

ISSN 1682-0525

Институт математики МОН РК

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

2011, том 11, № 3-4 (41, 42)

Алматы

УДК 532.526

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ДВУХ ПРЕПЯТСТВИЙ, РАСПОЛОЖЕННЫХ ТАНДЕМОМ, ПОТОКОМ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

С.Д. МАУСУМБЕКОВА

Казахский Национальный университет им. аль-Фараби
050040, Алматы, пр.аль-Фараби 71, e-mail: smausumbekova@mail.ru

В работе моделируется процесс образования и взаимодействия вихрей при обтекании последовательно расположенных тел потоком сжимаемого газа. Численно исследованы влияния расстояний между препятствиями на структуру течений. Для повышения аппроксимации динамических характеристик на препятствиях применяется линейная и билинейная интерполяции. Приводятся качественные сравнения изменения коэффициента подъемной силы с численными расчетами других авторов.

Введение

Разрушения теплообменных агрегатов, которые непосредственно связаны с вибрациями, возбуждаемыми потоком, зачастую приводят к многочисленному простоям энергетических установок. Причину возникновения вибраций обычно связывают с одной из следующих причин: срывом вихрей импульсной турбулентности, гидроупругой неустойчивостью, зависящей от режима колебаний. Когда частота срыва вихрей приближается к частоте собственных поперечных акустических колебаний ограниченного объема в поперечном направлении (т.е. акустической моды, связанной, главным образом, с движением акустической среды в направлении, перпендикулярном как к оси труб, так и к направлению потока, и затухающей вне пучка), может наступить резонанс. Основную часть сооружений таких, как трубы теплообмена, охлаждающие системы атомных электростанций, морские платформы, дымовые трубы, электрические кабели и т.д., формируют цилиндры с круговым сечением. Упомянутые конструкции подвергаются воздействию потока воздуха или воды, следовательно, вырабатывают возбуждаемые потоками вибрации, которые приводят к разрушению конструкции. Чтобы избежать эту ситуацию и улучшить дизайн конструкций, необходимо понимать детали взаимодействия "поток - конструкция". Эти знания могут быть улучшены экспериментальными и численными моделями. В прошлых десятилетиях несжимаемые течения вокруг одного цилиндра хорошо изучались и сейчас рассматриваются, как классический случай для обоснования новых численных схем. С точки зрения геометрической конфигурации, течение вокруг двух цилиндров

Keywords: *Turbulence, interpolation, obstacle tandem*

2010 Mathematics Subject Classification: 76F40

© С.Д. Маусумбекова, 2011.

может рассматриваться, как расширенный случай изолированного цилиндра. Несмотря на это, соответствующая задача имеет свои трудности, связанные с взаимодействием течений между препятствиями. Положение каждого препятствия в потоке относительно соседних определяет возмущения и изменения, вносимые в поток перед препятствием и за ним. Ввиду интереса к характеристикам течения, исследование течений вокруг пары цилиндров остается актуальным.

Постановка задачи

Геометрическое положение двух цилиндров в общем случае можно разделить на: расположенные параллельно, тандемом и в шахматном порядке в соответствии с направлением свободного потока. Эти расположения экспериментально и численно изучались многими исследователями [1-4]. Однако, основное внимание при этом обращалось на вносимые конструкцией возмущения в потоке. Почти совсем не уделялось внимания динамическим характеристикам конструкций и их влиянию на течение вниз по потоку. Для определения гидродинамических сил необходимо знать распределение динамических характеристик натекающего потока, то есть решать полную систему уравнений Навье-Стокса. Для определения этих сил поставим задачу обтекания одиночного препятствия, двух тел, расположенных тандемом, а также расположенных вертикально, потоком сжимаемого турбулентного газа в поле силы тяжести (без учета сил Кориолиса) в ограниченной области $\Omega_1 \in R^2$ с границей S . Задача сводится к решению следующей системы нелинейных уравнений в частных производных:

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{Fr} \rho e_z - \frac{1}{\gamma M^2} \nabla P + K \Delta V, \quad (1)$$

$$\rho \frac{dT}{dt} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dP}{dt} + K \Delta T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho V = 0, \quad (3)$$

$$P = \rho R T. \quad (4)$$

Уравнения (1)-(4) записаны в безразмерной форме. В качестве параметров обезразмеривания приняты характерные величины для рассматриваемого течения: высота рассматриваемой области H , максимальная скорость невозмущенного потока V_0 , температура T_0 , плотность ρ_0 на входе, масштаб времени t_0 . Здесь

$$Fr = V_0^2 / gH$$

— число Фруда,

$$M = \frac{V_0}{(\gamma R T_0)^{1/2}}$$

— число Маха.

