена линия времени декорреляции $C^{(7)} = 0.1$.

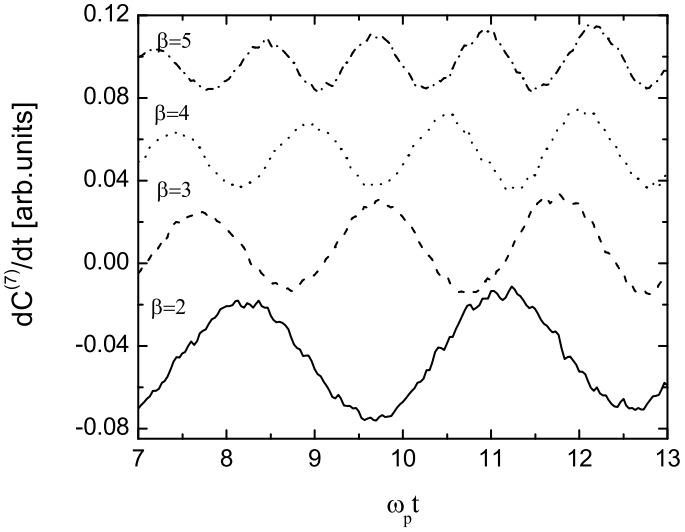


Рисунок 2 - Производная кейгеновой корреляционной функции для разных значений параметра магнитного поля β при $\kappa = 1$. Для ясности кривые были сдвинуты.

3 Результаты вычисления

На рисунке 1 представлены результаты по кейгеновым корреляционным функциям, полученные для разных значений параметра магнитного поля $0 \leq \beta \leq 5$ при $\kappa = 1$. Напомним, что время декорреляции t_{cage} определяется как $C^7_{cage} = 0.1$. Для $\kappa = 1$ время деккореляции $\omega_p t \approx 1$, что соответствует одному циклу плазменного колебания. Такое «слабо

некоррелированное» поведение кейгеновых корреляционных функции меняется с учетом влияния магнитного поля, при $\beta = 3$ время деккореляции частиц увеличивается в 6 раз. Также из рисунка 1 можно увидеть колебания кривых кейгеновых корреляционных функции, особенно тех которые совпадают промежуточным значением β. Появление таких колебаний можно объяснить, взяв производные этих кривых, которые представлены на рисунке 2. Частота этих кривых пропорциональна параметру магнитного поля, и на основе этих результатов появление таких колебании можно объяснить тем, что частицы периодический покидают и заходят в клетку, двигаясь по циклотронной орбите. В самом деле, измерения частот ω^* кривых dC^7_{cage}/dt подтверждают $\omega^* \cong \omega_c$. Амплитуда колебания dC^7_{cage}/dt затухает с увеличением β за счет уменьшения Ларморовского радиуса траекторий частиц. С другой стороны, при малых значениях параметра магнитного поля β, колебания менее заметны, так как удержание частиц в клетке менее выражено и кейгеновая корреляционная кривая затухает на временной шкале обратной циклотронной частоте. Зависимость кейгеновой корреляционной функции от параметра связи показана на рисунке 3 при $\kappa = 1$ для фиксированного значения параметра магнитного поля $\beta = 2$. Увеличение связи в системе также способствует увеличению времени декорреляции частиц. При больших значениях параметра связи кейгеновая корреляционная функция уменьшается до значения 0.1, когда значение $\omega_p t$ достигает несколько сотен, это означает, что частицы находятся от несколько десятков до сотен плазменных колебаний в клетке. Это число возможно, так как высокие значения параметра связи соответствуют примерно 70% и 45% критическим значениям фазового перехода жидкость-твердое тело ($\Gamma = 217,4$ и $\Gamma = 440,1$, соответственно, для $\kappa = 1$ и $\kappa = 2$ [19]), время декорреляции для твердой фазы бесконечно.

