**Дәріс №8.**

**4.8.Кеңістіктегі беттің және сызықтың теңдеуі. Жазықтықтың теңдеуі. Түзудің теңдеуі. Екінші ретті беттер туралы түсінік.**

**Дәрістің мақсаты:** Кеңістіктегі теңдеулердің мағынасын ашып түсіндіру. Бірінші ретті беттер мен екінші ретті беттердің теңдеулерін, яғни кеңістіктегі жазықтық пен түзудің теңдеулеріне және екінші ретті беттерге қысқаша шолу жасау.

**Кілтті сөздер.** Кеңістіктегі беттің теңдеу. Жазықтық. Кеңістіктегі түзу. Түзу мен жазықтықтың арасындағы бұрыш. Сфера. Эллипсоид. Парабола. Бірқуысты параболоид. Екіқуысты параболоид. Конус. Цилиндрлік беттер.

***Қысқаша мазмұны.***

**4.8.1. Кеңістіктегі беттер және сызықтың теңдеуі.**

Бізге тіктөртбұрышты декарт координаталар нүктесі берілсін  және белгілібір  беті берілсін.

Үш айнымалыларды байланыстыратын

 

теңдеуін қарастырамыз.

**Анықтама 1.**  теңдеуі  бетінің *теңдеуі* деп аталады (берілген координаталар жүйесінде), егер бұл теңдеуге осы беттің бойында жатқан кезкелген нүктенің  координаталары осы теңдеуді қанағаттандырып, беттің бойында жатпайтын ешбір нүктенің координаталары теңдеуді қанағаттандырмайтын болса.



Сфераның теңдеуі болатыны көрініп тұр.



Егер  және  екі беттердің теңдеуі болса, онда

 

екі теңдеулер бірігіп  сызығын анықтайды.

**4.8.2. Жазықтықтың теңдеуі**



Тіктөртбұрышты декарт координаталар жүйесінде  жазықтығы берілсін.  нүктесі жазықтықтың бойында жатсын   жазықтығына перпендикуляр вектор. Кеңістіктегі кезкелген  нүктесін алайық.  нүктесі  жазықтығының бойында жатуы үшін  мен  векторлары өзара перпендикуляр болуы тиіс, яғни . Екі векторлардың перпендикулярлық шартының негізінде:

 



 санын  арқылы белгілеп

 

 теңдеуін *жазықтықтың жалпы теңдеуі* деп атайды. Қорыта айтқанда жазықтық кеңістіктегі бірінші ретті бет болып табылады, себебі бірінші ретті теңдеумен анықталып тұр.

Мысалы  нүктесінен өтетін  векторына перпендикуляр жазықтықтың теңдеуін табу керек.

Шешімі





**4.8.3.1 Екі жазықтықтардың арасындағы бұрышты есептеу**.

 

жазықтықтары берілсін дейік.

Кеңістікте  мен  жазықтықтары қалай орналаспасын олардың арасындағы  бұрышы  және  нормалдың векторларының арасындағы бұрыш ретінде төмендегі формуламен есептеледі.



**4.8.4.1 Жазықтықтардың параллелдік шарты.**

Егер  және  жазықтықтары параллель болса, онда  және векторлары коллинеар болады. Онда



Себебі коллинеар векторлардың координаталары пропорционал болады.

4.8.3.1 Жазықтықтың қалыпты теңдеуі.

 

 - жазықтықтың қалыпты теңдеуі.

**Теорема 4.8.3.1.** Егер  нүктесінің координаталары  болып және жазықтық қалыпты теңдеуімен берілсе, онда  нүктесінен берілген жазықтыққа дейінгі қашықтық  төмендегідей формуламен есептеледі:



Мысалы,  жазықтығы және  нүктесі берілген.  нүктесінен жазықтыққа дейінгі қашықтықты табу керек.

Шешімі: Алдымен нормалдық көбейгішті табамыз.



Нормалдық көбейгішке көбейтіп жазықтықтың қалыпты теңдеуіне келеміз



 нүктесінің координаталарын  формуласына қойып қашықтығын табамыз:



**4.8.4. Кеңістіктегі түзудің теңдеуі.**

Тікбұрышты декарт координаталар жүйесінде  және  жазықтықтарының қиылысуымен  түзуі берілсін

 

  түзуін анықтау үшін  және  жазықтықтары параллель және беттесіп жатраулары тиіс, яғни  және  векторлары коллинеар болмауы керек.  теңдеуін түзудің жалпы теңдеуі деп атайды.

Енді осы жалпы теңдеуден түзудің қарапайым теңдеуіне көшейік.

 – Кеңістіктегі кезкелген нүкте болсын.

 векторы   түзуіне параллель немесе сол түзудің бойында жататын вектор болсын.  векторын түзудің бағыттауышвекторы деп атайды.   нүктесі түзуінің бойында жатуы үшін  векторы  векторына коллинеар болуы тиіс, яғни бұл векторлардың координаталары пропорционал болады.

 

 теңдеуін түзудің *қарапайым (канондық) теңдеуі* деп атайды.

**4.8.5. Түзу мен жазықтықтың өзара орналасуы.**

4.8.4.1. Параллелдік және перпендикулярлық шарттары.



түзуі мен



жазықтығы берілсін. Түзу жазықтыққа параллель болуы үшін оның бағыттауыш векторы мен жазықтықтың нормалдық векторы перпендикуляр болуы тиіс.

 

 түзу мен жазықтықтың параллелдік шарты. Түзу жазықтыққа перпендикуляр болуы үшін оның бағыттауыш векторы  мен жазықтықтың нормалдық векторы  коллинеар болуы тиіс:

 

 – түзу мен жазықтықтың перпендикулярлық шарты.

 түзу жазықтыққа перпендикуляр емес болған жағдай.  векторы мен  векторының арасындағы бұрышты  арқылы белгілейік. , онда 



 

**4.8.6. Екінші ретті беттер.**

1. Эллипсоид



2. Бірқуысты гиперболоид.



3. Екіқуысты гиперболоид.



4. Эллиптикалық параболоид.



5. Гиперболалық параболоид.



6. Екінші ретті конустар



Екінші ретті беттерді СӨЖ реферат ретінде тапсыру.

**Қайталау сұрақтары**

1. Кеңістіктегі беттің теңдеуі деп нені айтады?
2. Кеңістіктегі бірінші ретті теңдеулер нені анықтайды?
3. Нүктеден жазықтыққа дейінгі қашықтық?
4. Кеңістікте түзу қалай анықталады?
5. Түзу мен жазықтықтың арасындағы бұрыш қалай есептеледі?
6. Екінші ретті беттердің қандай түрлерін білесіз?

**Әдебиет.**

1. Н.В. Ефимов. Краткий курс аналитической геометрии.
2. Қасымов Қ.Ә., Қасымов Е.Ә. Жоғарғы математика. Аналитикалық геометрия.
3. Шипачев В.С. Высшая матматика.
4. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк Аналитическая геометрия.