



Ө. А. Байқоңыров атындағы
Жезқазған университетінің

ХАБАРШЫСЫ

Ғылыми журнал

1' 2017

Научный журнал

ВЕСТНИК

Жезказганского университета
имени О. А. Байконурова

ЖЕЗҚАЗҒАН

PROBLEM REALIZATION FOR CLASS NONLINEAR DETERMINISTIC SYSTEM OF POLYNOMIAL TYPE

Shuakayev M.K.

Kazakh National Pedagogical University named after Abay,

Nazarbekova S.T.

Kazakh National University named al-Farabi

Осы жұмыста сызықты емес сингулярлық детерминандық жүйе сыныбы қарастырылады. Р.С.Судаковтың жалған-жартылай матрица негізінде мәселені шешудің жаңа жолы қарастырылған.

В данной работе рассматривается класс нелинейных сингулярных детерминированных систем. Предложен новый подход для решения проблемы реализации на основе псевдо-полубратных матриц Р.С.Судакова.

In the device pseudo invers Moore– Penrose's matrixes is presented. In definition is given to a floor of the return matrixes and S.L.Sobolev's theorem for the decision of systems of the algebraic equations which was also used in. In the theory pseudo for the first time was submitted to a floor of the return matrixes of R. S. Sudakov and her application to problems of an assessment of reliability of systems. In the remark is made that pseudo the return matrixes it is difficult to use the theory in a number of tasks from linear algebra. In [1-4] definition of matrixes of Drazin, a nilpotent class of matrixes containing in the structure is given and their annex to the decision of systems of the nonlinear singular differential equations with use of the theorem of S.L.Sobolev is given. It is necessary to notice that the class of matrixes of Drazin is very narrow class of matrixes that is their properties of a commutatively, but some remarks from for pseudo invers matrixes here nevertheless were allowed. From [5] came a great idea "to formulate the realization theory of stochastic processes in the same natural way as it is done in the case of deterministic systems." In this direction, one of the most profound studies of linear discrete stochastic implementation problem was done in. The first stage of the algorithm for solving this problem is to solve the well-known problem of linear deterministic implementation for the case when parameters are set in 'weighting function." In the second step we solve the problem of spectral factorization, which completes by solution of algebraic Riccati's; equation. You can specify a number of papers have used this idea. However, in the above-mentioned studies, for example, was not considered a concept of stochastic systems state, i.e. no rigorous mathematical application of stochastic analysis has been done.

State Problem/Consider.

Class of Nonlinear Deterministic System

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))U(t), & x(0) &= x_0 \\ \dot{x}(t) &= f(x(t)) + \bar{g}(x(t))U(t), & x(0) &= x_0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$y(t) = h[x(t)]; \quad y(t) = \bar{h}[x(t)]; \quad (2)$$

where $x(t) \in R^n$ $x(t) \in R^n$

$$f(x) = \sum_{i=1}^n A_i x^{[i]}, \quad g(t) = \sum_{j=1}^n B_j x^{[j]}. \quad (3)$$

$$h(x) = \sum_{k=1}^p C_k x^{[k]},$$

$x^{[i]} = x \otimes x^{i-1}$ $x^{[1]} = x \otimes x^{i-1}$ - Kronecer Product.

Problem 1. We must construct of Volterra's series for system (1) – (3).

Solution of Problem 1. We can give following theorem.

Theorem 1. For Nonlinear Deterministic System (1) – (2) there exists equivalent singular bilinear systems.

$$E \cdot \dot{x}(t) = A x(t) + B x U(t), \quad x(0) = x_0, \quad (4)$$

$$y(t) = C x(t), \quad (5)$$

Where $\det(E)=0$, $\tilde{x} = [x, x^{[2]}, \dots, x^{[m]}]^T$ $\tilde{x} = [x, x^{[2]}, \dots, x^{[m]}]^T$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_{n-1} & A_n \\ 0 & A_{22}^{[2]} & \dots & A_{2n-1}^{[n-1]} & A_{2n}^{[n]} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_{n-1,n-1}^{[n-1]} & A_{n-1,n}^{[n]} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_{n-1} & B_n \\ 0 & B_{22}^{[2]} & \dots & B_{2n-1}^{[n-1]} & B_{2n}^{[n]} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{n-1,n-1}^{[n-1]} & B_{n-1,n}^{[n]} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

