

Нетривиальность для экспоненциального времени и слабая сводимость

Бакибаев Тимур

(совместная работа с Клаусом Амбос-Шпис)

КазНУ им. аль-Фараби

Алматы, 2010

Полнота и слабая полнота

- Множество $A \in C$ называется **полным** для класса C , если **все множества** из класса C могут быть сведены к множеству A .
- (Lutz 1995) Множество $A \in C$ называется **слабо полным** для класса C , если **значительная часть** класса C может быть сведена к множеству A .

Экспоненциальная сложность

- Линейно-экспоненциальное время:

$$E = DTIME(2^{lin}) = \bigcup_{k \geq 1} E_k,$$

где $E_k = DTIME(2^{kn})$

- Полиномиально-экспоненциальное время:

$$EXP = DTIME(2^{poly}) = \bigcup_{k \geq 1} EXP_k,$$

где $EXP_k = DTIME(2^{n^k})$

Сводимости

- $A \leq_m^p B$: «многие-к-одному»
- $A \leq_{k-tt}^p$: таблица истинности, k запросов
- $A \leq_{btt}^p$: объединение $k-tt$ сводимостей
- $A \leq_{tt}^p$: неограниченное кол-во запросов
- $A \leq_T^p$: Тьюринговая сводимость,
адаптивные запросы

Lutz: Слабая полнота для E и EXR

- Для формализации понятия «значительной» части E или EXR Лютц представил некоторые меры μ_p и μ_{p_2} для E и EXR соответственно и назвал подкласс $C \subseteq E$ (EXR) незначительным, если $\mu_p(C) = 0$ ($\mu_{p_2}(C) = 0$).

Определение (Lutz 1995). Множество $A \in E$ называется слабо полным для E если $\mu_p(P_m(A) \cap E) \neq 0$.

Множество A называется слабо полным для EXR если $\mu_{p_2}(P_m(A) \cap EXR) \neq 0$.

Нетривиальность для E (EXP)

Определение (Ambos-Spies). Множество A называется E -нетривиальным, если

$$\forall k \geq 1 \exists A_k \in E \setminus E_k \left(A_k \leq_m^p A \right),$$

иначе A называется E -тривиальным.

Множество A называется EXP -нетривиальным, если

$$\forall k \geq 1 \exists A_k \in EXP \setminus EXP_k \left(A_k \leq_m^p A \right),$$

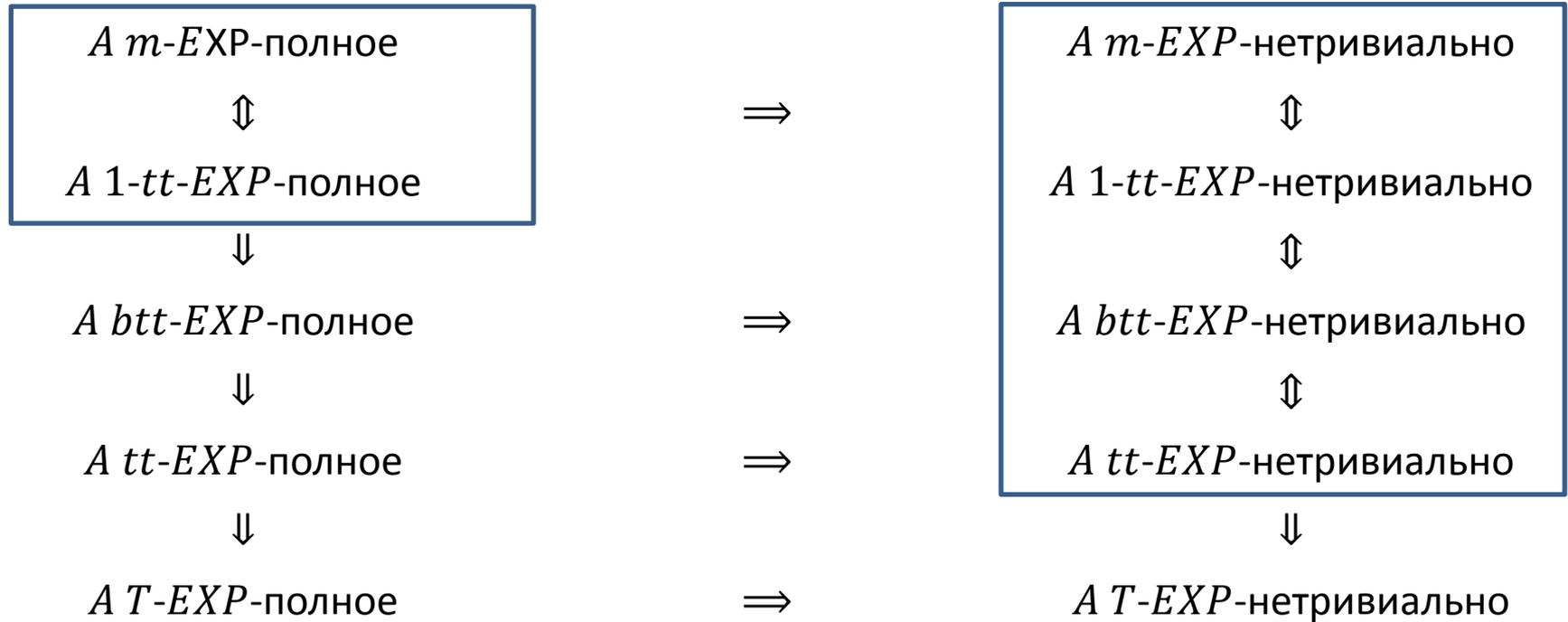
иначе A называется EXP -тривиальным.

