



Л.Н. Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫ

ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ВЕСТНИК

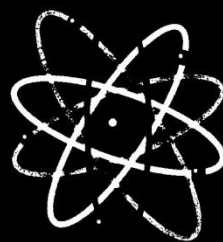
Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

1995 жылдан шыға бастады ■ Основан в 1995 г. ■ Since 1995

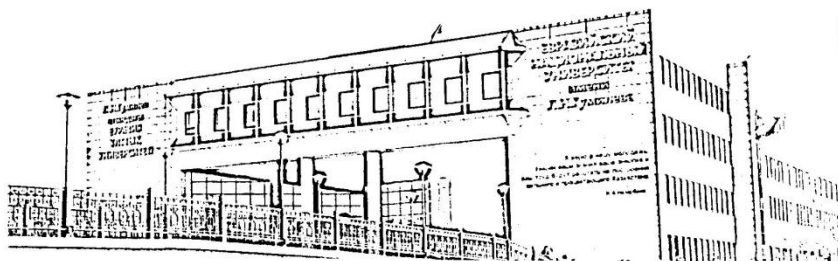
SCIENTIFIC JOURNAL
HERALD

L.N. Gumilyov Eurasian
national University

ISSN 1028-9364



№ 4 (107) 2015



I
БӨЛІМ

МАЗМУНЫ

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА	МАТЕМАТИКА
Абденов А.Ж., Нурбекова Ж.К., Уткин В.В., Абденова Г.А. Оценивание коэффициентов уравнения теплопроводности с учетом шумов измерительной системы	5
Вайбеков С.Н. Разработка нового метода генерирования простых чисел	14
Бейсенби М.А., Ермакбаева Ж.Ж. Построение систем управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости в классе катастроф эллиптической омбилика	22
Бияров В.Н. Спектральные свойства корректных сужений и расширений для оператора Лапласа	32
Есмаханова К.Р., Мырзакулова Ж.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И. Одно-солитонные решения для (1+1)-мерного нелинейного уравнения Шредингера и Максвелла-Блоха	41
Назарова К. Ж., Алиханова В. Ж. Жай дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін параметрлі сызықты екі нүктелі шеттік есептің бірімді шешілімділігін анықтаудың бір нұсқасы туралы	46
Нугманова Н.Г., Ерсултанова З.С., Жасыбаева М.В. Периодическое решение уравнения Ландау-Лифшица с векторным потенциалом	56
Темирбеков Н.М., Токанова С.О., Вайгереев Д.Р. О методе численного построения ортогональной криволинейной сетки применительно к задаче расчета течения вязкой несжимаемой жидкости в областях с криволинейной границей	61
Уалиханова У.А., Бекон С.С. В настоящей работе получены различные формы уравнения Ландау-Лифшица. Построено преобразование Дарбу для уравнения Ландау-Лифшица с одноосной анизотропией	74
Шайхова Г.Н., Ерсултанова З.С., Мухаммедин К.Т. Трехкомпонентное нелинейное уравнение Шредингера	80
Kemelbekova G.M., Esmakhanova K.R., Tapeeva S.K., Tungushbaeva D.I. and Myrzakulov R. Darboux transformation and one-soliton solution of the (2+1)-dimensional modified Korteweg-de Vries equation	86
ТЕХНИКА	ТЕХНИКА
Абжапарова Д.А. Разработка специальной конформной геодезической проекции для маркшейдерских работ в условиях Кыргызстана	93
Абитова Г.А., Айнагулова А.С., Айбеков В.С., Данишева Ж.В. Разработка АСУ ТП насосных станций тепловых сетей и их алгоритмов функционирования	99
Абитова Г.А., Айнагулова А.С., Уалиханова А.М. Сирек металдардың сығынды процесінде зерттеу объектісінің математикалық моделін синтездеу	106
Айнагулова А.С., Абитова Г.А., Қалмағанбетова Ж.А. Сызықты басқару жүйелері үшін реттегіштерді талдау	112
Арынов К.К. Особенности архитектуры экотуризма в южных областях Казахстана	118
Вагитова С.Ж., Лукпанов Р.Е., Вайнатов Ж.В., Оразова Д.К. Определение бокового давления и сдвигающей силы грунта на стенку от временной нагрузки	126
Валабаев О.Т., Саржанов Д.К., Валгабеков Т.К., Жакупов Т.М., Вескоровайный Д.В., Косбармаков С.Ж. Темір жол өткелінің кедергісінің құрылымын жетілдіру	134
Ваубеков С.Д., Дуйсенбаева С.Т., Ваубеков С.С., Таукебаева К.С., Каримов С.С. Исследование прочностных возможностей автоматизированной машины для контурной обработки деталей	138
Вестембек Е.С., Жунусбекова Ж.Ж. Нагружение рабочего органа вращательного действия, активизированного струей жидкости высокого давления	144
Глазырин С.А., Рахмалина С.Г., Шулико С.С. Влияние pH на коррозию металлов	149
Еспенбетов В.Ж. Сәулет және дизайн өнерінде интерьер кеңістігін көркемдеп безендірудің мәселелері	155
Еспенбетов В.Ж., Айдарова В.В. Замануи дизайн интерьерін безендіруде көркем шешімдерді пайдалана отырып әдептеуді жоғарғы деңгейде ұйымдастыру жолдары	159
Жакупова Г.Н., Ермакбаева А.Т. О рациональном использовании сыворотки в пищевой промышленности	167
Жұмабаев А.Ә. Білім алушылардың кеңістік ойлауын дамытудағы графикалық пәндердің маңызы	173
Золотарев В.В., Сатыбалдина Д.Ж., Адамова А.Д. Метод ускорения работы символического порогового элемента многопорогового декодера	177
Қайралапов Ғ.С., Тулегулов А.Д., Ергалиев Д.С., Раев М.Ж. Оптикалық ортадағы резонансты қабатты құрылымдардың сызықтық емес режимдегі қасиеттері	183