Proof. Applying formulas

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{x} \otimes \tilde{x} &= \frac{d\tilde{x}}{dt} \tilde{x} \otimes \tilde{x} \frac{d\tilde{x}}{dt}, \\ \frac{d}{dt} \tilde{x}^{[n]} &= \frac{\tilde{x} \otimes \tilde{x}^{[n-1]}}{dt} + \frac{d\tilde{x}}{dt} \otimes \tilde{x}^{[n-1]}, \end{aligned} \quad (7)$$

and

$$\bar{b} \otimes \bar{a} = c_{r,n}^T (\bar{a} \otimes \bar{b}). \quad (8)$$

$$B \otimes A = c_{r,n}^T (A \otimes B) C_{s,m}.$$

where vectors $\bar{a} \in R^r$, $\bar{b} \in R^n$, matrixes $A \in R^{r \times s}$, $B \in R^{n \times m}$,

We obtain (4), (5) and (6).

Theorem2. For Singular Bilinear Systems (4) – (6) there exists equivalent Bilinear Systems.

$$\dot{x}(t) = A_1 \tilde{x}(t) + B_1 \tilde{x}U(t) + B_2 V(\xi), \quad (9)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (10)$$

where

$$A_1 = E^c \cdot A, \quad B_1 = E^c \cdot B, \quad B_2 = I - E^c \cdot E, \quad (11)$$

$E^c E^c$ - pseudo-semi- inverse Sudakov's; matrix,

$V(\xi)$ – constant vector,

If

$$E \cdot E^c (Ax(t) + B_1 xU(t)) = Ax(t) + BxU(t) \quad (12)$$

Proff: Suppose that condition (12) is true. Multiplying of both parts equation (9) in left on matrix E, we have

$$E \tilde{x}(t) = E(A_1 \tilde{x}(t) + B_1 \tilde{x}(t)U(t)) + E(I - E^c E) \quad (13)$$

or

$$E \tilde{x}(t) = E \cdot E^c (Ax(t) + Bx(t)U(t)) + E - EE^c E$$

since

$$E = EE^c E,$$

then

$$E \tilde{x}(t) = Ax(t) + Bx(t)U(t)$$

Consequently, we obtain equation (4).

Theorem3. For Singular Bilinear Systems (9) – (11) there exists Volterra series.

$$y(t) = \sum_{k=0}^t \int_0^t \int_0^{\theta_1} \dots \int_0^{\theta_{k-1}} W_k(t_1, \theta_1, \dots, \theta_k) U(t) dt + \int_0^t W_1^*(t - \theta_1) V(\xi) d\theta_1, \quad (14)$$

where

$$W_k(t_1, \theta_1, \dots, \theta_k) = Ce^{A(t-\theta_1)} \cdot B_1 e^{A(\theta_1-\theta_2)} \cdot B \dots e^{A(\theta_{k-1}-\theta_k)} \bar{x}_0,$$

$$W_1^*(t - \theta_1) = Ce^{A(t-\theta_1)} \cdot B_2$$

Theorem 4. Volterra series (14)-(15) converging uniformly on to solution of (4)-(5) if pair (A, B) is nilpotent pair from Lie algebra.

Proff: See Brockett R.W. "Volterra series and Geometric Control Theory" 1971 year, Preprints IFAC, Philadelphia, USA, using the Baker – Cambell – Hausdorf formula and nilpotent property of Lie algebras.

PART TWO.

Problem 2. (Problem realization).

Let we know I/O Map (14)-(15). We must define matrixes $A_1, B_1, B_2, A_1, B_1, B_2$ for systems (9)-(10).

Solution of Problem Realization.

Realization algorithms. Let

$$n^i = \text{rank } S_{MM}' \quad (16)$$

where S_{MM}' - Isidori's matrix

and find matrix P and Q such that

$$Q \cdot P = S_{MM}' \quad (17)$$

Write the bilinear realization

$$\begin{aligned} A &= (Q^T \cdot Q)^{-1} Q^T S_{MM}'^T P^T (P \cdot P^T)^{-1} \\ B_1 &= (Q^T \cdot Q)^{-1} Q^T S_{MM}'^T P^T (P \cdot P^T)^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

C – First row of Q.