Граничные условия

Рассматриваемая проблема решается при следующих начальных и граничных условиях: в начальный момент времени газ находится в состоянии покоя, начальное распределение температуры почти не изменяется с высотой: $T = 1 - mz$, $m = 0.01$. На входе задан линейный рост поля скоростей по времени. На нижней и верхней границах условия для поля скоростей совпадают с условиями на входе и для температуры имеют вид

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

На поверхности обтекаемого тела

$$u = 0, \quad w = 0, \quad T = 1 - mz. \quad (5)$$

На выходе приняты мягкие граничные условия:

$$w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

Метод решения

Основные трудности, возникающие при численном интегрировании системы (1)-(8) для малых чисел Маха, указаны и исследованы в работах [5,6]. При решении уравнений Навье-Стокса возникает необходимость точного удовлетворения граничных условий на препятствии. Точное удовлетворение граничных условий на препятствии влияет на определение сил, действующих со стороны жидкости на тело. Известны подходы к разрешению этих проблем. Наиболее эффективными среди них можно назвать метод виртуальных границ [6], метод фиктивных областей [7], отличающийся простой реализацией. В данной работе во избежание традиционного преобразования уравнений в систему координат, связанную с профилем обтекаемого препятствия, для решения системы (1)-(8) применяется метод фиктивных областей с продолжением по младшим коэффициентам. Для исключения трудностей, возникающих при численном интегрировании исходной системы уравнений для малых чисел Маха, использована модель гипозвуковых течений [8]. Для повышения порядка аппроксимации динамических характеристик потока в работе применяется линейная и билинейная интерполяции для переопределения значений скоростей на приграничных точках с учетом точного удовлетворения граничных условий на препятствии. На рис.1(а, б) показаны примеры использования билинейной и линейной интерполяции соответственно. На рис.1 P_1 — точка, в которой мы хотим удовлетворить граничным условиям прилипания, $U_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3, \tilde{u}_4$ — известные скорости в четырех точках, окружающих точку P_1 . P_1 определяется, как точка пересечения виртуальной границы и нормали к поверхности тела, проходящей через точку переопределения U_1 . Когда названные точки находятся вне тела, как показано на рис. 1(а), скорость U_1 определяется из билинейной интерполяции.

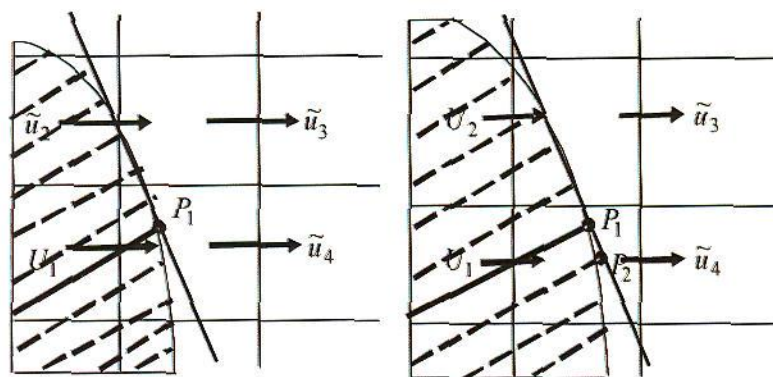


Рис. 1: Схематическая диаграмма для интерполяции: а) билинейная интерполяция, б) линейная интерполяция.

