



Al-Farabi Kazakh National University

**Proceedings of the  
10th International scientific conference  
«Chaos and structures in nonlinear systems.  
Theory and experiment»,  
devoted to the 75th anniversary  
of Professor Z. Zhanabaev**

Almaty 2017

**Proceedings of the 10th International scientific conference  
«Chaos and structures in nonlinear systems. Theory and experiment»,  
devoted to the 75th anniversary of Professor Z. Zhanabaev**

*edited by*  
Zeinulla Zhanabaev, Akmaral Imanbayeva

CHAOS 2017 KAZNU  
almaty kazakhstan

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

June 16-18, 2017

**МАЗМҰНЫ**  
**TABLE OF CONTENTS**

**Plenary reports**

✓ **3. Жанабаев**

*Нелинейные фрактальные меры и информационная энтропия в физике хаоса* ..... 4

**A. Miroshnichenko**

*Binary systems with circumstellar envelope* ..... 10

**V. Timoshenko**

*Formation, Properties and Applications of Ensembles of Silicon Nanocrystals* ..... 16

**A. Potapov**

*Общая постановка проблемы потенциальных возможностей фрактально-скейлинговых методов в радиофизике, радиолокации и в теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов* ..... 17

**Dynamical chaos and self-organization in astrophysics**

**О.В. Захожай, В.А. Захожай, А.С. Мирошниченко, К.С. Куратов**

*Физические параметры протопланетного диска вокруг молодой звезды IRAS 22150+6109* ..... 36

✓ **3.Ж. Жанабаев, А.С. Бейсебаева, С.А. Хохлов, А.Т. Агишев**

*Классификация горячих звезд на основе информационно – энтропийного анализа* ..... 40

✓ **3.Ж. Жанабаев, С.А. Хохлов, А.Т. Агишев**

*Бифуркационные режимы эволюции нелинейной фрактальной меры* ..... 44

**А.К. Морзабаев, Ш.Г. Гиниятова, Г.А. Шаханова, С.М. Сахабаева,  
Б.С. Махмутов, В.И. Ерхов**

*Анализ вариаций космических лучей, зарегистрированные в январе-феврале 2017 года на детекторе CARPET(Astana)* ..... 48

**В.В. Дьячков, А.В. Юшков**

*Хаотизация и кристаллизация пространства-времени* ..... 52

**А.К. Куратова, А.С. Мирошниченко, К.С. Куратов, А.Ж. Наурзбаева,  
Н.Ш. Алимгазинова, А.Б. Манапбаева**

*Определение критериев и поиск звезд типа FS CMA* ..... 55

## БИФУРКАЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ ЭВОЛЮЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФРАКТАЛЬНОЙ МЕРЫ

З.Ж. Жанабаев, С.А. Хохлов, А.Т. Агишев

Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, пр. аль-Фараби, 71, Алматы, 050040, Казахстан  
[aldiyar.agishev@gmail.com](mailto:aldiyar.agishev@gmail.com)

В работе исследовано отображение нелинейной фрактальной меры в двух вариантах. Бифуркационная диаграмма построена для значений локальных экстремумов  $X_{max}, X_{min}$  и относительной разности масштаба измерения  $\delta$ . Показано существование сложных циклов при относительно малом значении числа итераций. При большом числе итераций результат приближается к известным картинам бифуркаций Фейгенбаума.

### Введение

Отображение нелинейной фрактальной меры находит применение в широком спектре научно-исследовательских работ, включая такие направления как нейрофизика, космология, нанотехнологии [1-4]. На основе такого отображения возможно описание структурности в наноразмерных полупроводниках, моделирование колебаний электрического потенциала нейронов, распределение галактик в кластерах и скоплениях, конструирование различных генераторов хаоса, шифрование и кодирование передаваемой информации и т.д.

На сегодняшний день бифуркации в зависимости от управляющих параметров для данного отображения не изучены. Построение бифуркационных диаграмм и определение качественных режимов хаотизации меры, выявление локальных особенностей и закономерностей является целью настоящей работы.

Главной особенностью данного отображения от существующих методов определения фрактальных мер заключается в отсутствии необходимости задания масштаба измерения  $\delta$ . Достигается это путем определения  $\delta$  через саму меру, говоря иначе, масштаб измерения зависит от измеряемой величины [5]. Такой подход характеризует поведение физической величины вблизи своих критических значений.