Вместе с Клаусом Амбос-Шписом мы изучали данное понятие в течение более трёх лет и результаты вошли в мою PhD диссертацию.

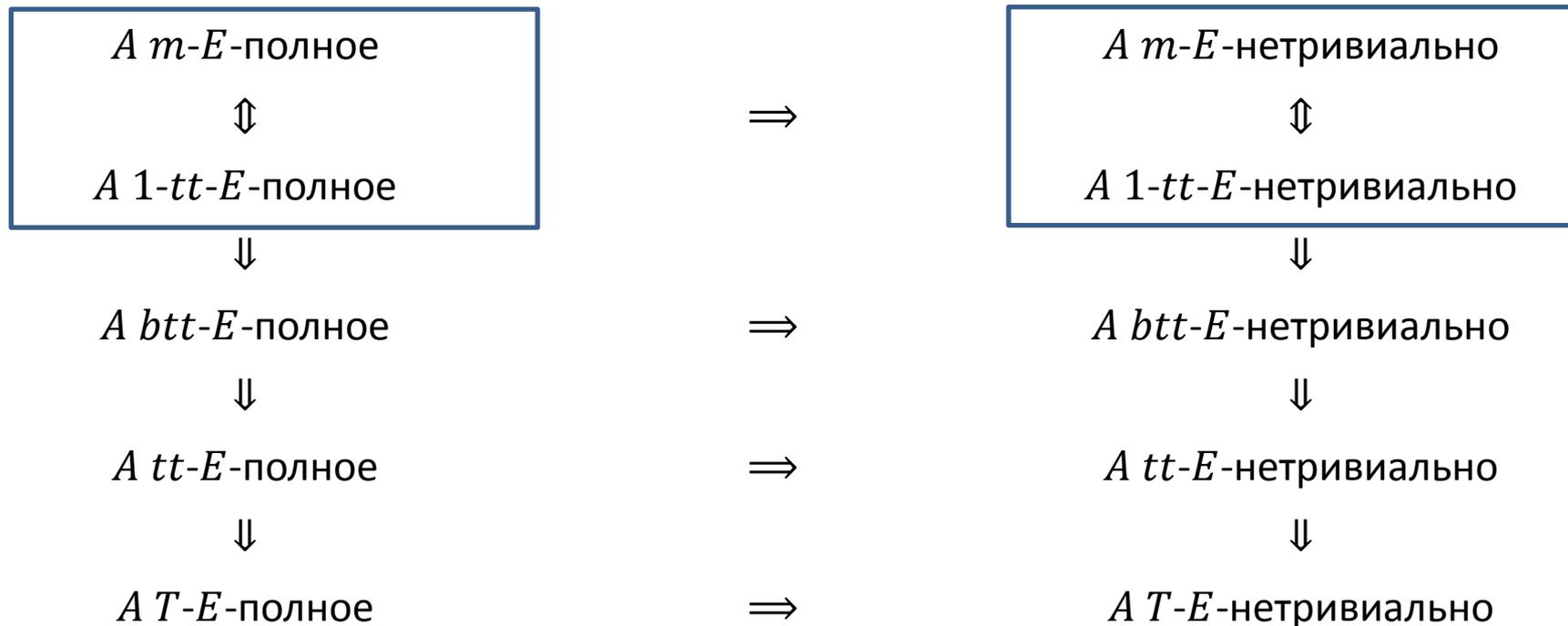
Преимущества нетривиальности

- Нетривиальность, так же, как и слабая полнота по Лютцу показывает, что множество находится не в \mathcal{P} .
- Нетривиальных множеств намного больше, чем слабо полных.
- Понятие нетривальности намного проще.