UDK 44553563563

Kemelbekova G.M., Esmakhanova K.R., Tapeeva S.K., Tungushbaeva D.I. and Myrzakulov R.

Darboux transformation and one-soliton solution of the (2+1)-dimensional modified Korteweg-de Vries equation

(Eurasian International Center for Theoretical Physics and Department of General and Theoretical Physics, Eurasian National University L.N. Gumilyov)

Darboux transformation, a comprehensive approach to construct the explicit solutions of the nonlinear evolutionary equation, is applied to construct the solution of the modified Korteweg-de Vries (KdV) equation. In this paper, we construct a Darboux transformation of the (2+1)-dimensional modified KdV equation which is integrable by the Inverse Scattering Method. Using this transformation, the one-soliton solution is obtained from the "seed" solutions.

Keywords: Darboux transformation, soliton solution, Lax presentation, modified Korteweg-de Vries equation

The (2+1)-dimensional modified KdV equation

The (2+1)-dimensional modified Korteweg-de Vries equation (KdV) reads as [28]

$$iq_t + iq_{xy} - vq + i(wq)_x - 2ip = 0, \quad (1)$$

$$v_x - 2i\delta(q_{xy}^*q - q^*q_{xy}) = 0, \quad (2)$$

$$w_x - 2\delta(|q|^2)_y = 0, \quad (3)$$

$$p_x - 2i\mu p - 2\eta q = 0, \quad (4)$$

$$\eta_x + \delta(q^*p + p^*q) = 0, \quad (5)$$

where q, p are complex function, v, w, η are real functions, δ is real constant and λ, μ are spectral parameters. It is the (2+1)-dimensional modified KdV equation. This set of equations (2.1)-(2.5) is integrable by IST. The corresponding linear eigenvalue problem can take the form

$$\Psi_x = A\Psi, \quad (6)$$

$$\Psi_t = 4\lambda^2\Psi_y + B\Psi, \quad (7)$$

where

$$\Psi = (\Psi_1, \Psi_2)^T, \quad (8)$$

$$A = -i\lambda\sigma_3 + A_0, \quad (9)$$

$$B = \lambda B_1 + B_0 + \frac{i}{\lambda + \mu} B_{-1}. \quad (10)$$

Here $\sigma_3, A_0, B_1, B_0, B_{-1}$ are 2×2 matrices have form

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -r & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} i\mu & q \\ -r & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} -\frac{i}{2}v & -q_{xy} - wq \\ r_{xy} + wr & \frac{i}{2}v \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$B_{-1} = \begin{pmatrix} \eta & -p \\ -k & -\eta \end{pmatrix}. \quad (14)$$

and $r = \delta q^*, k = \delta p^*$, where $\delta = \pm 1$. The integrability condition of (2.6)-(2.7) is still $\Psi_{xt} = \Psi_{tx}$:

$$A_t - 4\lambda^2 A_y - B_x + [A, B] = 0. \quad (15)$$

DT for the (2+1)-dimensional modified KdV equation

It is well-known that the DT has been proved to be an efficient way to find the exact solutions like solitons, dromions, positons, breathers, rogue wave solutions for integrable equations in 1+1 and 2+1 dimensions. In this section, considering the particularity of the Lax representation, we construct the DT of the (2+1)-dimensional modified KdV equation (2.1)-(2.5). Furthermore, we will find some solutions of the (2+1)-dimensional modified KdV equation using its DT.