### Отображение нелинейной фрактальной меры

Согласно формуле Хаусдорфа, фрактальная мера (длина  $X(R)$ ) может быть определена как:

$$X(R) = R \left( \frac{\Delta X}{R_*} \right)^d \cdot \left( \frac{\Delta X}{R_*} \right)^{-D} = R \left( \left| 1 - \frac{X}{R_*} \right| \right)^{-\gamma}, \quad \Delta X = |X - R_*|, \quad \gamma = D - d. \quad (1)$$

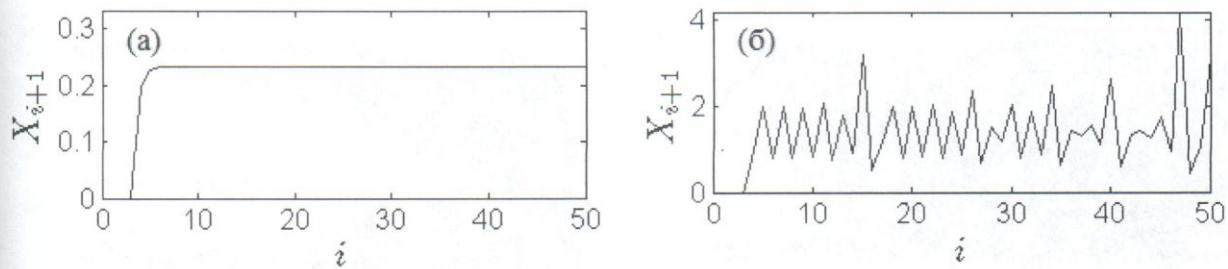
где,  $d$  – топологическая,  $D$  – фрактальная размерность,  $R$  – регулярная длина,  $R_*$  – величина критического значения для  $R$ . Формулу (1) перепишем в дискретном виде с целью описания эволюции меры при наличии внешних возмущений:

$$X_{i+1}(R) = R \left( \left| 1 - \frac{X_i}{R_*} \right| \right)^{-\gamma} \quad (2)$$

где,  $i$  – количество итераций. Выбирая норму в виде  $\Delta X/X_i$  имеем:

$$X_{i+1}(R) = R \left( \left| 1 - \frac{R_*}{X_i} \right| \right)^{-\gamma} \quad (3)$$

Реализации отображений (2) и (3) могут быть как регулярными, так и хаотическими (Рис. 1) Из рисунка видно, что хаотизация реализаций имеет место  $R_* \approx R$ .

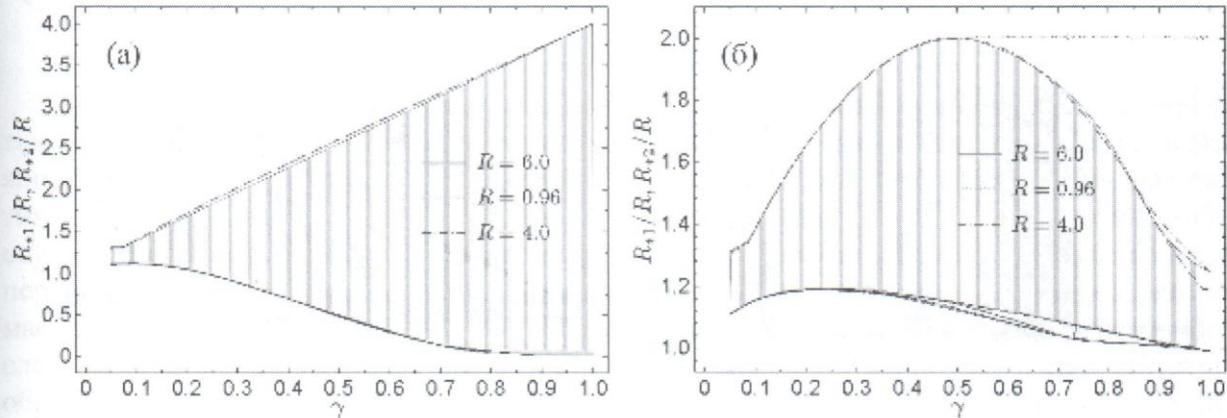


**Рис. 1** – Реализация отображения (2) с параметрами  $\gamma = 0.567$ ,  $R_* = 1$ ,  $X_1 = 1$ ,  
(а) –  $R = 0.2$ , (б) –  $R = 0.8$ .

В настоящей работе далее мы примем  $i = 10^3$ ,  $X_1 = 1$ . Считается, что число итераций будет достаточно для выхода системы на аттрактор, который не зависит от начальных условий. Поведение систем (2), (3) зависит не от отдельных значений  $R_*$  и  $R$  а определяется их соотношением [6], поэтому управляющими параметрами являются  $R_*$  и  $\gamma$ .

