



Л.Н. Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫ

ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ВЕСТНИК

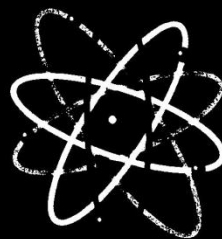
Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

1995 жылдан шыға бастады ■ Основан в 1995 г. ■ Since 1995

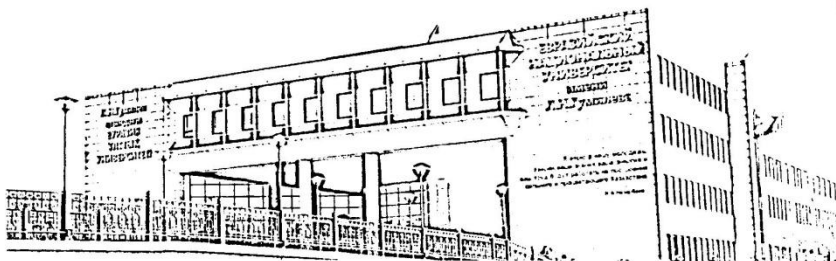
SCIENTIFIC JOURNAL
HERALD

L.N. Gumilyov Eurasian
national University

ISSN 1028-9364



№ 4 (107) 2015



I
БӨЛІМ

МАЗМУНЫ

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА	МАТЕМАТИКА
Абденов А.Ж., Нурбекова Ж.К., Уткин В.В., Абденова Г.А. Оценивание коэффициентов уравнения теплопроводности с учетом шумов измерительной системы	5
Вайбеков С.Н. Разработка нового метода генерирования простых чисел	14
Бейсенби М.А., Ермакбаева Ж.Ж. Построение систем управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости в классе катастроф эллиптической омбилика	22
Бияров В.Н. Спектральные свойства корректных сужений и расширений для оператора Лапласа	32
Есмаханова К.Р., Мырзакулова Ж.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И. Одно-солитонные решения для (1+1)-мерного нелинейного уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха	41
Назарова К. Ж., Алиханова В. Ж. Жай дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін параметрлі сызықты екі нүктелі шеттік есептің бірімді шешілімділігін анықтаудың бір нұсқасы туралы	46
Нугманова Н.Г., Ерсұлтанова З.С., Жасыбаева М.В. Периодическое решение уравнения Ландау-Лифшица с векторным потенциалом	56
Темирбеков Н.М., Токанова С.О., Вайгереев Д.Р. О методе численного построения ортогональной криволинейной сетки применительно к задаче расчета течения вязкой несжимаемой жидкости в областях с криволинейной границей	61
Уалиханова У.А., Бекон С.С. В настоящей работе получены различные формы уравнения Ландау-Лифшица. Построено преобразование Дарбу для уравнения Ландау-Лифшица с одноосной анизотропией	74
Шайхова Г.Н., Ерсұлтанова З.С., Мухаммедин К.Т. Трехкомпонентное нелинейное уравнение Шредингера	80
Kemelbekova G.M., Esmakhanova K.R., Tapeeva S.K., Tungushbaeva D.I. and Myrzakulov R. Darboux transformation and one-soliton solution of the (2+1)-dimensional modified Korteweg-de Vries equation	86
ТЕХНИКА	ТЕХНИКА
Абжапарова Д.А. Разработка специальной конформной геодезической проекции для маркшейдерских работ в условиях Кыргызстана	93
Абитова Г.А., Айнагулова А.С., Айбеков В.С., Данишева Ж.В. Разработка АСУ ТП насосных станций тепловых сетей и их алгоритмов функционирования	99
Абитова Г.А., Айнагулова А.С., Уалиханова А.М. Сирек металдардың сығынды процесінде зерттеу объектісінің математикалық моделін синтездеу	106
Айнагулова А.С., Абитова Г.А., Қалмағанбетова Ж.А. Сызықты басқару жүйелері үшін реттегіштерді талдау	112
Арынов К.К. Особенности архитектуры экотуризма в южных областях Казахстана	118
Вагитова С.Ж., Лукпанов Р.Е., Вайнатов Ж.В., Оразова Д.К. Определение бокового давления и сдвигающей силы грунта на стенку от временной нагрузки	126
Валабаев О.Т., Саржанов Д.К., Валгабеков Т.К., Жакупов Т.М., Вескоровайный Д.В., Косбармаков С.Ж. Темір жол өткелінің кедергісінің құрылымын жетілдіру	134
Ваубеков С.Д., Дуйсенбаева С.Т., Ваубеков С.С., Таукебаева К.С., Каримов С.С. Исследование прочностных возможностей автоматизированной машины для контурной обработки деталей	138
Вестембек Е.С., Жунусбекова Ж.Ж. Нагружение рабочего органа вращательного действия, активизированного струей жидкости высокого давления	144
Глазырин С.А., Рахмалина С.Г., Шулико С.С. Влияние pH на коррозию металлов	149
Еспенбетов В.Ж. Сәулет және дизайн өнерінде интерьер кеңістігін көркемдеп безендірудің мәселелері	155
Еспенбетов В.Ж., Айдарова В.В. Замануи дизайн интерьерін безендіруде көркем шешімдерді пайдалана отырып әдептеуді жоғарғы деңгейде ұйымдастыру жолдары	159
Жакупова Г.Н., Ермакбаева А.Т. О рациональном использовании сыворотки в пищевой промышленности	167
Жұмабаев А.Ә. Білім алушылардың кеңістік ойлауын дамытудағы графикалық пәндердің маңызы	173
Золотарев В.В., Сатыбалдина Д.Ж., Адамова А.Д. Метод ускорения работы символического порогового элемента многопорогового декодера	177
Қайралапов Ғ.С., Тулегулов А.Д., Ергалиев Д.С., Раев М.Ж. Оптикалық ортадағы резонансты қабатты құрылымдардың сызықтық емес режимдегі қасиеттері	183