One-fold DT

We consider the following transformation about linear function $\Psi^{[1]}(x, y, t, \lambda)$

$$\Psi^{[1]}(x, y, t, \lambda) = T(x, y, t, \lambda) \Psi(x, y, t, \lambda), \quad (16)$$

where $T(x, y, t, \lambda)$ is called a Darboux matrix

$$T(x, y, t, \lambda) = \lambda I - M(x, y, t, \lambda), \quad (17)$$

here I, M are 2×2 matrices have form

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

The new function $\Psi^{[1]}$ satisfies the next system

$$\Psi_x^{[1]} = A^{[1]} \Psi^{[1]}, \quad (19)$$

$$\Psi_t^{[1]} = 4\lambda^2 \Psi_y^{[1]} + B^{[1]} \Psi^{[1]}, \quad (20)$$

where $A^{[1]}$ and $B^{[1]}$ depend on $q^{[1]}, v^{[1]}, p^{[1]}, \eta^{[1]}, w^{[1]}$ and λ . Then the matrix T can be proven to satisfy following equations

$$T_x + TA = A^{[1]}T, \quad (21)$$

$$T_t + TB = 4\lambda^2 T_y + B^{[1]}T. \quad (22)$$

The correspondence between $q^{[1]}, v^{[1]}, p^{[1]}, \eta^{[1]}, w^{[1]}$ and q, v, p, η, w can be got by (3.6)-(3.7). Collecting the different power coefficients of λ^i we obtain from (3.6) the following set of identities

$$\lambda^2 : iI\sigma_3 = i\sigma_3 I, \quad (23)$$

$$\lambda^1 : A_0^{[1]} = A_0 + i[M, \sigma_3], \quad (24)$$

$$\lambda^0 : M_x = A_0^{[1]}M - MA_0. \quad (25)$$

From the above identities, after simplifications (3.9) we get

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad q^{*[1]} = q^* - 2im_{21}. \quad (26)$$

After this system we derive $m_{21} = -m_{12}^*$ for attractive interaction case that is if $\delta = +1$. From (3.12) we take $m_{22} = m_{11}^*$. Then comparing different power coefficients of λ^i of the two sides of the equation (3.7) gives us

$$\lambda^2 : 4M_y = B_1^{[1]} - B_1, \quad (27)$$

$$\lambda^1 : B_0^{[1]} = B_0 - MB_1 + B_1^{[1]}M, \quad (28)$$

$$\lambda^0 : -M_t = iB_{-1}^{[1]} - B_0^{[1]}M - iB_{-1} + MB_0, \quad (29)$$

$$(\lambda + \mu)^{-1} : -i\mu B_{-1}^{[1]} - iB_{-1}^{[1]}M + i\mu B_{-1} + iMB_{-1} = 0. \quad (30)$$

Subsequently we get the DT

$$B_0^{[1]} = B_0 - MB_1 + (B_1 + 4M_y)M, \quad (31)$$

$$4M_y = B_1^{[1]} - B_1, \quad (32)$$

$$B_{-1}^{[1]} = (M + \mu I)B_{-1}(M + \mu I)^{-1}. \quad (33)$$

Then one-fold Darboux transformation of Kortweg-de Vries equation is expressed as

$$v^{[1]} = v + 4(m_{12}q_y^* + m_{12}^*q_y + 2im_{11}m_{11y} - 2im_{12}^*m_{12y}), \quad (34)$$

$$w^{[1]} = w - 4im_{11y} = w + 4im_{22y}. \quad (35)$$

So the matrix M has the form

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ -m_{12}^* & m_{11}^* \end{pmatrix}, \quad M^{-1} = \frac{1}{|m_{11}|^2 + |m_{12}|^2} \begin{pmatrix} m_{11}^* & -m_{12} \\ m_{12}^* & m_{11} \end{pmatrix}, \quad (35)$$

$$M + \mu I = \begin{pmatrix} m_{11} + \mu & m_{12} \\ -m_{12}^* & \mu + m_{11}^* \end{pmatrix}, \quad (M + \mu I)^{-1} = \frac{1}{\square} \begin{pmatrix} m_{11}^* + \mu & -m_{12} \\ m_{12}^* & \mu + m_{11} \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Here

$$\square = \det(M + \mu I) = \mu^2 + \mu(m_{11} + m_{11}^*) + |m_{11}|^2 + |m_{12}|^2. \quad (35)$$