Параметр  $\gamma$  может принимать значение в диапазоне  $0 \leq \gamma < 4$ . Для регулярных объектов ( $D=d$ )  $\gamma=0$ , для известных фракталов  $0 < \gamma < 1$ .

Режимы хаотических колебаний систем (2) и (3) реализуются при определенных отношениях  $R_*$  к  $R$  (Рис. 2). В заштрихованной области, ограниченной  $R_{*1}$  – минимальным и  $R_{*2}$  – максимальным значениями параметра  $R_*$  при фиксированном  $R$ , наблюдается хаотический режим. Вне этой области поведение систем регулярное.

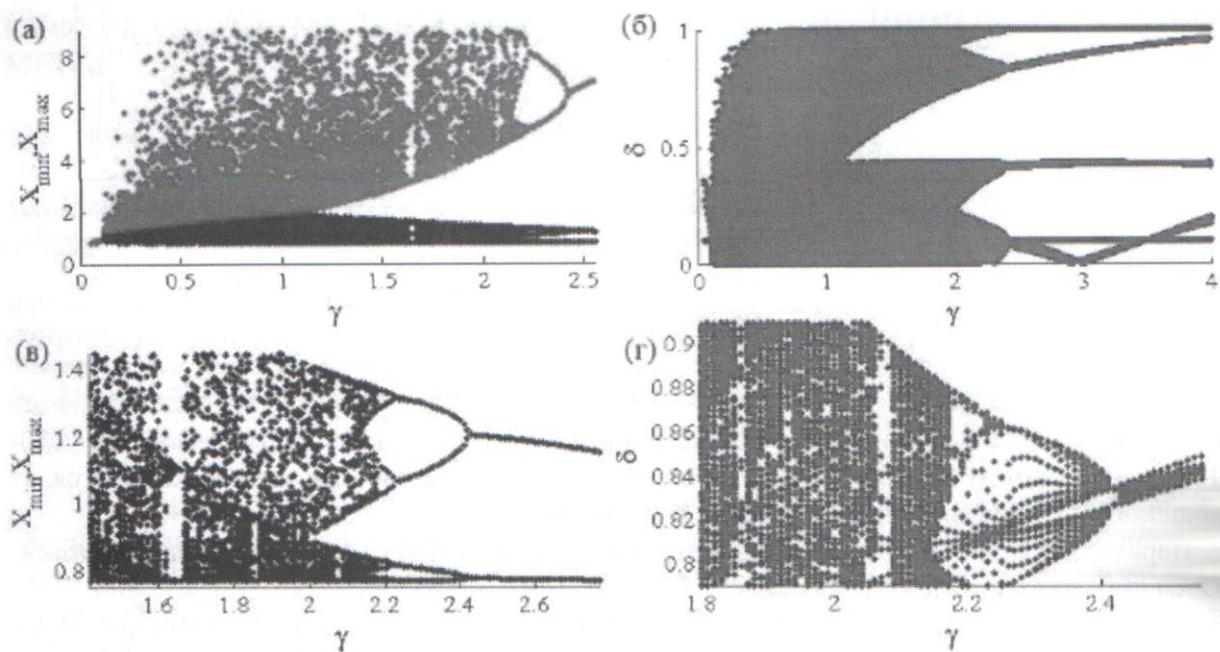


**Рис. 2** – Области возникновения хаотических значений  $X_{i+1}(R)$ .  $R_{*1}$  – минимальное,  $R_{*2}$  – максимальное значения.