Рассмотрим линейную интерполяцию 2-го порядка. На рис.2 приведено расположение точек интерполяции для случая

$$0 < h \leq y_A, \quad h = C' P_2, \quad y_A = A P_2,$$

$$U_1^k = -\tilde{u}_{C'}^k, \quad C_2' P_2 = P_2 C,$$

P_2 — точка, где ставится условие прилипания,

$$f(x_0) = 0, \quad f(x) = \tilde{u}_{C'}^k, \quad x = h, \quad x_1 = y_A, \quad 0 \leq \tilde{u} \leq \tilde{u}_{C'}^k \leq \tilde{u}_A^k, \quad \Delta = \tilde{u}_A^k, \quad x - x_0 = h,$$

$$h = y_A, \quad \tilde{u}_{C'}^k = 0 + \frac{h}{y_A} \tilde{u}_A^k = \frac{h}{y_A} \tilde{u}_A^k,$$

следовательно, $U_1^k = -\frac{h}{y_A} \tilde{u}_A^k$ при $0 \leq h \leq y_A$.

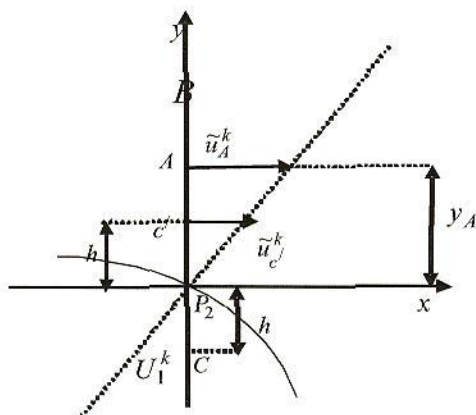


Рис. 2: Расположение точек интерполяции для случая $0 \leq h \leq y_A$.

Определим U_i^k с использованием линейной интерполяции для случая $y_A < h < y_B$.

На рис.3 приведено расположение точек интерполяции для случая $h = C'P_2$, $y_A = AP_2$, $\tilde{u}_A^k \leq \tilde{u}_{C'}^k \leq \tilde{u}_B^k$,

$$f(x) = \tilde{u}_{C'}^k, \quad f(x_0) = \tilde{u}_A^k, \quad f(x_1) = \tilde{u}_B^k, \quad \Delta = \tilde{u}_B^k - \tilde{u}_A^k, \quad x = h, \quad x_0 = y_A, \quad x_1 = y_B,$$

следовательно

$$U_1^k = -\frac{(y_B - h) \tilde{u}_A^k + (h - y_A) \tilde{u}_B^k}{y_B - y_A},$$

$$\tilde{u}_{C'}^k = \tilde{u}_A^k + \frac{h - y_A}{y_B - y_A} (\tilde{u}_B^k - \tilde{u}_A^k) = \tilde{u}_A^k \left(1 - \frac{h - y_A}{y_B - y_A}\right) + \frac{h - y_A}{y_B - y_A} \tilde{u}_B^k =$$

$$= \tilde{u}_A^k \left(\frac{y_B - y_A - h + y_A}{y_B - y_A}\right) + \frac{h - y_A}{y_B - y_A} \tilde{u}_B^k = \frac{y_B - h}{y_B - y_A} \tilde{u}_A^k + \frac{h - y_A}{y_B - y_A} \tilde{u}_B^k =$$

$$= \frac{(y_B - h) \tilde{u}_A^k + (h - y_A) \tilde{u}_B^k}{y_B - y_A},$$

откуда

$$U_1^k = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{h}{y_A} \tilde{u}_A^k, \quad 0 \leq h \leq y_A \\ -\frac{(y_B - h) \tilde{u}_A^k + (h - y_A) \tilde{u}_B^k}{y_B - y_A}, \quad y_A < h < y_B \end{array} \right\}.$$

Результаты расчетов и их анализ

С целью изучения возможностей и свойств вычислительного алгоритма и определения значений свободных параметров авторами были проведены расчеты обтекания одиночного цилиндра, двух цилиндров, расположенных тандемом и рядом поперек, потоком вязкого газа.