The equation (3.19) gives

$$\eta^{[1]} = \frac{(|\mu + m_{11}|^2 - |m_{12}|^2)\eta - pm_{12}^*(\mu + m_{11}) - p^*m_{12}(\mu + m_{11}^*)}{\square}, \quad (36)$$

$$p^{[1]} = \frac{p(\mu + m_{11})^2 - p^*m_{12}^2 + 2\eta m_{12}(\mu + m_{11})}{\square}, \quad (37)$$

$$p^{*[1]} = \frac{p^*(\mu + m_{11}^*)^2 - pm_{12}^2 + 2\eta m_{12}^*(\mu + m_{11}^*)}{\square}. \quad (38)$$

Suppose M matrix

$$M = H\Lambda H^{-1}, \quad (39)$$

where

$$H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_2; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2(\lambda_2; t, x, y) \end{pmatrix}. \quad (40)$$

We consider

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (41)$$

and $\det H \neq 0$, where λ_1 and λ_2 are complex constants. Using equation (21), it is easy to give

$$H_x = -i\sigma_3 H\Lambda + A_0 H. \quad (42)$$

While from (22)

$$H_t = 4H_y\Lambda^2 + B_1 H\Lambda + B_0 H + B_{-1} H\Sigma, \quad (43)$$

where

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{i}{\lambda_1 + \mu} & 0 \\ 0 & \frac{i}{\lambda_2 + \mu} \end{pmatrix}. \quad (44)$$

To satisfy the restriction of M and $B_{-1}^{[1]}$ as mentioned above, we first note that if $\delta = 1$ then

$$\Psi^+ = \Psi^{-1}, \quad A_0^+ = -A_0, \quad (45)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1^*, \quad H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & -\psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}, \quad (46)$$

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ -\psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}. \quad (47)$$

For the matrix M we have

$$M = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1 |\psi_1|^2 + \lambda_2 |\psi_2|^2 & (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_1 \psi_2^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_1^* \psi_2 & \lambda_1 |\psi_2|^2 + \lambda_2 |\psi_1|^2 \end{pmatrix}, \quad (48)$$

where

$$\Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2. \quad (49)$$

Here we mention that $m_{22} = m_{11}^*$ and $m_{21} = -m_{12}^*$ if $\lambda_2 = \lambda_1^*$. So far, we found construction of Lax of the (2+1)-dimensional modified KdV equation:

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad (50)$$

$$v^{[1]} = v + 4(m_{12}q_y^* + m_{12}^*q_y + 2im_{11}m_{11y} - 2im_{12}^*m_{12y}), \quad (51)$$

$$w^{[1]} = w - 4im_{11y} = w + 4im_{11y}^*, \quad (52)$$

$$\eta^{[1]} = \frac{(|\mu + m_{11}|^2 - |m_{12}|^2)\eta - pm_{12}^*(\mu + m_{11}) - p^*m_{12}(\mu + m_{11}^*)}{\square}, \quad (53)$$

$$p^{[1]} = \frac{p(\mu + m_{11})^2 - p^*m_{12}^2 + 2\eta m_{12}(\mu + m_{11})}{\square}. \quad (54)$$

One-soliton solutions

As far as we got Darboux transformation, our next aim is to construct the one-soliton solution of KdV equation. In order to obtain soliton solution, the seed solution we take $q = 0$, $v = 0$, $p = 0$, $w = 0$, $\eta = 1$. Let $\lambda_1 = a + bi$. Hence the corresponding associated linear system takes the form

$$\Psi_{1x} = -i\lambda\Psi_1, \quad (55)$$

$$\Psi_{2x} = i\lambda\Psi_2, \quad (56)$$

$$\Psi_{1t} = 4\lambda^2\Psi_{1y} + \frac{i}{\lambda + \mu}\Psi_1, \quad (57)$$

$$\Psi_{2t} = 4\lambda^2\Psi_{2y} - \frac{i}{\lambda + \mu}\Psi_2. \quad (58)$$

From the above system, we take take eigenfunctions in the form

$$\Psi_1 = e^{-i\lambda_1 x + i\mu_1 y + i(4\lambda_1^2\mu_1 + \frac{1}{\lambda_1 + \mu})t + \delta_1 + i\delta_2}, \quad (59)$$

$$\Psi_2 = e^{i\lambda_1 x - i\mu_1 y - i(4\lambda_1^2\mu_1 + \frac{1}{\lambda_1 + \mu})t - \delta_1 - i\delta_2 + i\delta_0}, \quad (60)$$

or

$$\Psi_1 = e^{\theta_1 + i\chi_1}, \quad (61)$$

$$\Psi_2 = e^{\theta_2 + i\chi_2}, \quad (62)$$

where $\mu_1 = \eta + i\nu$, $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ and δ_i are real constants.