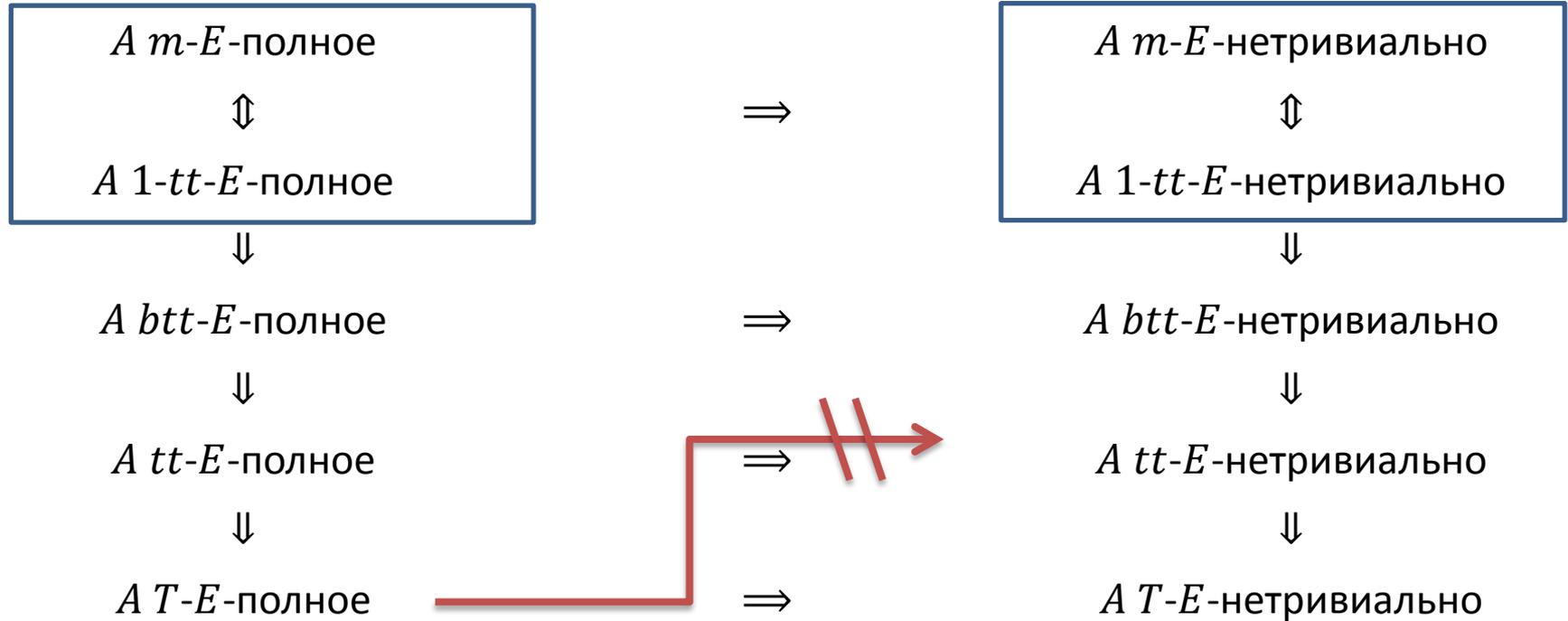
Отношения между типами сводимостей для класса EXP



Отношения между типами сводимостей для класса E



Теорема



Существует T - E -полное множество A ,
которое tt -тривиально для E и EXP

Пусть $C \in E_1$ - m - E -полное множество.

$$1. C \leq_T^p A$$

$$2. A \in E_1$$

Существует T - E -полное множество A ,
которое tt -тривиально для E и EXP

Пусть $C \in E_1$ - m - E -полное множество.

1. $C \leq_T^p A$

2. $A \in E_1$

3. $\forall B (B \leq_{tt}^p A \Rightarrow B \in E_6)$

Существует T - E -полное множество A ,
которое tt -тривиально для E и EXP

1. $C \leq_T^p A$

2. $A \in E_1$

3. $\forall B (B \leq_{tt}^p A \Rightarrow B \in E_6)$

$$CODE(z) = \{\langle z, y \rangle : |y| \leq 3|z|^2 + 1\}$$

Существует T - E -полное множество A ,
которое tt -тривиально для E и EXP

1. $C \leq_T^p A$

2. $A \in E_1$

3. $\forall B (B \leq_{tt}^p A \Rightarrow B \in E_6)$

$$CODE(z) = \{\langle z, y \rangle : |y| \leq 3|z|^2 + 1\}$$

$$C(z) = code(z)(3|z|^2)$$

Существует T - E -полное множество A ,
которое tt -тривиально для E и EXP

$$1. C \leq_T^p A$$

$$2. A \in E_1$$

$$3. \forall B (B \leq_{tt}^p A \Rightarrow B \in E_6)$$

$$CODE(z) = \{\langle z, y \rangle : |y| \leq 3|z|^2 + 1\}$$

$$C(z) = code(z)(3|z|^2)$$

$$A \cap CODE(z) = \{\langle z, y \rangle : y \sqsubseteq code(z)\}$$

Спасибо за внимание!