**Дәріс №9**

**4.9. Жиын ұғымы. Логикалық символдар. Нақты сандар туралы ұғым. Нақты санның абсолют шамасы және оның қасиеттері. Айнымалы шама және оны өзгерту облысы. Функция ұғымы. Тізбек. Тізбектің берілу тәсілдері. Шектелген және шектелмеген тізбектер. Шексіз аз тізбектердің қасиеттері.**

**Дәрістің мақсаты.** Нақты сан ұғымына қысқаша тоқталу. Нақты санның абсолют шамасының қасиеттеріне тоқталу. Мекептен студенттерге белгілі математикалық анализдің маңызды ұғымы функция ұғымын тереңірек қамту. Функцияның шегін тереңірек түсіну үшін, тізбектің шегінен болжау.

**Кілтті сөздер:** Жиын. Жиынның элементтері. Кванторлары. Нақты сан. Нақты санның абсолют шамасы немесе модуль; Айнымалы шаманың өзгеру облысы. Функция. Функция аналитикалық түрде берілуі. Сандық тізбек. Шектелген және шектелмеген сандық тізбектер. шексіз аз сандық тізбектер.

***Қысқаша мазмұны***.

**4.9.1. Жиын ұғымы. Белгілеулер. Логикалық символдар.**

Жиын ұғымы математикалық анализде негізгі ұғымдардың бірі болып табылады. Жиын ұғымы матемтикада анықталмайтын алғашқы ұғымдарға жатады.

Жиынды құрайтын объектілерді *жиынның элементі* деп атайды.  элемент *X* жиынында жатады.  элементі *X* жиынында жатпайды. Егер  белгілі бір элементтері болса, онда  жаңа *X* жиынның элементтерінен тұратынын көрсетеді.

Егер *X* және *Y* жиындары бірдей элементтерден тұратын болса, онда *X=Y,* яғни оларды *өзара тең жиындар* деп атайды. Сол сияқты  жиынның элементтері шексіз көп болатынын көрсетеді.  () элементтерінің max мен min көрсетеді.

Математикалық сөйлемдерде (анықтамалар мен теоремалар тұжырымдарында және т.б.) жекеленген сөздер және бүтін өрнектер жиі қайталанып келіп отырады. Сондықтан оларды жазған кезде үнемді логикалық символдарды қолданған өте тиімді болады. Солардың кейбіреулеріне тоқталайық:

 (ағылшынның Existence–табылу) – символын *«табылып»* деген сөз ретінде қолданамыз.  (ағылшынның Any – кезкелген) – символын *«кезкелген»* сөз ретінде қолданамыз. Екі жағдайларда ағылшын сөздерінің бірінші әріптері төңкеріліп алынғандығы байқалады.  жиынында жатқан кезкелген элементі деген мағынаны береді.  жиынындағы кезкелген элемент үшін *α* сөйлемі орындалады.  А сөйлемінен В сөйлемі шығар.  А сөйлемі В сөйлеміне эквивалент. т.б.

**4.9.2. Нақты сандар**

Мектептік курстан нақты санддар туралы белгілі бір көзқарас қалыптасқан. *Нақты сан* деп рационал сандар мен иррационал сандардың жиынын айтады. *Рационал сан* деп  түрінде өрнектелетін санды айтады.

Кез келген рационал сан не бүтін, не шектелген немесе шектелмеген периодты ондық бөлшекпен өрнектеледі. Мысалы –бүтін сан. (*p=4,q=2), * –шектелген ондық бөлшек (*p=3,q=4*).  –шексіз периодты ондық бөлшек (шектелмеген).  –жуықтап түбір табу ережесін қолдансақ,  – шексіз периодсыз ондық бөлшек.

Шексіз периодсыз ондық бөлшектермен өрнектелетін санды – *иррационал сан* деп атайды. Нақты санның анықтамасы күрделі ақпаратты қажет етеді. Соңғы кезде көбіне нақты санның анықтамасын аксиомалар арқылы ұсынады. Шипачев В.С. оқулығында 12-15 беттерін қараңыз.

**4.9.3. Нақты санның абсолют шамасы және оның қасиеттері**

**Анықтама 1**. *х* санының *абсолют шамасы* (немесе модулі) деп осы *х* санына тең санды айтады, егер  санын айтады, егер *х<0* болса. Санның абсолют шамасын *|x|* символымен белгілейді.

Анықтаманы төмендегідей түрде жазуға болады:



Анықтаманың негізінде санның абсолют шамасының төмендегідей қасиеттеріне көз жеткізуге болады:

1.  Санның абсолют шамасы теріс болмайды. Шындығында

1.1) егер , онда .

1.2) егер *x<0 |x|=-x –x>0* себебі *x<0 |x|>0* 1) мен 2) біріктіріп 

1. *|x|=|-x|*

 2.1)  онда  (теңсіздіктің екі жағын да (-1) көбейттік)

*|-x|=-(-x)=x=|x|*

2.2) *x<0* онда *–x>0.* Бұл жағдайда *|-x|=-x=|x|* себебі *x<0=>-x>0*  1) мен 2) біріктіріп *|x|=|-x|.*

1. 

3.1)  *|x|=x*  және  Осыдан  шығады. (-1) көбейтсе 

3.2) *x<0 |x|=-x -|x|=x x<0 2x<0 x+x<0 x<-x*  яғни *x<|x|–|x|=x<|x|* 1) мен 2) біріктіріп 

1. **Теорема 4.9.3.**  –оң сан болсын. Онда  теңсіздігі мен  теңсіздіктері эквивалент болады. 