$$\theta_1 = \beta x - \nu y - [8\alpha\beta\eta + 4\nu(\alpha^2 - \beta^2) - \frac{\beta}{(\alpha + \mu)^2 + \beta^2}]t + \delta_1, \quad (63)$$

$$\chi_1 = -\alpha x + \eta y + [4\eta(\alpha^2 - \beta^2) - 8\alpha\beta\nu + \frac{\alpha + \mu}{(\alpha + \mu)^2 + \beta^2}]t + \delta_2, \quad (64)$$

and

$$\theta_2 = -\theta_1, \quad \chi_2 = -\chi_1 + \delta_0 \quad (65)$$

Finally we have one-soliton solution of the (2+1)-dimensional modified KdV equation:

$$q^{[1]} = \frac{2\beta e^{i\chi_1 - i\chi_2}}{ch2\theta_1}, \quad (66)$$

$$v^{[1]} = 16 \frac{\alpha\beta\nu}{ch^2 2\theta_1} + 16 \frac{\beta^2 \eta}{ch^2 2\theta_1}, \quad (67)$$

$$w^{[1]} = -\frac{8\beta\nu}{ch^2 2\theta_1}, \quad (68)$$

$$p^{[1]} = \frac{2m_{12}(\mu + m_{11})}{\square}, \quad (69)$$

$$\eta^{[1]} = \frac{|\mu + m_{11}|^2 - |m_{12}|^2}{\square}, \quad (70)$$

where

$$m_{11} = \alpha + i\beta th2\theta_1, \quad m_{12} = \frac{i\beta e^{i\chi_1 - i\chi_2}}{ch2\theta_1}, \quad \square = \mu^2 + 2\alpha\mu + \alpha^2 + \beta^2 = (\mu + \alpha)^2 + \beta^2 \quad (71)$$

Using the above presented n -fold DT, in the same way we can construct the n -soliton solution of the (2+1)-dimensional modified KdV equation.

Conclusion

In this paper, we have constructed the DT for the (2+1)-dimensional modified KdV equation. Using the derived DT, some exact solutions like, one-soliton solution is obtained. The determinant representations of the obtained solutions of the (2+1)-dimensional modified KdV equation are given. Using the above presented results, one can also construct the n -solitons, breathers and rogue wave solutions of the (2+1)-dimensional modified KdV equation. It is interesting to note that rogue wave solutions of nonlinear equations is currently one of the hottest topics in nonlinear physics and mathematics. The application of the obtained solutions in physics will be one interesting subject [29-36]. In particular, we hope that the presented solutions may find some usages in experiment or optical fibre communication. Also we note that we will study some important generalizations of the (2+1)-dimensional modified KdV equation in future.