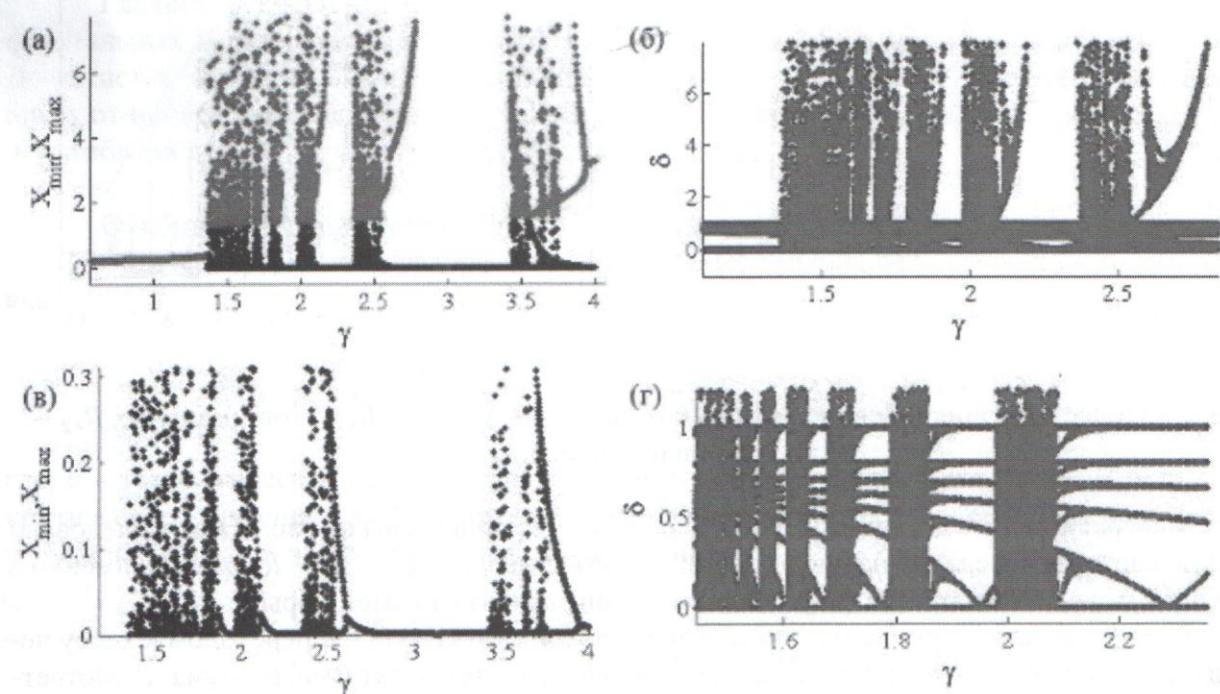
Бифуркационные диаграммы для отображения (3) приведены на рис. 3. Как и следовало ожидать, сложное поведение наблюдается масштаба измерения  $\delta_i = X_i - R_*$ , так как именно в настоящей модели нелинейной фрактально меры он зависит от самой меры.

Видны области с ярко выраженной фрактальной структурой и с переходом к хаосу через удвоение периода. Картина напоминает классический результат Фейгенбаума. В соответствие с теорией выполняется условие выбора масштаба измерения  $\delta < 1$ . Особенностью настоящих диаграмм является переход от хаоса к порядку при уменьшении  $\gamma$ , так как в отображения входит  $1/\gamma$ .

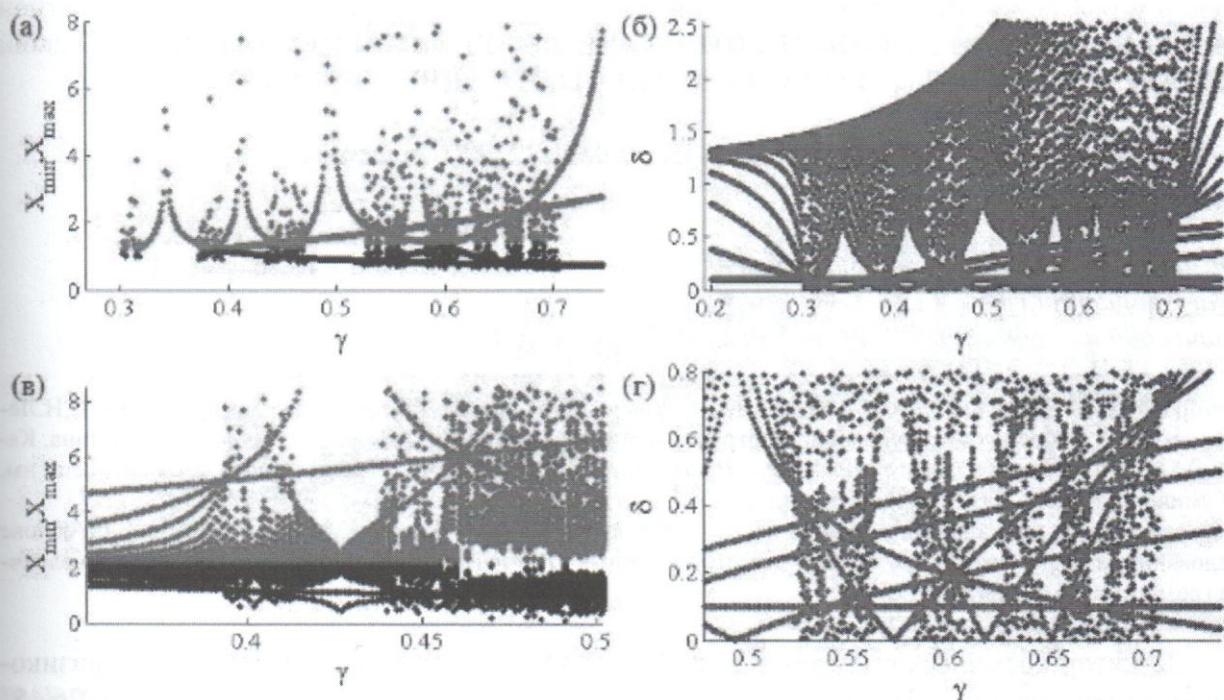
Разнообразные структурные образования наблюдаются при относительно малом количестве итераций. Мы имеем новые картины возникновения хаоса. В частности, наблюдается наряду с циклами удвоения их иерархии  $2^n$ ,  $n = 1, 2, 3$  (рис. 5). Возможны циклы утройения.



