**Дәріс №11.**

**4.11. Функцияның шегі.**

4.11.1. Функцияның ұмтылғандағы шегі *f(x)* функциясы *Х* жиынында анықталған болсын және немесе

**Анықтама 1.***А* санын*f(x)* функциясының нүктесіндегі (немесе ) *шегі* деп атайды, егер кез келген саны үшін саны табылып, барлықтеңсіздігі қанағаттандыратын мәндеріне сәйкес функцияның мәндері үшін теңсіздігі орындалатын болса. Логикалық символдарды қолданып бұл анықтаманы қысқаша төмендегі түрде жазуға болады. теңсіздіктерін  түрінде жазуға болады).

Анықтамада айтылған шарттар орындалатын болса, онда *А* саны *f(x)* функциясының  нүктесіндегі шегі болатын фактіні  түрінде жазады.   *x* аргументі өзгерту барысында осы интервалдан шығып кетпейтіндігін көрсетеді.   Функцияның сәйкес мәндері  интервалынан шығып кетпейтін болса онда *А* санын *f(x)* функциясының *нүктесіндегі шегі* болады.  нүктесі анықталу облысында жатпауы да мүмкін, сонда да функцияның шегі туралы айтуға болады.

*Ескерту 1.*  жағдайларындағы функцияның шектерінің анықтамасын біртіндеп студенттер өз бетінше анықтап түсінуге тиіс.

**4.11.2. Функцияның шектері туралы теоремалар**

**Теорема 4.11.2.** *f(x)* және *g(x)* функцияларының  нүктесіндегі шектерi *В* және *С* болсын. Онда   нүктесінде шектері болады және  теңдіктері орындалады. Біреуінің дәлелдеуін келтірейік.

 дәлелдеу керегі











– шексіз аз функциялар *(В+С)* –тұрақты сан, олай болса



Осыдан 

**Теорема 4.11.3.** *f(x),g(x)* және *h(x)* функциялар  нүктесінің аймағында анықталған болсын.  нүктесінде анықталмаған болуы да мүмкін және *f(x),h(x)* функцияларының  нүктесінде шектері бар және олар өзара тең болса  Сонымен қатар  орындалатын болса, онда .

**4.11.4. Бірінші тамаша шек**

 теңдігін дәлелдейік. Бірлік шеңбер аламыз, яғни радиуыс 1-ге тең шеңбер. Осы шеңбердің *ОАМ* центрлік бұрышын *х* арқылы белгілейік. 

1. *ОМА* үшбұрышының ауданын табайық.



2) 

3) 





 теңсіздікті *sinx* бөліп





Соңғы теңсіздіктен шекке көшсек



Олай болса теорема 4.1.3. негізінде



Мысалы 

**4.11.5. Екінші тамаша шек**





1) натурал сан.   







2) 



1) мен 2) біріктіріп



Бұл шек *екінші тамаша шек* деп аталады. Мысалы  шегін табу керек.

*Шешімі.* Айнымалыны алмастырамыз.



Сонымен екінші тамаша шек үш түрде кезігуі мүмкін

1. 

2. 

3. 

**4.11.6. Шексіз аз және шексіз үлкен функциялар.**

**Анықтама 1.** *f(x)* функциясын  нүктесінде  *шексіз аз функция* деп атайды, егер  теңдігі орындалатын болса. Дәл осы сияқты  ұмтылғандағы шексіз аз функциясын анықтауға болады. ( логикалық символдар көмегімен "" тілінде:

()

түрінде қысқаша жазуға болады.

Тізбектер тілінде:  функциясын  нүктесінде *шексіз аз функция* деп атайды, егер кез келген  нүктесіне жинақталатын, нүктесінен өзге *х* аргументтің мәндерінен тұратын  сандық тізбегінің мәндеріне сәйкес функцияның мәндерінен тұратын  тізбегі шексіз аз тізбек болса.

*Шексіз аз функция туралы негізгі теорема*

**Теорема 4.11.6.**  теңдігі орындалу үшін  функциясының  шексіз аз функция болуы қажетті және жеткілікті болады.