УДК 517.958; 538.221

Есмаханова К.Р., Мырзакулова Ж.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И.

Одно-солитонные решения для (1+1)-мерного нелинейного уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха

(Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан)

В данной работе, получим преобразование Дарбу для (1+1)-мерного нелинейного уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха. Одно-солитонные решения построим с помощью преобразования Дарбу первого порядка.

Введение. В последние годы, нелинейная наука стала мощным предмет для объяснения типов присутствующей в проблемах развития науки и технологий на сегодняшний день. Важным элементом в развитии теории солитона и полной интегрируемости было взаимодействие между математикой и физикой. Хорошо известно, что преобразование Дарбу является эффективным методом для получения солитонных решений для интегрируемых уравнений [1]-[6].

Целью данной работы является построение преобразования Дарбу, который используется для получения одно-солитонных решений уравнений НУШ и МБ.

Рассмотрим (1+1)-мерное нелинейное уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха (НУШ и МБ):

$$q_t + iq_{xx} + 2i|q|^2q + 2p = 0, \quad (1)$$

$$p_x + 2qp + 2i\omega p = 0, \quad (2)$$

$$\eta_x - qp^* - q^*p = 0, \quad (3)$$

где $q(x, t)$ и $p(x, t)$ -комплексные функции, $\eta(x, t)$ и ω -функции действительных переменных, t -действительные постоянные и через "*" обозначим комплексное сопряжение.