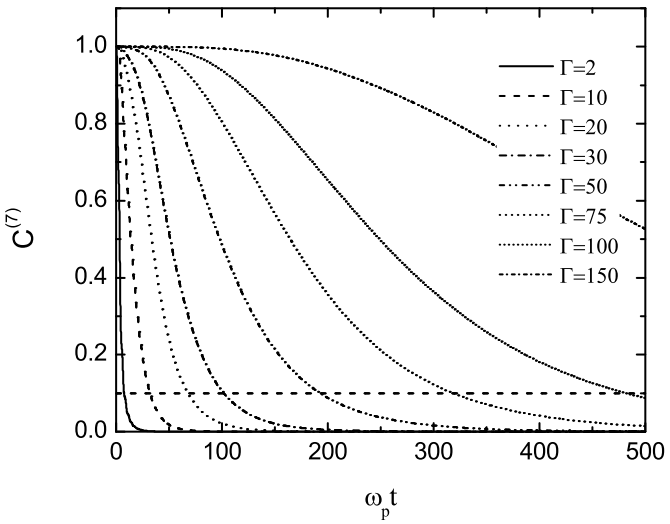


Рисунок 3 - Кейгеновая корреляционная функция для разных значений параметра связи Γ при $\kappa = 1$. Там же построена линия времени декорреляции $C^{(7)} = 0.1$.

Анализ полученных результатов по производным кейгеновых корреляционных функции показывает, что с увеличением параметра связи Γ колебания уменьшаются, и приблизительно при значении $\Gamma = 50$ исчезают. Уменьшение амплитуды колебания связано

с тем, что при больших значениях параметра связи Γ Ларморовское вращение частиц происходит синхронно. Результаты, полученные по временам декорреляции частиц, показаны на рисунке 4, который показывает зависимость t_{cage} от параметра связи при фиксированных значениях параметра магнитного поля β. Мы нашли почти линейный рост времени декорреляции с увеличением β, тогда как, связь между t_{cage} и Γ является почти степенной функцией. Помимо нескольких точек при малых значениях Γ, кривые на рисунке 4, построенные для разных значений β, почти параллельны, что указывает на универсальное поведение. Аналогичные результаты получены и для $\kappa = 2$.

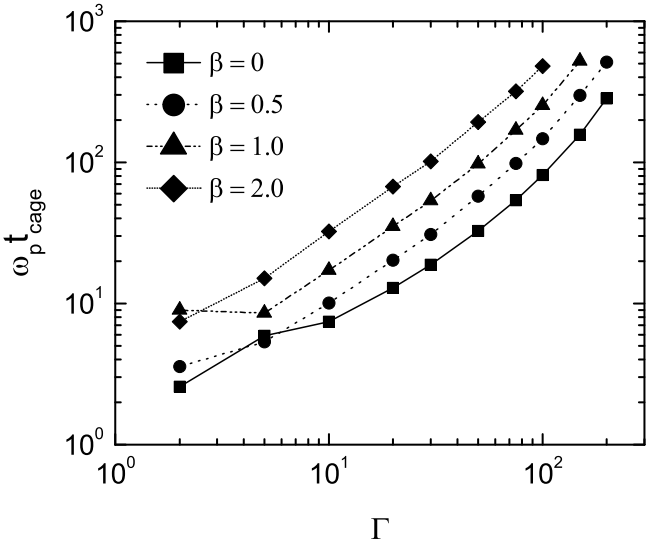


Рисунок 4 - Время декорреляции частиц для разных значений параметра магнитного поля β при $\kappa = 1$ в зависимости от параметра связи Γ.

4 Заключение

Было проведено детальное компьютерное моделирование физических свойств пылевой плазмы, частицы которой взаимодействуют с помощью потенциала Юкава во внешнем однородном магнитном поле. А также в статье вычислены кейгеновые корреляционные функций, с помощью данной функции было исследовано влияние внешнего магнитного поля, а также сильной связи в системе на локализацию частиц. Для исследования свойств системы был использован метод компьютерного моделирования молекулярной динамики, в котором эволюция системы взаимодействующих частиц отслеживается интегрированием их уравнения движения. Для решения уравнения движения был использован алгоритм Верле. Было исследовано влияние внешнего однородного магнитного поля на кейгеновые корреляционные функции в трехмерной сильно связанной Юкава жидкости при широком диапазоне изменения параметров системы: параметра связи Γ, параметра магнитного поля β, и параметра экранировки κ. Результаты показывают, что увеличение параметра магнитного поля приводит к увеличению времени декорреляции частиц из-за уменьшения Ларморовского радиуса траектории частиц, то есть частицы дольше остаются в клетке. Увеличение связи в системе также приводит к увеличению

времени декорреляции. Результаты по кейгеновым корреляционным функциям показывают колебания на кривых кейгеновых функции при $\beta > 0$, что объясняется выходом и повторным заходом частиц в клетку, что связано с циклотронной частотой. Стоит отметить, в дальнейшем концепцию кейгеновой корреляционной функции можно обобщить для включения зависимости от направления, вдоль которых частицы покидают клетку, что объясняется анизотропией в системе созданной магнитным полем.