References

- 1 Maimistov A.I. and Manykin E.A. Sov. Phys. JETP. 1983. V. 58. -P. 685.
- 2 Porsezian K., Nakkeeran K. J. Mod. Opt. 1995. V. 42. -P. 1953.
- 3 Zhunussova Zh. Kh., Yesmakhanova K. R., Tungushbaeva D. I., Mamyrbekova G. K., Nugmanova G. N., Myrzakulov R. Integrable Heisenberg Ferromagnet Equations with self-consistent potentials// [arXiv:1301.1649]
- 4 He J.-S., Y. Cheng, Y.-S. Li. Commun. Theor. Phys. 2002. V. 38. -P.93-496.
- 5 Chuanzhong Li, Jingsong He, K. Porsezian. Rogue waves of the Hirota and the Maxwell-Bloch equations, [arXiv:1205.1191]
- 6 Chuanzhong Li, Jingsong He. Darboux transformation and positons of the inhomogeneous Hirota and the Maxwell-Bloch equation // [arXiv:1210.2501]
- 7 Jieming Yang, Chuanzhong Li, Tiantian Li, Zhaoeng Cheng. Darboux transformation and solutions of the two-component Hirota-Maxwell-Bloch system // Chin. Phys Lett. 2013 V.30. -N10. 104201// arXiv:1310.0617.
- 8 Jingsong He, Shuwei Xu, K. Porsezian. N-order bright and dark rogue waves in a Resonant erbium-doped Fibre system // [arXiv:1210.2522]
- 9 L.H. Wang, K. Porsezian, J.S. He. Breather and Rogue Wave solutions of a Generalized Nonlinear Schrodinger Equation.// [arXiv:1304.8085]
- 10 Shibao Shan, Chuanzhong Li, Jingsong He. On Rogue wave in the Kundu-DNLS equation// [arXiv:1305.1858]
- 11 M. Lakshmanan, Phil. Trans. R. Soc. A. 2011. V.369. -P.1280-1300.
- 12 M. Lakshmanan, Phys. Lett. A. 1977. V. A. -P.53-54 .
- 13 L.A. Takhtajan, Phys. Lett. A. 1977. V. 64. -P.235-238.
- 14 C. Senthilkumar, M. Lakshmanan, B. Grammaticos, A. Ramani. Phys. Lett. A. 2006. V. 356. -P.339-345. 15 Y. Ishimori, Prog. Theor. Phys. 1984. V. 72. -P.33.
- 16 R. Myrzakulov, S. Vijayalakshmi, G. Nugmanova , M. Lakshmanan Physics Letters A. 1997. V.233. -№14-6. -P.391-396.
- 17 R. Myrzakulov, S. Vijayalakshmi, R. Syzdykova, M. Lakshmanan, J. Math. Phys. 1998. V. 39. -P.2122-2139.
- 18 R. Myrzakulov, M. Lakshmanan, S. Vijayalakshmi, A. Danlybaeva , J. Math. Phys. 1998. V. 39. -P.3765-3771.
- 19 Myrzakulov R, Danlybaeva A.K, Nugmanova G.N. Theoretical and Mathematical Physics. 1999. V.118. -№13. -P.441-451.
- 20 Myrzakulov R., Nugmanova G., Syzdykova R. Journal of Physics A: Mathematical & Theoretical. 1998. V.31. -№147. -P.9535-9545.
- 21 Myrzakulov R., Daniel M., Amuda R. Physica A. 1997. V.234. -№13-4. -P.715-724.
- 22 Myrzakulov R., Makhankov V.G., Pashaev O.K. Letters in Mathematical Physics. 1989. V.16. -№1. -P.83-92.
- 23 Myrzakulov R., Makhankov V.G., Makhankov A. Physica Scripta. 1987. V.35. -№3. -P. 233-237.
- 24 Myrzakulov R., Pashaev O.K., Kholmurodov Kh. Physica Scripta. 1986. V.33. -№4. -P. 378-384
- 25 Anco S.C., Myrzakulov R. Journal of Geometry and Physics, v.60, -P.1576-1603 (2010)
- 26 Myrzakulov R., Rahimov F.K., Myrzakul K., Serikbaev N.S. On the geometry of stationary Heisenberg ferromagnets. In: "Non-linear waves: Classical and Quantum Aspects", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands. 2004. -P. 543-549.
- 27 Myrzakulov R., Serikbaev N.S., Myrzakul Kur., Rahimov F.K. On continuous limits of some generalized compressible Heisenberg spin chains. Journal of NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry. 2004. V. 153. -P. 535-542.
- 28 R. Myrzakulov, G. K. Mamyrbekova, G. N. Nugmanova, M. Lakshmanan. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials// [arXiv:1305.0098]
- 29 Myrzakulov R., Martina L., Kozhamkulov T.A., Myrzakul Kur. Integrable Heisenberg ferromagnets and soliton geometry of curves and surfaces. In book: "Nonlinear Physics: Theory and Experi-