Представление Лакса для уравнения НУШ и МБ имеет вид

$$\Psi_x = A\Psi, \quad (4)$$

$$\Psi_t = B\Psi, \quad (5)$$

где A и B матрицы с собственными параметрами

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & -q \\ q^* & -\lambda \end{pmatrix} = \lambda\sigma_3 + A_0, \quad (6)$$

$$B = \lambda^2 B_2 + \lambda B_1 + B_0 + \frac{1}{\lambda + i\omega} B_{-1},$$

где λ - комплексная постоянная

$$A_0 = \begin{pmatrix} -2i & 0 \\ 0 & 2i \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2iq \\ -2iq^* & 0 \end{pmatrix}, B_0 = \begin{pmatrix} -iqq^* & -iq_x \\ iq_x & iqq^* \end{pmatrix}, B_{-1} = \begin{pmatrix} \eta & -p \\ -p^* & -\eta \end{pmatrix}. \quad (7)$$

где Ψ обозначает матрицу коэффициентов члена λ^i

$$\Psi = \Psi(\lambda) = \begin{pmatrix} \Psi_1(\lambda, x, t) \\ \Psi_2(\lambda, x, t) \end{pmatrix} \quad (8)$$

является собственной функцией, связанная с собственным значением параметра λ линейной системы (4)-(5). Для представления Лакса получим условие совместности в следующем виде

$$A_t - B_x + AB - BA = 0. \quad (9)$$

Использование преобразования Дарбу первого порядка для НУШ и МБ будет введено в следующем разделе.

1. Преобразование Дарбу первого порядка для (1+1)-мерного НУШ и МБ

В этом разделе, дадим подробное доказательство преобразования Дарбу первого порядка для НУШ и МБ как в работе [7]. Рассмотрим следующие преобразования уравнения (4)-(5)

$$\Psi^{[1]} = T\Psi = (\lambda N - M)\Psi \quad (10)$$

где N и M матрицы 2×2

$$N = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Функция $\Psi^{[1]}$ удовлетворяет линейной системе

$$\Psi_x^{[1]} = A^{[1]}\Psi^{[1]}, \quad (12)$$

$$\Psi_t^{[1]} = B^{[1]}\Psi^{[1]}, \quad (13)$$

где $A^{[1]}$ и $B^{[1]}$ зависят от $q^{[1]}$, $p^{[1]}$, $\eta^{[1]}$ и λ . Тогда матрица T удовлетворяет следующим тождествам

$$T_x + TA = A^{[1]}T, \quad (14)$$

$$T_t + TB = B^{[1]}T. \quad (15)$$

Подставляя матрицы N и M в уравнении (15)-(16) и сравнивая коэффициенты обеих сторон получим следующее условие

$$n_{12} = n_{21} = 0, \quad (n_{11})_x = (n_{22})_x = 0. \quad (16)$$

Поэтому выберем $N = I$. Далее матрицы T берем в виде $T = \lambda I - M$. Из формулы (14) получим

$$\lambda^2: I\sigma_3 = \sigma_3 I. \quad (17)$$

$$\lambda^1: A^{[1]}M = -M\sigma_3 M + A_0 M + \sigma_3 M^2 \quad (18)$$

$$\lambda^0: M_x + MA_0 = A_0^{[1]}M \quad (19)$$

Из выражения (18) имеем

$$q^{[1]} = q^* + 2m_{12}, \quad (20)$$

$$q^{*[1]} = q^* + 2m_{21} \quad (21)$$

Элементы матрицы M удовлетворяют условию $m_{21} = m_{12}^*$.

Подставляя элементы матриц в уравнении (16) и сравнивая коэффициенты при λ с обеих сторон получим следующие условия

$$\lambda^3: B_2 = B_2^{[1]}, \quad (22)$$

$$\lambda^2: -MB_2 + B_1 = B_1^{[1]} - B_2^{[1]}M, \quad (23)$$

$$\lambda^1: -MB_1 + B_0 = B_0^{[1]} - B_1^{[1]}M, \quad (24)$$

$$\lambda^0: -M_t - MB_0 + B_{-1} = -B_{-1}^{[1]} - B_0^{[1]}M, \quad (25)$$

$$\frac{1}{\lambda + i\omega}: -i\omega B_{-1} - MB_{-1} = -i\omega B_{-1}^{[-1]}M - B_{-1}^{[1]}M. \quad (26)$$