Литература

[1] *Kalman J., Blagoev K., and Rommel M.* Strongly Coupled Coulomb Systems. - New York: Plenum Press, 1998; *Fortov V. E., Khrapak A. G., Iakubov I. T.* Physics of Strongly Coupled Plasmas. - England: Oxford University Press, 2005.

[2] *Khrapak S. A., Thomas M. H., Chaudhuri M., Morfill G. E., Zobnin A. V., Usachev A. D., Petrov O. F., Fortov V. E.* Particle Flows in a DC Discharge in Laboratory and Microgravity Conditions // Physical Review E. - 2013. - Vol. 87. - pp. 063109.

[3] *Fortov V. E., Morfill G. E.* Strongly Coupled Dusty Plasmas on ISS: Experimental Results and Theoretical Explanation // Plasma Physics and Controlled Fusion. - 2012. - Vol. 54. - N 12. - pp. 124040-124045.

[4] *Petrov O. F., Fortov V. E.* Collective Phenomena in Strongly Coupled Dissipative Systems of Charged Dust: From Ground to Microgravity Experiments // Contributions to Plasma Physics. - 2013. - Vol. 53. - N 10. - pp. 767-777.

[5] *Maiorov S. A., Ramazanov T. S., Dzhumagulova K. N., Dosbolayev M. K., and Jumabekov A. N.* Investigation of Plasma-Dust Structures in He-Ar Gas Mixture //Physics of Plasmas. - 2008. - Vol. 15. - pp. 0937011-0937017.

[6] *Morfill G. E., Thomas H. M., Konopka U., and Zuzic M.* The Plasma Condensation: Liquid and Crystalline Plasmas //Physics of Plasmas. - 1999. - Vol. 6. - pp. 1769-1780.

[7] *Dzhumagulova K. N., Ramazanov T. S., and Masheyeva R. U.* Velocity Autocorrelation Functions and Diffusion Coefficient of Dusty Component in Complex Plasmas //Contributions to Plasma Physics. - 2012. - Vol. 52. - N 3. - pp. 182–185;

[8] *Dzhumagulova K.N., Ramazanov T. S., Masheyeva R. U.* Study of the Dust-Free Region Near an Electric Probe and the Dust Particles Oscillations in Dusty Plasma //Contributions to Plasma Physics, - 2013. - Vol.53(4-5) - pp. 419-425;

[9] *Dzhumagulova K.N., Ramazanov T. S., Masheyeva R. U.* Diffusion Coefficient of Three-Dimensional Yukawa Liquids //Contributions to Plasma Physics.- 2013. - Vol. 20. - P. 113702.

[10] *Morfill G. E., Thomas H. M., Konopka U., and Zuzic M.* The Plasma Condensation: Liquid and Crystalline Plasmas //Physical Review E. - 2005. - Vol. 72. - pp. 026409.

[11] *Kalman G. J., Hartmann P., Donkó Z. and Rosenberg M.* Two-Dimensional Yukawa liquids: Correlation and Dynamics // Physical Review Letter - 2004. - Vol. 92. - P. 065001;

[12] *Kov A. Zs., Hartmann P., and Donk Z.* Dynamic Shear Viscosity in a 2D Yukawa System //Physical Review Letter. - 2012. - Vol. 52. - pp. 199-202.

[13] *Ott T., Bonitz M., Donk Z., and Hartmann P.* Superdiffusion in Quasi-Two-Dimensional Yukawa Liquids // Physical Review E. - 2012. - Vol. 52. - N 3. - pp. 182–185.

[14] *Rabani E., Gezelter J. D., and Berne B. J.* Calculating the Hopping Rate for Self-Diffusion on Rough Potential Energy Surfaces: Cage Correlations // The Journal of chemical physics. - 1997. - Vol. 107. - N 17. - pp. 6867-6876.

