**Дәріс №7.**

**4.7. Кеңістіктегі аналитикалық геометрия. Еркін вектор ұғымы. Векторларға сызықтық амалдар қолдану. Екі векторлардың скалярлық және векторлық көбейтінділері. Үш векторлардың аралас көбейтіндісі.**

**Дәріс мақсаты:** Векторларды қосу алу және санға көбейту амалдарын, екі вектордың скалярлық және векторлық көбейтінділерін меңгеру.

**Кілтті сөздер.** Бағытталған кесінді. Векторларға сызықтық амалдар. Екі вектордың скалярлық көбейтіндісі. Екі векторлардың векторлық көбейтіндісі. Үш векторлардың аралас көбейтіндісі.

**Қысқаша мазмұны.**

**4.7.1. Вектор. Векторларға сызықты амалдар қолдану.**

Көптеген физикалық шамалар белгілі бір санның берілуімен толық сипатталады. Мысалы, көлем, масса, тығыздық, дене температурасы Т. Мұндай шамаларды скалярлық деп атайды. Кейбір шамалар санның берілуінен басқа белгілі бір бағытты көретуімен анықталады. Мысалы дененің қозғалысын сипаттау үшін, оның жылдамдығынан басқа қай бағытта қозғалатынын көрсету қажет болады. Кеңістікте кез келген реттелген А және В нүктелері бағытталған кесіндіні береді. А кесіндісінің бастапқы, нүктесі  В кесіндісінің соңы нүктесі.



**Анықтама 1.** Бағытталған кесіндіні *вектор* деп атайды. Векторды немесе  символымен белгілейміз.

Бастапқы және соңғы нүктесі беттесіп жататын векторды *нөлдік вектор* деп атайды. Вектордың бастапқы нүктесі мен соңғы нүктесінің арақашықтығын вектордың ұзындығы немесе модулі деп атайды да символымен белгілейді.

Егер векторлар бір түзудің немесе параллель түзулердің бойында жатса, ондай векторларды *коллинеарлық* векторлар деп атайды.

**Анықтама 2**.  және  векторларын *тең векторлар* деп атайды, егер олар коллинеар, бірдей бағытталған және олардың ұзындықтары тең болса.

**4.7.2. Екі векторларды қосу.**

**Анықтама 1.**  және  *векторларының қосындысы* деп  векторының бастапқы нүктесін  векторының соңғы нүктесімен қосатын  векторын айтамыз, егер  векторының соңғы нүктесі  векторының бастапқы нүктесінен беттесіп жататын болса.



**4.7.3. Векторды санға көбейту.**

векторы және  саны берілсін.

 векторының  санына *көбейтіндісі* деп  векторын айтады, егер ол коллинеар, ұзындығы  тең және бағыты  векторымен бағыттас егер бағыты  векторына қарама – қарсы, егер  болса.

Мысалы,

 

  

 

**4.7.4. Векторды құраушыларға жіктеу.**

, ,  векторлары координаталар осьтерінің бағытындағы бірлік векторлар болсын, яғни .

**Теорема 4.7.4**. Кезкелген  векторын ,  және  базисі бойынша



түрінде жіктеуге болады, мұндағы  – белгілібір сандар.



 векторының бастапқы нүктесі координаттың бас нүктесімен беттесіп жатсын дейік.

  

  



 -  векторының координаталар осьтеріндегі проекциялары.



**4.7.5. Екі векторлардың скалярлық көбейтіндісі.**

**Анықтама.**  және  векторларының *скалярлық көбейтіндісі* деп осы векторлардың модулдарының олардың арасындағы бұрыштық конусына көбейткенге тең санды айтады, яғни

 

 

 

 

*Скалярлық көбейтіндінің кейбір қасиеттері*



 

 

 

 егер 

Керісінше  болса, онда . Дәлелдеуіне өздерің көз жеткізіңдер.

Дәлелдеулері  формуласына негізделеді.

**4.7.6. Екі векторлардың скалярлық көбейтіндісін олардың координаталары арқылы өрнектеу.**

**Теорема 4.7.6.** Егер  және  векторлары өздерінің координаталар остеріндегі проекцияларымен анықталған болса, яғни   онда олардың скалярлық көбейтіндісі



формуласымен анықталады.

*Дәлелденуі.*   

 

**4.7.7. Екі вектордың векторлық көбейтіндісі.**

**Анықтама 1.**  және  векторларының *векторлық көбейтіндісі* деп төмендегі үш шарттарды қанағаттандыратын  векторын айтады:

1.  векторының модулі –



  және  векторларының арасындағы бұрыш.

1.  векторы  және  векторларының әрқайсысына , яғни , 
2. , ,  векторлары оң үштік векторларын құрайды.

**4.7.8. Векторлық көбейтіндінің негізгі қасиеттері**

  егер  мен коллинеар болса.

  Векторлық көбейтіндінің модулі осы векторларға тұрғызылған параллелограмның ауданы  – ке тең болады.

 

 

 

Дәлелдеуін өздерің қарастырасыздар.

**Теорема 4.7.8.** Егер  және  векторлары өздерінің координаталары арқылы берілген, яғни  , онда олардың векторлық көбейтіндісі



формуласымен анықталады. Бұл формуланы төмендегідей түрлерде жазуға болады.





**4.7.9. Үш векторлардың аралас көбейтіндісі.**

**Анықтама.** , және векторларының *аралас көбейтіндісі* деп  және  векторларының векторлық көбейтіндісін  векторына скалярлық көбейтіндісін айтады, яғни .

**Теорема 4.7.9**.  аралас көбейтіндісі осы векторларға құрылған параллелепипедтің оң таңбасымен алынған көлеміне тең болады, егер ,, векторлары оң үштік векторын құрайтын болса, теріс таңбасымен алынған көлемге тең, егер ,, векторлары сол үштік векторын құрайтын болса.



**4.7.10. Үш векторлардың аралас көбейтіндісін олардың координаталары арқылы өрнектеу.**

**Теорема 4.7.10**. Егер ,және  векторлары координаталарымен берілсе, яғни ,, онда олардың аралас көбейтіндісі



Үшінші ретті анықтауышпен өрнектеледі.

**Бақылау сұрақтары.**

1. Вектор дегеніміз не?
2. Векторларға сызықтық амалдар қолдану деп қандай амалдарды айтады?
3. Екі вектордың векторлық скалярлық көбейтіндісі дегеніміз сан ба вектор ма?
4. Екі вектордың векторлық көбейтіндісі деп нені айтады?
5. Векторлық коорднаталары деп нені ұғасыз?
6. Екі вектордың скалярлық векторлық және аралас көбейтінділерін олардың координаталары арқылы өрнектей аласыз ба?

**Әдебиеттер**

1. Н.В. Ефимов. Краткий курс аналитический геометрии.
2. Қасымов К.Ә., Қасымов Е.А. Жоғары математика. Аналитикалық геометрия.
3. Шипачев В.С. Высшая математика.
4. Ю.И.Гильзерман. Лекции и высшей математика для биологов.