**Дәріс № 12.**

**4.12. Функцияның үздіксіздігі. Үздіксіз функцияларға арифметикалық амалдар қолдану. Негізгі қарапайым функциялардың үздіксіздігі туралы теорема. Функцияның үздікті болатын нүкелерінің классификациясы. Үздіксіз функциялардың негізгі қасиеттері.**

**Дәрістің мақсаты.** Үздіксіз функцияны анықтай білу. Негізгі қарапайым функцлардың кейбіреулерінің үздіксіздігін дәлелдей білу. Үздікті функциялардың түрлерін анықтай білу.

**Кілтті сөздер.** Функцияның үздіксіздігі. Үздіксіз функцияның қасиеттері. Бірінші текті үздіксіздік, екінші текті үздіксіздік. Күрделі функция және оның үздіксіздігі.

***Қысқаша мазмұны.***

**4.12.1. Функцияның үздіксіздігі.**

**Анықтама 1.**  функциясын нүктесінде *үздіксіз* деп атайды, егер оның осы нүктедегі шегі мен мәні өзара тең болса, яғни

 

*Ескерту.*  болғандықтан  теңдігін түрінде жазуға болады, яғни үздіксіз функциялар үшін функцияның белгісімен шек белгісінің орнын ауыстырып жазуға болады.

"" тіліндегі анықтамасын келтірейік;

**Анықтама 2.**  функциясын * нүктесінде* *үздіксіз* деп атайды, егер кезкелген оң  саны үшін  табылып,  теңсіздігін қанағаттандыратын барлық  мәндері үшін



теңсіздігі орындалатын болса.

Логикалық символдар көмегімен төмендегідей түрде жазылады:



Егер  теңдігі орындалатын болса, онда  функциясын  нүктесінің *сол жағында (оң жағында) үздіксіз* *функция* деп атайды.

Функцияның өсімшесі «тіліндегі» анықтамасына тоқталып



– функция өсімшесі

 – аргумент өсімшесі



**Анықтама 3.**  функциясын  нүктесінде *үздіксіз* деп атайды, егер оның өсімшесі ,  шексіз аз функция болатын болса, яғни



Анықтама 3 іс жүзінде функцияның үздіксіз болатындығын анықтау үшін қолайлы.

**4.12.2. Үздіксіз функцияларға арифметикалық амалдар қолдану.**

**Теорема 4.12.2.**  және  функциялары  нүктесінде үздіксіз функциялар болсын. Онда  және  функциялары да нүктесінде үздіксіз функциялар болады (соңғысында )

Біріншісіне ғана тоқталайық.

*Дәлелденуі:* және  функциялары  нүктесінде үздіксіз болса, онда .

Онда функцияның шектері туралы, теорема негізінде  Соңғы теңдіктен  функциясының үздіксіздігі шығады. Қалғандарының дәлелдеуі де осыған ұқсас.

**4.12.3. Негізгі қарапайым функциялардың үздіксіздігі.**

*Мысалы 1*.  функциясынан бастайық. Функцияның үздіксіздігі туралы Анықтама 3 қолданамыз:







көрініп тұр.

Сонымен  функциясы үшін  теңдігі орындалады, яғни  функциясы сандық осте үздіксіз функция болады.

 функциясының  үздіксіз болатындығын жоғарыдағыдай дәлелдеуге болады.  функциялары теорема 4.12.2.негізінде үздіксіз функциялар. Тригонометриялық функциялардың анықталу облысында үздіксіз функциялар болатындығын дәлелдейік.

*Мысалы 2.* көрсеткіштік функцияны қарастырайық.





;

 функциясына кері  функциясы да *үздіксіз функция* болады.

**Теорема 4.12.3.** Негізгі қарапайым функциялар өздерінің анықталу облысында үздіксіз функциялар болады.

**4.12.4. Үздікті функциялар.**

Функцияның үздіксіздігі – *«жергілікті»* қасиеті. *(«Локолды»* деп те атайды).

Функцияның үздіксіздігінің анықтамасы нүктесінде енгізуі кездейсоқтық емес, себебі функцияның бұл қасиеті бір нүктелерде орындалып екінші бір нүктелерде орындалмауы мүмкін.

Сонымен, функция нүктесінде үздіксіз болуы үшін төмендегі үш шарттар орындалуы тиіс:

1.  нүктесі функцияның анықталу облысында жатуы тиіс.
2.  функциясының бұл нүктеде ақырлы шегі бар.
3. бұл шек функцияның осы нүктедегі мәніне тең.

Осы келтірілген үш шарттардың біреуі орындалмайтын болса, онда функцияны *үздікті функция* деп атайды.