**Рис. 3** (а) – Бифуркационная диаграмма отображения (3) с параметрами  $i = 1000, X_1 = 1, R_* = 1.1, R = 0.77$ ; (б) – масштаб измерения  $\delta_i = X_i - R_*$ ; (в) и (г) – увеличенные для наглядности области графиков (а) и (б) соответственно.



**Рис. 4** (а) – Бифуркационная диаграмма отображения (2) с параметрами  $i = 1000, X_1 = 1, R_* = 1, R = 0.2$ ; (б) – масштаб измерения  $\delta_i = X_i - R_*$ ; (в) и (г) – увеличенные для наглядности области графиков (а) и (б) соответственно.



**Рис. 5** (а) – Бифуркационная диаграмма отображения (3) с параметрами  $i = 100, X_1 = 1, R_* = 1.1, R = 0.5$ ; (б) – масштаб измерения  $\delta$ ; (г) – увеличенная для наглядности область рисунка (б); (в) – диаграмма отображения (2) с параметрами  $i = 100, X_1 = 1, R_* = 1.1, R = 2$

### Заключение

Построены бифуркационные диаграммы для отображений эволюции нелинейной фрактальной меры. Определены значения параметров  $R_*, R, \gamma$ , соответствующие различным режимам системы. Указана область изменения параметров  $R_*, R$  при котором наблюдается хаотическое поведение колебаний. Показано, что переход к хаосу, в зависимости от параметра  $\gamma$ , осуществляется путем удвоения периода и циклов порядка до 3. Имеются характерные окна перемежаемости по аналогии с классическим результатом Фейгенбаума. Определяя норму масштаба измерений  $\delta$  в виде  $R_*/\Delta X$ , получаем физически осмысленный результат. Иными словами, выполняется условие  $0 < \delta \leq 1$ . Обнаружены качественно различные структурные образования при относительно малом количестве итераций. Это в свою очередь может лечь в основу дальнейших исследований в данном направлении. Дальнейшие исследования эволюции нелинейной фрактальной меры могут быть направлены на определение статистических характеристик (корреляция, спектры, информация, энтропия и др.) хаоса.

### Литература

1. Z.Zh. Zhanabaev, E.T. Kozhagulov A generic model for scale-invariant neural networks // Journal of Neuroscience and Neuroengineering. – 2013, Vol.2, No.3, pp. 267-271(5).
2. Zhanabaev Z.Zh. Grevtseva T.Yu. Physical Fractal Phenomena in Nanostructured Semiconductors // Reviews in Theoretical Science. – 2014, Vol.2, No.3, pp. 211-259.
3. З.Ж. Жанабаев, С.А. Хохлов, Нелинейная геометрическая модель структуры ансамбля антигравитирующих галактик // Вестник КазНУ, Сер. физическая №55, 2015.
4. Zhanabaev Z.Zh. Grevtseva T.Yu., Ibraimov M.K. Morphology and Electrical Properties of Silicon Films with Vertical Nanowires // Journal of Computational and Theoretical Nanoscience. – 2015.
5. Жанабаев З.Ж. и Ахтанов С.Н., Универсальное отображение перемежаемости, Вестник КазНУ, серия физическая №2 (37) 2011, с. 15-25.
6. Zhanabayev Z.Zh. Fractal measure in nanoelectronics and neurodynamics // Eurasian Physical Technical Journal. – 2012, Vol. 9, No. 1(17), pp. 3-13.