Applying B. Ho algorithm, we obtain matrix B_1, B_2 . If $i=1$ formula (16), we obtain algorithm by names Alberto Isidory. Consequently, we obtain block algorithm A. Isidory. Using formulas (11) we have A, B and E^c, E^c .

Example 1.

$$\dot{x} = a_1 x + a_2 x^2 + (b_1 x + b_2 x^2)U(t), \quad \ddot{x} = a_1 x + a_2 x^2 + (b_1 x + b_2 x^2)U(t), \quad (19)$$

$$\dot{x} = x\dot{x} = x(a_1 x + a_2 x^2) + x(b_1 x + b_2 x^2)U(t) = \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}^2 \\ \dot{x}^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & 2a_1 & 2a_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & 2b_1 & 2b_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} U(t), \quad (21)$$

where

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \det(E) = 0, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \det(E) = 0. \quad (22)$$

Applying theorem 2, we have

$$\dot{\tilde{x}} = A_1 \tilde{x} + B_1 \tilde{x} U(t) + B_2 V(\xi), \quad \tilde{x} = A_1 \tilde{x} + B_1 \tilde{x} U(t) + B_2 V(\xi), \quad (23)$$

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}^2 \\ \dot{x}^3 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & 2a_1 & 2a_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & 2b_1 & 2b_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$E^c = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} [6-14].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. Москва «Наука», 1977.
2. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. Москва «Наука», 1962.
3. Судаков Р.С. Теория псевдополуполнотных матриц и её применение к задачам оценки надёжности систем. Москва «Знание», 1981.
4. Campbell S.L. Singular system of differential equations 2. SanFrancisco: Pitman, 1982. Griepentrog.
5. Kalman R.E. Irreducible Realizations and of the Degree of Rational Matrix. – SIAM J. 13 (1965), p.p. 520 – 544.
6. D'Allesandro P., Isidori A., Ruberti A. Realization Structure Theory of Bilinear Dynamical Systems. – Ins. Automat. Univ. of Rome, Rome., 1974, Italy, Rep.2 – 04 and 2 – 06.
7. Baram Y. and Shaked U. On the Internal Structure of Minimal Stochastic Realizations. – Automatica, 1988, v.24, n.5, p.p. 715 – 717. Print. Great Britain.
8. Grouch P. and Collingwood P. The Observation Space and Realizations Finite Volterra Series., SIAM J. Contr. And Opt., 1987, v.25, n.2, March, p.p. 316 – 333.
9. Калман Р.Е., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.Мир, 1971.
10. Kalman R.E. On Partial Realizations, Transfer Function and Canonical Forms. – Acta Polytechnica Scandinavica, 31 (1979), p.p. 9 – 32.
11. Асаубаев К.Ш. и Шуакаев М.К. «Ряды Вольтерра и теория управления». – том 1, Алма – Ата, 1993 г. 167 с.
12. Асаубаев К.Ш. и Шуакаев М.К. «Алгебры и группы Ли. Ряды Вольтерра и теория управления». – том 2, Алматы, 1993 г. 187 с.
13. Асаубаев К.Ш. и Шуакаев М.К. «Ряды Вольтерра и теория управления». – том 3, Алматы, 1993 г. 187 с.
14. Francesco Carravetta, Alfredo Germani, Marat K. Shuakayev « A New Suboptimal Approach to the Filtering Problem for Bilinear Stochastic Differential Systems», SIAM J. Control Optim. Vol.38, No.4, pp. 1171 – 1203.