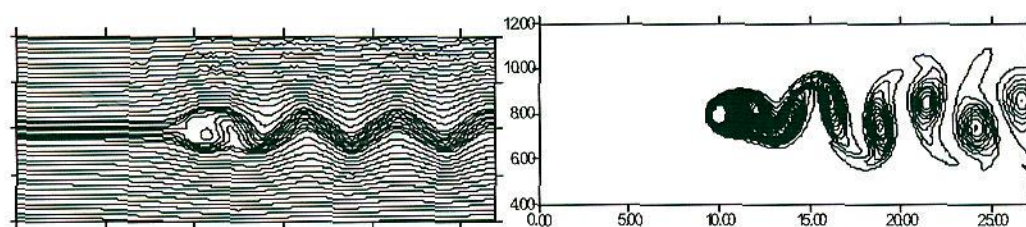


Рис. 5: Картина течения при обтекании одного цилиндра при $t=45$ с применением интерполяции

На рис.6 приведена зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании одного цилиндра сжимаемым газом. Виден периодический характер течения. Полученные результаты сравнивались с расчетами [5]. Численные расчеты показали, что максимальное значение коэффициента подъемной силы при обтекании одного препятствия равно 0.286, что соответствует расчетам [6].

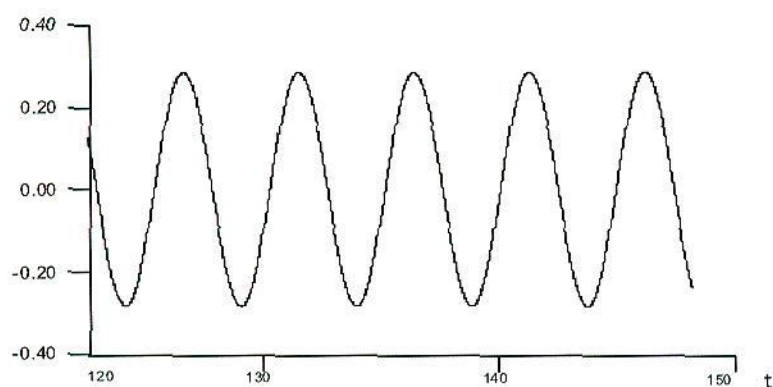


Рис. 6: Зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании одного препятствия

Картины обтекания двух цилиндров, расположенных на расстоянии $\ell_x \approx 2d$, приведены на рис.7 ($Re = 100$, $M = 0,026$, $Fr = 0,007$, $m = 0.01$) для различных моментов времени. Видно, что в начальный момент времени, аналогично обтеканию одиночного тела, за каждым телом образуются вихри противоположных знаков. Затем поток, оторвавшийся от переднего тела, присоединяется ко второму, в результате чего затрудняется сход вихрей с переднего тела, происходит замыкание области, состоящей из переднего тела, следа за ним и второго препятствия, и, как следует из рисунка, осуществляется обтекание одного широкого препятствия. И в этом случае вихри, формирующиеся за вторым препятствием, характеризуются значительными горизонтальными размерами.

На рис.8 приведена зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании двух препятствий, расположенных тандемом. Как видно из рисунка, максимальные значения коэффициентов за первым (0,331) и вторым (1,591) препятствиями отличаются существенно.

Заключение

На основе численных экспериментов проведено сравнение численных результатов задачи обтекания препятствий, расположенных тандемом, поперек потока, полученных с применением интерполяции и без интерполяции для определения динамических характеристик вблизи