[15] *Rabani E., Gezelter J. D., and Berne B. J.* Condensed Matter: Structure, etc-Direct Observation of Stretched-Exponential Relaxation in Low-Temperature Lennard-Jones Systems Using the Cage Correlation Function // Physical Review Letter. - 1999. - Vol. 81. - N 18. - pp. 3649–3652.

[16] *Donk Z., Kalman G. J., and Golden K. I.* Caging of Particles in One-Component Plasmas // Physical Review Letter. - 2002. - Vol. 88. - P. 225001.

[17] *Donk Z., Hartmann P., and Kalman G. J.* Molecular Dynamics Simulations of Strongly Coupled Plasmas: Localization and Microscopic Dynamics // Physics of Plasmas. - 2003. - Vol. 10. - P. 1563.

[18] *Spreiter Q. and Walter M.* Classical Molecular Dynamics Simulation with the Velocity Verlet Algorithm at Strong External Magnetic Fields // Journal of Computational Physics. - 1999. - Vol. 152. - pp. 102-119.

[19] *Ohta H. and Hamaguchi S.* Molecular Dynamics Evaluation of Self-diffusion in Yukawa Systems // Physics of Plasmas. - 2000. - Vol. 7. - P.4506.

References

[1] *Kalman J., Blagoev K., and Rommel M.* Strongly Coupled Coulomb Systems. - New York: Plenum Press, 1998; *Fortov V. E., Khrapak A. G., Iakubov I. T.* Physics of Strongly Coupled Plasmas. - England: Oxford University Press, 2005.

[2] *Khrapak S. A., Thomas M. H., Chaudhuri M., Morfill G. E., Zobnin A. V., Usachev A. D., Petrov O. F., Fortov V. E.* Particle Flows in a DC Discharge in Laboratory and Microgravity Conditions // Physical Review E. - 2013. - Vol. 87. - pp. 063109.

[3] *Fortov V. E., Morfill G. E.* Strongly Coupled Dusty Plasmas on ISS: Experimental Results and Theoretical Explanation // Plasma Physics and Controlled Fusion. - 2012. - Vol. 54. - N 12. - pp. 124040-124045.

[4] *Petrov O. F., Fortov V. E.* Collective Phenomena in Strongly Coupled Dissipative Systems of Charged Dust: From Ground to Microgravity Experiments // Contributions to Plasma Physics. - 2013. - Vol. 53. -N 10. - pp. 767-777.

[5] *Maiorov S. A., Ramazanov T. S., Dzhumagulova K. N., Dosbolayev M. K., and Jumabekov A. N.* Investigation of Plasma-Dust Structures in He-Ar Gas Mixture //Physics of Plasmas. - 2008. - Vol. 15. - pp. 0937011-0937017.

[6] *Morfill G. E., Thomas H. M., Konopka U., and Zuzic M.* The Plasma Condensation: Liquid and Crystalline Plasmas //Physics of Plasmas. - 1999. - Vol. 6. - pp. 1769-1780.

[7] *Dzhumagulova K. N., Ramazanov T. S., and Masheyeva R. U.* Velocity Autocorrelation Functions and Diffusion Coefficient of Dusty Component in Complex Plasmas //Contributions to Plasma Physics. - 2012. - Vol. 52. - N 3. - pp. 182–185;

[8] *Dzhumagulova K.N., Ramazanov T. S., Masheyeva R. U.* Study of the Dust-Free Region Near an Electric Probe and the Dust Particles Oscillations in Dusty Plasma //Contributions to Plasma Physics, - 2013. - Vol.53(4-5) - pp. 419-425;

[9] *Dzhumagulova K.N., Ramazanov T. S., Masheyeva R. U.* Diffusion Coefficient of Three-Dimensional Yukawa Liquids //Contributions to Plasma Physics.- 2013. - Vol. 20. - P. 113702.

[10] *Morfill G. E., Thomas H. M., Konopka U., and Zuzic M.* The Plasma Condensation: Liquid and Crystalline Plasmas //Physical Review E. - 2005. - Vol. 72. - pp. 026409.