- ment. II". World Scientific, London. 2003 -P. 248-253.
- 30 Myrzakulov R. Integrability of the Gauss-Codazzi-Mainardi equation in 2+1 dimensions. In "Mathematical Problems of Nonlinear Dynamics", Proc. of the Int. Conf. "Progress in Nonlinear sciences", Nizhny Novgorod, Russia, July 2-6, 2001. V.1. -P.314-319.
- 31 Chen Chi, Zhou Zi-Xiang. Darboux Transformation and Exact Solutions of the Myrzakulov-Equations. Chin. Phys. Lett. 2009. V. 26. N8. 080504.
- 32 Zhao-Wen Yan, Min-Ru Chen, Ke Wu, Wei-Zhong Zhao. J. Phys. Soc. Jpn. 2012. V. 81. 094006
- 33 Yan Zhao-Wen, Chen Min-Ru, Wu Ke, Zhao Wei-Zhong. Commun. Theor. Phys. 2012. V. 58 -P.463-468.
- 34 K.R. Esmakhanova, G.N. Nugmanova, Wei-Zhong Zhao, Ke Wu. Integrable inhomogeneous Lakshmanan-Myrzakulov equation// arxiv [nlin/0604034]
- 35 Zhen-Huan Zhang, Ming Deng, Wei-Zhong Zhao, Ke Wu. On the integrable inhomogeneous Myrzakulov-I equation// [nlin/0603069]
- 36 Martina L, Myrzakul Kur., Myrzakulov R, Soliani G. Journal of Mathematical Physics. 2001 V.42. -№13. -P.1397-1417.

Кемельбекова Г.М., Есмаханова К.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И. және Мырзақұлов Р.
Дарбу түрлендіруі және (2+1)-өлшемді модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуінің бірсолитонды шешімі

Дарбу түрлендіруі бейсызықты эволюциялық теңдеулердің дәл шешімдерін құру үшін кешенді тәсіл модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуінің шешімін құру үшін пайдаланылады. Біз осы мақалада кері шашырау есебі арқылы интегралданатын (2+1)-өлшемді модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуінің Дарбу түрлендіруі құрдық. Осы түрлендіруді қолданып, «тривиальды» шешімдерден бірсолитонды шешім алдық.

Түйін сөздер: Дарбу түрлендіруі, солитондық шешім, Лакс жұптары, модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуі

Кемельбекова Г.М., Есмаханова К.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И. и Мырзақұлов Р.
Дарбу преобразование и односолитонное решение (2+1)-мерного модифицированного уравнения Кортвега де Фриза

Преобразование Дарбу, комплексный подход для построения точных решений нелинейного эволюционного уравнения применяется для построения решения модифицированного уравнения Кортвега - де Фриза (КдФ). В этой статье мы построили преобразование Дарбу (2 + 1) - мерного модифицированного уравнения КдФ, которое интегрируется по обратной задаче рассеяния. Используя это преобразование, односолитонное решение получено из «тривиальных» решений.

Ключевые слова: Дарбу преобразование, солитонное решение, Лакс представление, модифицированное уравнение Кортвега де Фриза.

Поступила в редакцию 24.04.2015

- ment. II". World Scientific, London. 2003 -P. 248-253.
- 30 Myrzakulov R. Integrability of the Gauss-Codazzi-Mainardi equation in 2+1 dimensions. In "Mathematical Problems of Nonlinear Dynamics", Proc. of the Int. Conf. "Progress in Nonlinear sciences", Nizhny Novgorod, Russia, July 2-6, 2001. V.1. -P.314-319.
- 31 Chen Chi, Zhou Zi-Xiang. Darboux Transformation and Exact Solutions of the Myrzakulov-Equations. Chin. Phys. Lett. 2009. V. 26. N8. 080504.
- 32 Zhao-Wen Yan, Min-Ru Chen, Ke Wu, Wei-Zhong Zhao. J. Phys. Soc. Jpn. 2012. V. 81. 094006
- 33 Yan Zhao-Wen, Chen Min-Ru, Wu Ke, Zhao Wei-Zhong. Commun. Theor. Phys. 2012. V. 58 -P.463-468.
- 34 K.R. Esmakhanova, G.N. Nugmanova, Wei-Zhong Zhao, Ke Wu. Integrable inhomogeneous Lakshmanan-Myrzakulov equation// arxiv [nlin/0604034]
- 35 Zhen-Huan Zhang, Ming Deng, Wei-Zhong Zhao, Ke Wu. On the integrable inhomogeneous Myrzakulov-I equation// [nlin/0603069]
- 36 Martina L, Myrzakul Kur., Myrzakulov R, Soliani G. Journal of Mathematical Physics. 2001 V.42. -№13. -P.1397-1417.

Кемельбекова Г.М., Есмаханова К.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И. және Мырзақұлов Р.
Дарбу түрлендіруі және (2+1)-өлшемді модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуінің бірсолитонды шешімі

Дарбу түрлендіруі бейсызықты эволюциялық теңдеулердің дәл шешімдерін құру үшін кешенді тәсіл модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуінің шешімін құру үшін пайдаланылады. Біз осы мақалада кері шашырау есебі арқылы интегралданатын (2+1)-өлшемді модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуінің Дарбу түрлендіруі құрдық. Осы түрлендіруді қолданып, «тривиальды» шешімдерден бірсолитонды шешім алдық.