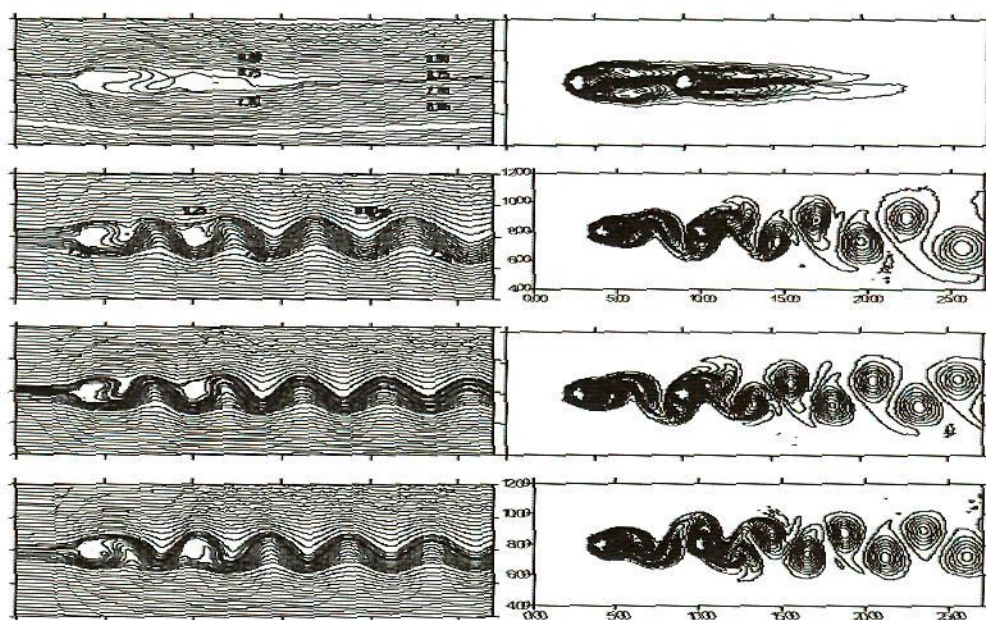


Рис. 7: Картина течения при обтекании двух цилиндров

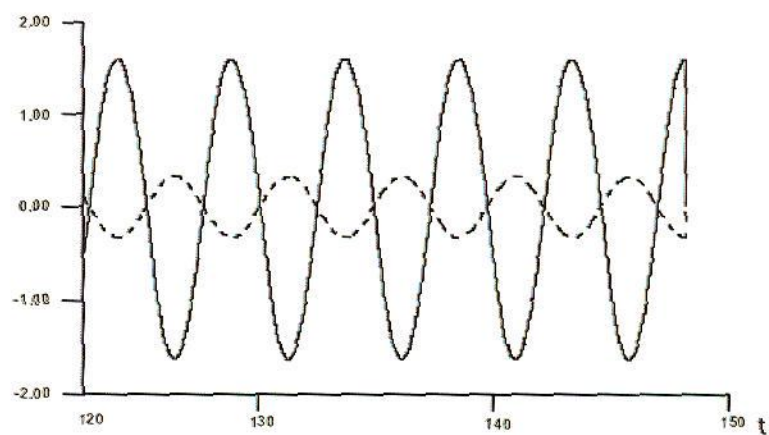


Рис. 8: Зависимость коэффициента подъемной силы от времени при обтекании двух препятствий

препятствия. На примере определения коэффициентов подъемной силы показано, что при выборе достаточно малого значения параметра метода фиктивных областей полученные численные решения при обоих подходах идентичны. Получено также удовлетворительное согласие с результатами других авторов.

Цитированная литература

- [1]. Zdravkovich M.M. *Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements*, Journal of Fluid Engineering, 1977, V.99, P. 618 – 633.
- [2]. Bearman P.W., Wadcock A.J. *The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream*, Journal of Fluid Mechanics, 1973, V.61, P. 499 – 511.
- [3]. Williamson C.H. *Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies*, Journal of Fluid Mechanics, 1985, V.159, P. 1 – 18.
- [4]. Mittal S, Kumar V. *Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements*, International Journal for Numerical Methods in fluids, 1999, V.31, P. 1087 – 1120.
- [5]. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. *Внутренние течения газовых смесей*, М.: Наука, 1989, 368 с.
- [6]. Kim J., Kim D., Choi H. *An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries*, Journal of Computational Physics, 2001, V.171, P. 132 – 150.
- [7]. Вабищевич П.Н. *Метод фиктивных областей в задачах математической физики*, М.: МГУ, 1991, 156 с.
- [8]. Алиева Б.К., Найманова А.Ж. *Численное моделирование явления резонанса в дорожке тупа Кармана*, Вычислительные технологии, 2004, Т.9, С. 193 – 2004.
- [9]. Braza M., Chassanig P, Minh H. *Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields near wake of circular cylinder*, Journal of Fluid Mechanics, 1986, V.165, P. 1087 – 1120.
- [10]. Liu C., Zheng X., Sung C.H. *Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows*, Journal of Computational Physics, 1998, V.139, P. 132 – 150.

Статья поступила в редакцию 07.07.2011 г.