отсюда имеем

$$B_{-1}^{[1]} = (M + i\omega I)B_{-1}(M + i\omega I)^{-1}. \quad (27)$$

Для матрицы $B_{-1}^{[1]}$:

$$\text{tr} B_{-1}^{[1]} = 0, \quad \eta^{[1]} \equiv (B_{-1}^{[1]})_{11}, \quad (B_{-1}^{[1]})_{12}^* = (B_{-1}^{[1]})_{21}. \quad (12)$$

Введем матрицу M в виде

$$M = H\Lambda H^{-1}, \quad (13)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} \Psi_1(\lambda_1, t, z) & \Psi_1(\lambda_2, t, z) \\ \Psi_2(\lambda_1, t, z) & \Psi_2(\lambda_2, t, z) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Пусть, $\det H \neq 0$ и λ_1, λ_2 комплексные постоянные. Используя формулы (4), (5) и (29) получим

$$H_x = \sigma_3 H\Lambda + A_0 H, \quad (16)$$

$$H_t = B_2 H\Lambda^2 + B_1 H\Lambda + B_0 H + B_{-1} H\Sigma, \quad (17)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda_1 + i\omega} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_2 + i\omega} \end{pmatrix}. \quad \text{Возьмем матрицу } H \text{ в следующем виде}$$

$$\lambda_2 = -\lambda_1^*, \quad (18)$$

$$H = \begin{pmatrix} \Psi_1(\lambda_1, t, z) & -\Psi_2^*(\lambda_1, t, z) \\ \Psi_2(\lambda_1, t, z) & \Psi_1^*(\lambda_1, t, z) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Подставляя (28) в (20) и (27) получим решения для НУШ и МБ

$$q^{[1]} = q + \frac{2(\lambda_1 - \lambda_2)\Psi_2^*\Psi_1}{\Delta}, \quad (20)$$

$$\eta^{[1]} = \frac{1}{\Delta}[(|m_{11} + i\omega|^2 + |m_{12}^2|)\eta + pm_{12}^*(m_{11} + i\omega) - p^*m_{12}(m_{11}^* + i\omega)], \quad (21)$$

$$p^{[1]} = \frac{1}{\Delta}[(m_{11} + i\omega)(m_{12} + m_{12}^*)\eta + p(m_{11} + i\omega)^2 - p^*m_{12}^2], \quad (22)$$

$$p^{[1]*} = -\frac{1}{\Delta}[(m_{12} + m_{12}^*)(m_{11}^* + i\omega)\eta - p^*(m_{11}^* + i\omega)^2 + p(m_{12}^2)^*]. \quad (23)$$

$$\Delta = \Delta^2$$

Одно-солитонные решения для НУШ и МБ

В этом разделе построим одно-солитонные решения для НУШ и МБ. При условиях $q = 0, p = 0, \eta = 1, \lambda_1 = \nu_1 + i\rho_1, (\nu_1, \rho_1 \in R)$

$$\Psi_x = A\Psi, \quad (38)$$

$$\Psi_t = B\Psi, \quad (39)$$

где

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}, \quad (40)$$

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix}, \quad (41)$$

$$B = \begin{pmatrix} -2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda+i\omega} & 0 \\ 0 & 2\lambda^2 - \frac{1}{\lambda+i\omega} \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Из линейной системы (38), (39) получим собственные функции

$$\Psi_1 = \exp(\lambda_1 x - 2i\lambda_1^2 t + \frac{1}{\lambda_1 + i\omega} t + \frac{x_0 + iy_0}{2}), \quad (43)$$

$$\Psi_2 = \exp(-\lambda_1 x + 2i\lambda_1^2 t - \frac{1}{\lambda_1 + i\omega} t - \frac{x_0 + iy_0}{2} + i\theta), \quad (44)$$