наноструктурированных защитных покрытий.....	357
<i>Оспанов А.Н., Козыбаев Т.А., Байменов Р.О., Кадирбекова Б.А., Смайлова К.А.</i>	
Виды современных отделочных материалов.....	362
<i>Өтебай Н.Н., Әріп Ә.С., Нұрманова С.К., Тулегұлов А.Д., Әбдірашев Ө.К.</i>	
Шағын ғарыш аппараттарының тоқтамау төзімділігіне талдау жасау	366
<i>Такишов А.А., Құдайқұлов А. Батыров Ж.Г.</i> Разработка модели	
теплофизического состояния тел при различном воздействии тепла.....	370
<i>Такишов А.А., Сүлейменова Л.Б., Аринов Е.</i> Метод формирования функционала	
характеризующего закон сохранения энергии с учетом наличия локальных	
теплоизоляций.....	375
<i>Токбергенова Г.А., Қарабалаев Б.Ө.</i> Судың толысу мен қайту үрдісін электр	
энергиясын өндіруде қолдану.....	380
<i>Түлепбергенов А.К., Танатова А.О.</i> Политионы в вещелачивания золото.....	383
<i>Түлепбергенов А.К.</i> Потенциал золотодобывающих промышленности	
казахстана.....	386
<i>Усенова А.А., Бектасова С.Б., Жунусбекова К.К., Омарова Г.У.</i> Тау – кен	
кәсіпорындағы шығындар және оларды басқару мен жоспарлаудың	
теориялық негіздері.....	388
<i>Утеалиев К.Б., Ракишев Ж.Б.</i> Навигация автономных мобильных роботов.....	393
<i>Шакенова Ж.К., Асамбеков А.</i> «Звездные батареи»- инновационный источник	
электричества.....	396
<i>Shuakayev M.K., Nazarbekova S.T.</i> About mathematical models by e.o. omarov for	
investigation of fonetics of the kazakh langua.....	400
<i>Shuakayev M.K., Nazarbekova S.T.</i> About one approach for describing of structure	
of the technical educational processes of the cals – technologies.....	407
<i>Shuakayev M.K., Nazarbekova S.T.</i> Problem realization for class nonlinear	
deterministic system of polynomial type.....	412
 Экономика ғылымдары.....	417
Экономические науки.....	417
<i>Акабаева З., Халықбердиев Б.</i> Қазақстандағы лизингтің дамуының қазіргі	
жағдайын талдау.....	417
<i>Бектасова С.Б., Жунусбекова К.К., Акбергенова А.К., Омарова Г.У.</i>	
Теоретические и методологические основы диверсификации экономики.....	422
<i>Груздева М.А.</i> Гендерные особенности социальной активности населения (на	
материалах социологического исследования вологодской области).....	427
<i>Джумабаева Д.Г., Бургумбаева С.К.</i> Құнды қағаздар портфелін құрастыру	
әдісі.....	431
<i>Жунусбекова К.К., Бектасова С.Б., Акбергенова А.К.</i> Теоретические аспекты	
организации складского хозяйства на предприятии.....	440
<i>Нургазинов Д.А.</i> Управление конкурентоспособностью промышленного	
предприятия.....	445

Ө. А. Байқоңыров атындағы Жезқазған университетінің
Х А Б А Р Ш Ы С Ы

Ғылыми журнал

1' 2017

В Е С Т Н И К

Жезказганского университета имени О. А. Байконурова
Научный журнал

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігі
бұқаралық ақпарат құралын есепке қою туралы куәлігі № 4767 -Ж, 2 наурыз 2004 жыл

Свидетельство о постановке на учет средства массовой информации № 4767 -Ж,
выданное 2 марта 2004 года Министерством информации Республики Казахстан

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі
"Ө. А. Байқоңыров атындағы Жезқазған университеті" акционерлік қоғамына
оқу-әдістемелік құралдар және қосымша оқу әдебиеттерін басып шығару жөніндегі
қызметпен айналысуға берілген мемлекеттік лицензия нөмірі № 0000048.
Берілген күні 2004 жылғы 31 наурыз

Государственная лицензия на занятие деятельностью по изданию
учебно -методических пособий и дополнительной литературы № 0000048,
выданная 31 марта 2004 года Министерством образования и науки
Республики Казахстан

Басылуға рұқсат етілді 19.07.2017 ж. Пішімі 70x100 1/14
Тапсырыс № 2267. Шартты баспа табақ 28,3. Таралым 300.
Жезқазған университетінің редакциялық-баспа бөлімі.
Жезқазған қаласы, Алашахан даңғылы, 1^б.