[11] *Kalman G. J., Hartmann P., Donkó Z. and Rosenberg M.* Two-Dimensional Yukawa liquids: Correlation and Dynamics // Physical Review Letter - 2004. - Vol. 92. - P. 065001;

[12] *Kov A. Zs., Hartmann P., and Donk Z.* Dynamic Shear Viscosity in a 2D Yukawa System //Physical Review Letter. - 2012. - Vol. 52. - pp. 199-202.

[13] *Ott T., Bonitz M., Donk Z., and Hartmann P.* Superdiffusion in Quasi-Two-Dimensional Yukawa Liquids // Physical Review E. - 2012. - Vol. 52. - N 3. - pp. 182–185.

[14] *Rabani E., Gezelter J. D., and Berne B. J.* Calculating the Hopping Rate for Self-Diffusion on Rough Potential Energy Surfaces: Cage Correlations // The Journal of chemical physics. - 1997. - Vol. 107. - N 17. - pp. 6867-6876.

[15] *Rabani E., Gezelter J. D., and Berne B. J.* Condensed Matter: Structure, etc-Direct Observation of Stretched-Exponential Relaxation in Low-Temperature Lennard-Jones Systems Using the Cage Correlation Function // Physical Review Letter. - 1999. - Vol. 81. - N 18. - pp. 3649–3652.

[16] *Donk Z., Kalman G. J., and Golden K. I.* Caging of Particles in One-Component Plasmas // Physical Review Letter. - 2002. - Vol. 88. - P. 225001.

[17] *Donk Z., Hartmann P., and Kalman G. J.* Molecular Dynamics Simulations of Strongly Coupled Plasmas: Localization and Microscopic Dynamics // Physics of Plasmas. - 2003. - Vol. 10. - P. 1563.

[18] *Spreiter Q. and Walter M.* Classical Molecular Dynamics Simulation with the Velocity Verlet Algorithm at Strong External Magnetic Fields // Journal of Computational Physics. - 1999. - Vol. 152. - pp. 102-119.

[19] *Ohta H. and Hamaguchi S.* Molecular Dynamics Evaluation of Self-diffusion in Yukawa Systems // Physics of Plasmas. - 2000. - Vol. 7. - P.4506.

МАЗМҰНЫ - СОДЕРЖАНИЕ

1-бөлім Раздел 1

Математика Математика

Aisagaliev S.A., Aisagalieva S.S., Kabidoldanova A.A.
Solvability and construction of solutions of integral equations 3

Temirbekov N.M., Baigereyev D.R.
On the stability of a difference scheme for the three-phase non-isothermal flow problem 19

Zhumali A.S.
Numerical implementation of the one-dimensional microscopic model of in-situ leaching 27

Zhunussova Zh.Kh., Nugmanova G.N., Moldanazarova U.
About gauge equivalent of the generalized Landau-Lifshitz equation 35

Аскарова З.Б., Асылбекулы А., Большакова Н.А., Жакебаев Д.Б.
Моделирование динамики твердых частиц в облаке, образовавшемся при наземном взрыве ракеты-носителя 41

Исахов А.А.
Оценка воздействия функционирования тепловой электростанции на окружающую среду методами математического моделирования 55

Машеева Р.У., Джумагулова К.Н., Донко З., Рамазанов Т.С., Габдуллина Г.Л.
Компьютерное моделирование и исследование локализации пылевых частиц во внешнем магнитном поле 65

2-бөлім Раздел 2

Механика Механика

Kudaikulov A.A., Josserand C., Kaltayev A.
Numerical investigation of interface motion between two immiscible fluids in a channel 75

Zhilisbayeva K.S., Saspayeva A.D.
Programed motion of the magnetized spacecraft 87

Баймахан А.Р., Абдиахметова З.М., Сейнасинова А.А., Баймахан Р.Б.
Разработка условий пластичности для грунтов анизотропного строения 94

Kunakbayev T., Nigmetov D., Turekhanova V.
Dynamic calculation of an optimum arrangement of rotary wind turbines on floors of a compact multystoried wind farm 103

3-бөлім Раздел 3

Информатика Информатика

Tukeyev U.A., Rakhimova D.R., Zhumanov Zh.M., Kartbayev A.Zh.
Single state transducer model for Kazakh and Russian morphology 110