где x_0, y_0, ω и θ действительные постоянные. Одно-солитонное решение имеет вид [7]

$$q^{[1]} = 2\nu_1 \operatorname{sech}[\tilde{x}] e^{i\tilde{y} - i\theta} \quad (45)$$

$$\eta^{[1]} = \frac{\nu_1^2 \operatorname{sech}^2[\tilde{x}] + (\rho_1 - \omega)^2 \cosh^2[\tilde{x}] - \nu_1^2}{\nu_1^2 \operatorname{sech}^2[\tilde{x}] + (\rho_1 - \omega)^2 \cosh^2[\tilde{x}] + \nu_1^2}, \quad (46)$$

$$p^{[1]} = 2 \frac{\nu_1^2 \operatorname{sech}[\tilde{x}] + i\nu_1(\rho_1 - \omega) \cosh[\tilde{x}]}{\nu_1^2 \operatorname{sech}^2[\tilde{x}] + (\rho_1 - \omega)^2 \cosh^2[\tilde{x}] + \nu_1^2}, \quad (47)$$

где

$$\tilde{x} = 2\nu_1 x + 8\nu_1 \rho_1 t + \frac{2\nu_1}{\nu_1^2 + (\rho_1 + \omega)^2} t + x_0, \quad (48)$$

$$\tilde{y} = 2\rho_1 x - 4(\nu_1^2 + \rho_1^2)t - 2 \frac{2(\rho_1 + \omega)}{\nu_1^2 + (\rho_1 + \omega)^2} t + y_0. \quad (49)$$

Заключение. В данной работе мы построили преобразование Дарбу для (1+1)-мерной нелинейной уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха (НУШ и МБ). С помощью преобразования Дарбу были построены одно-солитонные решения для (1+1)-мерной нелинейной уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха (НУШ и МБ).

Литература

- 1 S. W. Xu, J. S. He and L. H. Wang. The Darboux transformation of the derivative nonlinear Schrödinger equation// J. Phys. A: Math. Theor. 2011. V.44. 305203.
- 2 V. B. Matveev, M. A. Salle. Darboux transformations and solitons// Springer, Berlin. 1991. 3
- Chuanzhong Li, Jingsong He, K. Porsezian. Rogue waves of the Hirota and the Maxwell-Bloch equations// [arXiv:1205.1191]
- 4 Chuanzhong Li, Jingsong He. Darboux transformation and positons of the inhomogeneous Hirota and the Maxwell-Bloch equation// [arXiv:1210.2501]
- 5 Jieming Yang, Chuanzhong Li, Tiantian Li, Zhaoneng Cheng. Darboux transformation and solutions of the two-component Hirota-Maxwell-Bloch system// Chin. Phys. Lett. V. 30, N10. 104201. 2013. arXiv:1310.0617.
- 6 Zh. Kh. Zhunussova, K. R. Yesmakhanova, D. I. Tungushbaeva, G. K. Mamyrbekova, G. N. Nugmanova, R. Myrzakulov. Integrable Heisenberg Ferromagnet Equations with self-consistent potentials.// [arXiv:1301.1649] 7 J. S. He, Y. Cheng and Y. S. Li. The Darboux Transformation for NLS-MB Equation// Commun. Theor. Phys. 2002. -P.493-496.
- Қ.Р. Есмаханова, Ж.Р. Мырзакулова, С.Қ. Тәпеева, Д.И. Тунгушбаева
(1+1)-өлшемді сызықты емес Шредингер теңдеуі және Максвелл-Блох теңдеуінің бір-солитондық шешімдері
Осы мақалада біз (1+1)-өлшемді сызықты емес Шредингер теңдеуі және Максвелл-Блох теңдеуінің бір-солитондық шешімдері құрастырамыз, Дарбу түрлендіру әдісін пайдаланып.
K.R. Yesmakhanova, Zh.R. Myrzakulov, S.K. Tapeeva, D.I. Tungushbaeva
One-soliton solution for (1+1)-dimensional nonlinear Schrodinger and Maxwell-Bloch equation
In this paper we derive Darboux transformation of the (1+1)-dimensional nonlinear Schrodinger and Maxwell-Bloch equation. One-soliton solutions for this equation are obtained by Darboux transformation.

Поступила в редакцию 20.05.2015.