Дәлелдеуі.  онда

1. егер  *|x|=x* олай болса  осыдан  теңсіздігін аламыз.
2. егер *x<0 |x|=-x,*  1) мен 2) біріктіріп . Енді  теңсіздігі орындалсын дейік:  және  теңсіздіктері бірдей орындалады дегенді көрсетеді. Екінші теңсіздіктен  Анықтамаға жүйенсек .
3. Екі санның қосындысының абсолют шамасы олардың абсолют шамаларының қосындысынан артық болмайды, яғни 
4. Екі санның айырымының абсолют шамасы олардың абсолют шамаларының айырымынан кем болмайды, яғни 
5. 
6. 

**4.9.4. Функция ұғымы. Айнымалы шама және оның өзгеріу облысы**

**Анықтама 1.** *Айнымалы* деп әртүрлі сандық мәндерді қабылдайтын шаманы айтады.

**Анықтама 2.** *Айнымалы шаманың өзгеру облысы* деп оның қабылдай алатын мәндер жиынын айтады.

Мысалы. *|x-1|<3* теңсіздігін қанағаттандыратын *х* айнымалысының өзгеру облысын табу керек. *|x-1|<3⬄-3<x-1<3*  теңсіздіктің барлық жағына 1 қосып: *-2<x<4=>x(-2;4)*

 *х* айнымалысының өзгеру облысын үш түрде жазуға болады:

1. теңсіздіктер арқылы;
2. интервалдар арқылы;
3. геометриялық сызба түрінде;

Біздің мысалда *-2<x<4* –*х* айнымалысының өзгеру облысының теңсіздік арқылы жазылуы.

*x(-2;4)*–*x* айнымалысының өзгеру облысының интервал арқылы жазылуы.

–*х* айнымалысының өзгеру облысының геометриялық кескіні.

*х* және *у* айнымалылары берілсін.

 **Анықтама 3.** Егер тәуелсіз *х* айнымалысының өзгеру облысында жатқан әрбір мәніне тәуелді *у* айнымалысының бір ғана мәні сәйкес келетін болса, онда у айнымалысын тәуелсіз *х* айнымалысының *функциясы* деп атайды да *y=f(x)* символы арқылы белгілейді, мұндағы *у*–функция, ал *х*– аргумент деп атайды.

 **Анықтама 4.** Функцияның мәндері есептелінетін аргументтің мәндер жиынын функцияның *анықталу облысы* деп атайды да *D(y)* немесе *D(x)* символы арқылы белгілейді.

 Мысалы  функциясының анықталу облысын табу керек.

*Шешімі:* Квадрат түбір астындағы өрнек теріс болмайды, яғни



 Функцияның анықталу облысы квадрат теңсіздіктерді шешу арқылы







Интервалдар арқылы біріктіріп жазсақ



**Анықтама 5.** Функцияның айнымалы ретінде қабылдайтын мәндерін – *мәндер жиыны* деп атайды да *E(y)* символы арқылы белгілейді.

Функцияның шегі ұғымына көшпес бұрын шек амалының қарапайым түрі тізбектің шегіне көшеміз.

**4.9.5. Сандық тізбектер және оларға арифметикалық амалдар қолдану**

**Анықтама 1.** Егер натурал сандар қатарындағы *1,2,…,n,…* әрбір *n* санына  нақты саны сәйкестікке қойылса, онда

 (9.5.1)

 нақты сандар жиынын *сандық тізбек* деп атайды.

(Басқаша айтқанда сандық тізбекті сандар  қисықтарының жиыны ретінде қарастыруға болады)

 сандарын сандық *тізбектің элементтері* деп атайды, ал  –тізбектің жалпы мүшесі деп атайды. Қысқаша түрде (9.5.1) сандық тізбегін {} символы арқылы белгілейміз.

Мысалы 1.

1 2 … *n …*

*1  …  …*

Мысалы 2. 



Сандық тізбектерге арифметикалық амалдар  және  сандық тізбектері берілсін.  сандық тізбегінің *m* санына көбейтіндісі деп



сандық тізбегін айтамыз. *Екі тізбектің қосындысы* деп  тізбегін айтамыз. т.т











**4.9.6. Шектелген және шектелмеген сандық тізбектер**

**Анықтама 1.**  сандық тізбегін жоғарыдан (төменнен) *шектелген сандық тізбек* деп атаймыз, егер  теңсіздігi орындалатын болса.

**Анықтама 2.** Жоғарыдан және төменнен шектелген тізбекті *шектелген тізбек* деп атайды.  егер . Онда тізбектің шектелгендігін  шарты арқылы жазуға болады.

**Қайталауға арналған сұрақтар**

1. Айнымалы шаманың өзгеру облысы деп нені ұғасыз?
2. Функция дегеніміз не?
3. Функцияның анықталу облысы мен мәндер жиыны дегеніміз не?
4. Сандық тізбек деп нені айтады?
5. Сандық тізбектерге қандай арифметикалық амалдар қолдануға болады?
6. Шектелген және шектелмеген сандық тізбектер деп қандай тізбектерді айтады жіне оларға мысалдар келтіре аласыз ба?

**Әдебиет**

1. В.С. Шипачев Высшая математика
2. О.Банах Курс дифференциального и интегрального исчисления.