Түйін сөздер: Дарбу түрлендіруі, солитондық шешім, Лакс жұптары, модификацияланған Кортвег де Фриз теңдеуі

Кемельбекова Г.М., Есмаханова К.Р., Тапеева С.К., Тунгушбаева Д.И. и Мырзақұлов Р.
Дарбу преобразование и односолитонное решение (2+1)-мерного модифицированного уравнения Кортвега де Фриза

Преобразование Дарбу, комплексный подход для построения точных решений нелинейного эволюционного уравнения применяется для построения решения модифицированного уравнения Кортвега - де Фриза (КдФ). В этой статье мы построили преобразование Дарбу (2 + 1) - мерного модифицированного уравнения КдФ, которое интегрируется по обратной задаче рассеяния. Используя это преобразование, односолитонное решение получено из «тривиальных» решений.

Ключевые слова: Дарбу преобразование, солитонное решение, Лакс представление, модифицированное уравнение Кортвега де Фриза.

Поступила в редакцию 24.04.2015

To satisfy the restriction of M and $B_{-1}^{[1]}$ as mentioned above, we first note that if $\delta = 1$ then

$$\Psi^+ = \Psi^{-1}, \quad A_0^+ = -A_0, \quad (45)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1^*, \quad H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & -\psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}, \quad (46)$$

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \psi_1^*(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2^*(\lambda_1; t, x, y) \\ -\psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_1; t, x, y) \end{pmatrix}. \quad (47)$$

For the matrix M we have

$$M = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1 |\psi_1|^2 + \lambda_2 |\psi_2|^2 & (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_1 \psi_2^* \\ (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_1^* \psi_2 & \lambda_1 |\psi_2|^2 + \lambda_2 |\psi_1|^2 \end{pmatrix}, \quad (48)$$

where

$$\Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2. \quad (49)$$

Here we mention that $m_{22} = m_{11}^*$ and $m_{21} = -m_{12}^*$ if $\lambda_2 = \lambda_1^*$. So far, we found construction of Lax of the (2+1)-dimensional modified KdV equation:

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad (50)$$

$$v^{[1]} = v + 4(m_{12}q_y^* + m_{12}^*q_y + 2im_{11}m_{11y} - 2im_{12}^*m_{12y}), \quad (51)$$

$$w^{[1]} = w - 4im_{11y} = w + 4im_{11y}^*, \quad (52)$$

$$\eta^{[1]} = \frac{(|\mu + m_{11}|^2 - |\mu + m_{12}|^2)\eta - pm_{12}^*(\mu + m_{11}) - p^*m_{12}(\mu + m_{11}^*)}{\square}, \quad (53)$$

$$p^{[1]} = \frac{p(\mu + m_{11})^2 - p^*m_{12}^2 + 2\eta m_{12}(\mu + m_{11})}{\square}. \quad (54)$$

One-soliton solutions

As far as we got Darboux transformation, our next aim is to construct the one-soliton solution of KdV equation. In order to obtain soliton solution, the seed solution we take $q = 0$, $v = 0$, $p = 0$, $w = 0$, $\eta = 1$. Let $\lambda_1 = a + bi$. Hence the corresponding associated linear system takes the form

$$\Psi_{1x} = -i\lambda\Psi_1, \quad (55)$$

$$\Psi_{2x} = i\lambda\Psi_2, \quad (56)$$

$$\Psi_{1t} = 4\lambda^2\Psi_{1y} + \frac{i}{\lambda + \mu}\Psi_1, \quad (57)$$

$$\Psi_{2t} = 4\lambda^2\Psi_{2y} - \frac{i}{\lambda + \mu}\Psi_2. \quad (58)$$

From the above system, we take take eigenfunctions in the form

$$\Psi_1 = e^{-i\lambda_1 x + i\mu_1 y + i(4\lambda_1^2\mu_1 + \frac{1}{\lambda_1 + \mu})t + \delta_1 + i\delta_2}, \quad (59)$$

$$\Psi_2 = e^{i\lambda_1 x - i\mu_1 y - i(4\lambda_1^2\mu_1 + \frac{1}{\lambda_1 + \mu})t - \delta_1 - i\delta_2 + i\delta_0}, \quad (60)$$

or

$$\Psi_1 = e^{\theta_1 + i\chi_1}, \quad (61)$$

$$\Psi_2 = e^{\theta_2 + i\chi_2}, \quad (62)$$